
Indice

1	Introduzione	1
1.1	Preliminari	2
1.1.1	Proposizioni e formule	2
1.1.2	Dimostrabilità e refutabilità delle proposizioni	5
1.1.3	Soddisfacibilità e refutabilità delle formule logiche	9
1.1.4	Formule logiche e proposizioni logiche	12
1.2	Problemi sulla dimostrabilità e sulla refutabilità	14
1.2.1	Dimostrabilità logica	14
1.2.2	Dimostrabilità analitica	17
1.2.3	Quadrati aristotelici della dimostrabilità e della refutabilità	19
1.2.4	Dimostrazioni logiche analitiche e sintetiche, regole di trasformazione delle dimostrazioni	22
1.3	Problemi sulle formule logiche e sugli insiemi di formule logiche	25
1.3.1	Soddisfacibilità e soddisfacibilità linguistica	25
1.3.2	Quadrato aristotelico della soddisfacibilità e della falsificabilità	27
1.3.3	Quadrato aristotelico della compatibilità e della separabilità	29
1.3.4	Compattezza	31
2	Alcune nozioni preliminari	37
2.1	Relazioni d'ordine, alberi	38
2.2	Definizioni induttive	41
2.3	Dimostrazioni per induzione	44
2.3.1	Dimostrazione per induzione e definizioni induttive	44
2.3.2	Dimostrazione per induzione ed ordine lessicografico	45
2.4	Assioma di scelta e lemma di König	46
3	Dimostrabilità e soddisfacibilità	49
3.1	Linguaggio formale del primo ordine	50
3.1.1	Alfabeto	50

3.1.2	Termini	54
3.1.3	Formule	56
3.1.4	Sequenti	63
3.1.5	Osservazioni conclusive sui linguaggi formali del primo ordine	63
3.2	Strutture per un linguaggio del primo ordine	64
3.2.1	Strutture, termini e formule a parametri in una struttura	65
3.2.2	Valutazione di termini, formule e sequenti	67
3.3	Calcolo dei sequenti per la logica del primo ordine	70
3.3.1	Il calcolo dei sequenti LK	70
3.3.1.1	Regole basilari o gruppo identità: assioma e taglio	71
3.3.1.2	Regole strutturali: contrazione (contraction) ed indebolimento (weakening)	71
3.3.1.3	Regole logiche	71
3.3.2	Sequenti derivabili e derivazioni	72
3.3.2.1	L'insieme dei sequenti derivabili logicamente da un insieme di formule	72
3.3.2.2	Derivazioni e analisi dei sequenti	73
3.3.3	Correttezza delle regole di LK	75
3.3.4	Qualche proprietà delle regole di LK e dei sequenti derivabili	76
3.4	Analisi canonica e teorema fondamentale	81
3.4.1	Costruzione dell'analisi canonica	83
3.4.1.1	Analisi canonica senza tagli	83
3.4.1.2	Analisi canonica con tagli	88
3.4.2	Proprietà dei rami scorretti dell'analisi canonica	94
3.4.3	Il teorema fondamentale dell'analisi canonica	100
3.5	Conseguenze del teorema fondamentale: teoremi di completezza, eliminabilità del taglio, compattezza, Löwenheim-Skolem	102
3.5.1	Teorema di completezza ed eliminabilità del taglio	102
3.5.2	Teorema di completezza forte	104
3.5.3	Teorema di compattezza	105
3.5.4	Teorema di Löwenheim-Skolem	106
4	Verso la teoria della dimostrazione: il teorema di eliminazione del taglio per LK	109
4.1	Eliminazione del taglio	110
4.1.1	Primo passo: definizione di $\mathcal{T}$	113
4.1.2	Secondo passo: definizione di $\mathcal{T}_{glob}$ e prima strategia dimostrativa	125
4.1.3	Terzo passo: definizione di $\mathcal{T}_{rev}$ e seconda strategia dimostrativa	128
4.1.4	Cenni sulla complessità della procedura di eliminazione del taglio	133

4.2	Qualche conseguenza immediata del teorema di eliminazione del taglio	134
5	Verso la teoria dei modelli: alcune conseguenze del teorema di compattezza	137
5.1	Dimostrazione del teorema di compattezza per linguaggi di cardinalità qualsiasi	138
5.2	Linguaggi con uguaglianza	144
5.2.1	Il teorema di compattezza per i linguaggi con uguaglianza ..	146
5.2.2	Correttezza e completezza per i linguaggi con uguaglianza ..	147
5.2.3	Il teorema di Löwenheim-Skolem per i linguaggi con uguaglianza (numerabili)	148
5.3	Limiti espressivi del linguaggio del primo ordine	149
5.4	Equivalenza elementare, sottostrutture, sottostrutture elementari ...	154
5.4.1	Isomorfismo ed equivalenza elementare	154
5.4.2	La nozione di sottostruttura	155
5.4.3	Sottostrutture elementari e diagrammi	157
5.5	I teoremi di preservazione	162
5.6	Generalizzazioni del teorema di Löwenheim-Skolem	169
5.7	Completezza di una teoria	172
	Riferimenti bibliografici	179
	Indice analitico	181

Logica

Volume 1 - Dimostrazioni e modelli al primo ordine

Abrusci, V.M.; Tortora de Falco, L.

2014, IX, 190 pagg., Softcover

ISBN: 978-88-470-5537-7