

Vorwort

*Es ist alles schon gesagt,
nur noch nicht von allen.*

KARL VALENTIN

Es vergeht kaum ein Tag, an dem die Medien nicht über neue Umfragen und Statistiken berichten würden: Politbarometer, Wahlumfragen, Konsumklimaindizes, PISA-Studien, Medizinische Studien und vieles mehr. Grundlage für die Ergebnisse sind meist die Antworten auf Umfragen oder die Werte von Messungen, beides von begrenztem Umfang, in diesen Fällen spricht man von „Stichproben“. Daraus werden dann mit mehr oder weniger Berechtigung allgemein gültige Schlüsse gezogen. Die dabei verwendeten theoretischen Hilfsmittel stammen aus der Mathematik – genauer gesagt der „Stochastik“, einer Kombination von Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung. Die Einzelheiten der Verfahren werden selten offen gelegt und sind ohnehin meist nur Experten verständlich; die plakativen Ergebnisse dagegen haben oft deutliche und nicht immer gerechtfertigte Auswirkungen. Zahlreiche Beispiele für irreführende Statistiken finden sich in dem „Klassiker“ *So lügt man mit Statistik* von W. KRÄMER [KRÄ].

Innerhalb der Mathematik ist aus der elementaren Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik im Lauf des 20. Jahrhunderts ein eindrucksvolles theoretisches Gebäude geworden, mit sehr komplexen Anwendungen, etwa in der Finanzmathematik. Wegen der großen Bedeutung dieses Teiles der angewandten Mathematik haben die wichtigsten einfachen Grundlagen auch Eingang gefunden in die Lehrpläne von Schulen aller Art. Um die Lehrkräfte darauf vorzubereiten, ihren Schülern diese Themen in anregender und verständlicher Form zu vermitteln, müssen sie im Lauf ihres Studiums angemessen darauf vorbereitet werden. „Angemessen“ bedeutet – ganz kurz gesagt – mathematisch präzise, aber möglichst konkret, auf einem nicht zu hohen Niveau der Abstraktion. Aus Lehrveranstaltungen an der Technischen Universität München für Studierende des Lehramts mit dieser Zielsetzung ist unser Buch entstanden. Darüber hinaus kann es aber allen anderen Interessenten an einer ersten Einführung in die Methoden und Ergebnisse der Stochastik eine gute Hilfe sein.

Die Themen unseres Buches sind nach einem weit verbreiteten Muster angeordnet. Wir beginnen mit der „Beschreibenden Statistik“, in der vorliegende Daten oder Messreihen analysiert werden. Das Kapitel handelt von Häufigkeiten, Mittelwerten, Streuungsmaßen und führt bis zum Vergleich von Merkmalen mit Hilfe der Regressionsrechnung. Dieses Vorgehen ermöglicht einen sehr elementaren Einstieg in die Welt der Daten, und ist noch frei vom Begriff der Wahrscheinlichkeit, aber doch eine gute Vorbereitung darauf.

Im längsten Kapitel „Wahrscheinlichkeitsrechnung“ wird der Begriff der Wahrscheinlichkeit axiomatisch eingeführt, aber zunächst nur im besonders einfachen Fall endlicher Ergebnismengen. Dadurch kann man mit relativ geringem theoretischem Aufwand schon viele interessante Beispiele behandeln. Höhepunkt ist die Normalverteilung und ihre Bedeutung als Grenzwert und damit Hilfsmittel für einfache approximative Berechnungen. Für Leser mit weitergehenden Interessen werden in den beiden letzten Abschnitten in Form eines „Steilkurses“ überabzählbare Ergebnismengen und stetige Verteilungen, sowie Gesetze großer Zahlen behandelt.

