

# Inhaltsverzeichnis

1	Geschichtliches zu Zahl und Zahldarstellung .....	1
1.1	Zahlen und Zahldarstellungen: Vorgeschichte .....	1
1.2	Die Entstehung von Mathematik und Zahlensystemen in den ersten Hochkulturen .....	2
1.3	Zur Entwicklung der schriftlichen Rechenverfahren .....	15
1.4	Erste Höhepunkte der neuzeitlichen Entwicklung .....	18
2	Die Division mit Rest und die Teilbarkeitsrelation .....	25
2.1	Die Division mit Rest .....	25
2.2	Die Teilbarkeitsrelation .....	29
2.3	Teilerzahl, Teilersumme, Multiplikativität .....	35
2.4	Perfekte, abundante, defiziente und befreundete Zahlen .....	37
3	Euklidischer Algorithmus, größter gemeinsamer Teiler (GGT), kleinstes gemeinsames Vielfaches (KGV) .....	39
3.1	Begriffsbeschreibung von GGT und KGV .....	39
3.2	Der Euklidische Algorithmus .....	41
3.3	Exkurs: Paradigmatisches Beweisen und Visualisierung .....	52
4	Primzahlen .....	55
4.1	Der Begriff der Primzahl .....	55
4.2	Die Unendlichkeit der Primzahlmenge .....	56
4.3	Die Suche nach Primzahlen: Das Sieb des Eratosthenes .....	60
4.4	Primeigenschaft und Unzerlegbarkeit .....	62
4.5	Der Fundamentalsatz der Zahlentheorie .....	66
4.6	Die kanonische Darstellung der Primfaktorzerlegung .....	68
4.7	Fermatsche Zahlen .....	70
4.8	Mersennesche Zahlen .....	71
4.9	Die Goldbachsche Vermutung .....	75
4.10	Formeln und Polynome für Primzahlen .....	76
4.11	Die Verteilung der Primzahlen .....	77

5	Kongruenzen und Restklassen.....	85
5.1	Die Kongruenzrelation.....	85
5.2	Restklassenarithmetik .....	90
5.3	Systeme linearer Kongruenzen und der Chinesische Restsatz .....	95
6	Stellenwertsysteme, Teilbarkeitsregeln und Rechenproben.....	99
6.1	Stellenwertsysteme .....	99
6.2	Stellenwertdarstellung und Kongruenzen .....	104
6.3	Rechenproben – eine Anwendung mit historischer Bedeutung .....	105
7	Die Sätze von Euler, Fermat und Wilson.....	109
7.1	Die Eulersche $\phi$ -Funktion („Eulersche Totientenfunktion“).....	109
7.2	Die Sätze von Euler und Fermat .....	113
7.3	Der Satz von Wilson – ein Primzahlkriterium.....	116
8	Anhänge.....	119
8.1	Allgemeine Beweisprinzipien und Beweisverfahren.....	119
8.2	Axiomatische Beschreibung der natürlichen Zahlen und das Prinzip der vollständigen Induktion .....	122
8.3	Mengentheoretische Grundbegriffe .....	130
8.4	Zur Multiplikativität der Eulerschen $\phi$ -Funktion – ein ausführliches Beispiel .....	134
	Abbildungsverzeichnis.....	141
	Verzeichnis internetbasierter Materialien des Autors .....	144
	Literaturverzeichnis.....	145
	Index.....	153



<http://www.springer.com/978-3-658-07170-7>

Elementare Zahlentheorie

Beispiele, Geschichte, Algorithmen

Ziegenbalg, J.

2015, X, 155 S. 45 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-658-07170-7