Die letzten beiden Kapitel über Schätzungen und Tests geben eine Einführung in die sogenannte „Schließende Statistik“, bei der – grob gesprochen – überlegt wird, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Ergebnisse von Stichproben auf eine Gesamtheit übertragen werden können. Besonders problematisch dabei ist der Begriff einer „repräsentativen“ Stichprobe. Als Beispiel aus der aktuellen Praxis kann man sich den Anstich – oder in der üblichen Terminologie das Anzapfen – eines Bierfasses vorstellen: Der Gehalt an Alkohol und Stammwürze in der ersten Maß wird ziemlich genau mit dem entsprechenden Gehalt im ganzen Fass übereinstimmen. Bei Wahlumfragen ist ein solcher „repräsentativer Anstich“ weit schwieriger. Die Theorie der auf Stichproben gegründeten Schätzungen und Tests ist sicher der für die Anwendungen wichtigste Teil der Stochastik, und ihr Verständnis kann dazu dienen, den kritischen Blick auf die vielen Ergebnisse von Umfragen und Studien zu schärfen.

In der Darstellung haben wir versucht, uns an einem bewährten didaktischen Prinzip zu orientieren, das aus mehreren Schritten besteht: Zu Beginn stehen konkrete Fragestellungen, dazu wird ein passendes mathematisches Gerüst gebaut, dann wird damit ein Ergebnis berechnet. Und schließlich – im letzten Schritt – wird versucht, die berechneten Zahlenwerte zu verstehen und zu interpretieren. Gerade dieser letzte und besonders wichtige Schritt wird in der Schule oft vernachlässigt: Schüler sind meist schon zufrieden, wenn der berechnete Zahlenwert korrekt ist, egal was er bedeutet. Auf diese Weise werden die Ziele eines Unterrichts in Stochastik aber nicht erreicht. Interessant wird es erst dann, wenn man etwa überlegt, wie sich Veränderungen eines Parameters – wie etwa des Stichprobenumfangs – auf den Zahlenwert des Ergebnisses und damit seine Bedeutung auswirken.

Um das Verständnis für die Methoden der Stochastik zu erleichtern, besteht fast die Hälfte des Textes aus Beispielen. Sie werden oft in mehreren Varianten durchgerechnet, damit der Leser ein Gefühl für die Dynamik der verwendeten Formeln erhält. Diesem Zweck dient auch eine große Zahl von Abbildungen: ein Bild zeigt oft mehr als eine Formel. Schließlich soll eine Sammlung von Übungsaufgaben dazu dienen, den Leser zu selbstständiger Arbeit anzuregen und dadurch das Verständnis zu vertiefen. Mit historischen Anmerkungen sind wir sehr sparsam umgegangen. Lesern mit Interesse an der Entwicklung der Stochastik von den ersten Anfängen bei der Analyse von Glücksspielen bis hin zur rasanten Entwicklung auf der Grundlage der Maßtheorie im 20. Jahrhundert empfehlen wir zum Beispiel das Buch von [SC].

An Texten, aus denen wir selbst viel gelernt haben, seien in erster Linie die Lehrbücher von U. KRENGEL [KRE], N. HENZE [HE] und H.-O. GEORGII [GEO] genannt; diese ha-

ben in unserer Darstellung Spuren hinterlassen. Darüber hinaus haben wir bei einigen schwierigeren und hier nicht ausgeführten Beweisen auf diese Bücher verwiesen. Unser besonderer Dank gilt KLAUS JANSSEN, HANNS KLINGER und SILKE ROLLES für wertvolle Hinweise, JUTTA NIEBAUER für die vorzügliche Gestaltung des Textes, KRISTINA REISS und der Telekom-Stiftung für ihre Unterstützung und schließlich ULRIKE SCHMICKLER-HIRZEBRUCH vom Verlag für ihre sorgfältige Betreuung dieses Projekts.

München, im Oktober 2014

Gerd Fischer
gfischer@ma.tum.de

Matthias Lehner
matthias.lehner@tum.de

Angela Puchert
puchert@ma.tum.de

Einführung in die Stochastik

Die grundlegenden Fakten mit zahlreichen
Erläuterungen, Beispielen und Übungsaufgaben

Fischer, G.; Lehner, M.; Puchert, A.

2015, XII, 387 S. 393 Abb. in Farbe., Softcover

ISBN: 978-3-658-07902-4