

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Unterrichtliche Zuordnung . . . . .	1
1.2	Algebra im schulischen Mathematikunterricht . . . . .	4
1.3	Diagnose und Förderung im schulischen Mathematikunterricht . . . . .	6
1.4	Konzeption der Studie und ihre Fragestellung . . . . .	10
1.5	Zur Struktur der vorliegenden Studie . . . . .	11
<b>2</b>	<b>Algebraisches Denken in der Mittelstufe</b>	<b>15</b>
2.1	Was ist algebraisches Denken? . . . . .	17
2.1.1	Algebraisches Denken in der Frühen Algebra . . . . .	17
2.1.2	Algebraisches Denken in der Mittelstufe . . . . .	20
2.2	Mathematisches Denken und Schüleräußerungen . . . . .	23
2.2.1	Konstruktivismus: Äußerungen und Tätigkeiten als Produkt individueller mentaler Konstruktionen . . . . .	24
2.2.2	Tätigkeitstheorie: Tätigkeiten als Äußerung des Denkens . . . . .	25
2.2.3	Diskurs: Kommunikative Äußerungen als sozio-kulturelles Produkt des Denkens	27
2.2.4	Zusammenfassung: Von der Schüleräußerung zum mathematischen Denken . .	29
2.2.5	Diskussion: Algebraisches Denken in diskursiver Perspektive . . . . .	35
2.3	Formales algebraisches Denken . . . . .	36
2.3.1	Fähigkeitsbereiche symbolsprachlichen algebraischen Denkens . . . . .	37
2.3.2	Epistemische Natur algebraischen Denkens . . . . .	49

2.3.3 Zusammenfassung: Formales algebraisches Denken im Mathematikunterricht der Mittelstufe . . . . .	63
2.3.4 Niveaustufen des formalen algebraischen Denkens . . . . .	65
<b>3 Diagnose</b>	<b>69</b>
3.1 Warum Diagnose in der Schule? . . . . .	71
3.1.1 Diagnostik in der Schule . . . . .	72
3.1.2 Diagnostik im Mathematikunterricht . . . . .	73
3.2 Gütekriterien von denkprozessorientierten Diagnosen . . . . .	76
3.2.1 Gütekriterien von Diagnostik mit institutionellen Funktionen . . . . .	77
3.2.2 Gütekriterien von Diagnostik mit handlungsleitenden Funktionen . . . . .	79
3.2.3 Zusammenfassung: Gütekriterien handlungsleitender Diagnosen . . . . .	83
3.3 Umsetzbarkeit von handlungsleitender Diagnostik . . . . .	85
3.3.1 Prinzipien der Handlungsanleitung durch diagnostische Urteile . . . . .	86
3.3.2 Der Lernende in der Diagnose . . . . .	93
3.3.3 Der Gegenstand in der Diagnose . . . . .	95
3.3.4 Diagnoseinstrumente für mathematikdidaktische Diagnostik . . . . .	102
3.3.5 Die Rolle der Lehrerin/des Lehrers in der Diagnose . . . . .	112
3.3.6 Zusammenfassung: Handlungsleitende Diagnose im Mathematikunterricht . . . . .	115
3.4 Modell von handlungsleitender Diagnose für Mathematikunterricht . . . . .	118
3.4.1 Modelle von Diagnose . . . . .	118
3.4.2 Modell von lerngegenstandsbezogener, lernprozessbegleitender Förderdiagnose . . . . .	120
<b>4 Methodologie</b>	<b>125</b>
4.1 Anforderungen an die Studie . . . . .	125
4.2 Übersicht über das Forschungsdesign . . . . .	128
4.3 Gegenstandsmodell der Studie . . . . .	130
4.3.1 Kategoriengeleitete Auswertungsverfahren . . . . .	130
4.3.2 Umsetzung der theoretischen Überlegungen in Kategorien . . . . .	131
4.3.3 Kategorisierung der Handlungsdimension formalen algebraischen Denkens . . . . .	132
4.3.4 Kategorisierung der Gegenstandsdimension formalen algebraischen Denkens . . . . .	135
4.3.5 Eignung der Kategorien für typenbildende Verfahren . . . . .	137
4.4 Aufgaben als Forschungsinstrument . . . . .	138
4.4.1 Potential von Aufgaben zur Anregung von Denkprozessen . . . . .	140
4.4.2 Merkmale von Aufgaben mit diagnostischem Potential . . . . .	146

4.4.3	Klassifikationsschema von Aufgabenmerkmalen für diagnostische und lernförderliche Aufgaben . . . . .	152
4.4.4	Aufgaben mit Routinecharakter . . . . .	158
4.4.5	Aufgaben mit Problemlösecharakter . . . . .	170
4.4.6	Curriculare Validität der Aufgaben für den zu diagnostizierenden Könnensbereich	187
4.4.7	Zusammenstellung der Aufgaben zu diagnostischen Instrumenten . . . . .	190
4.4.8	Zusammenfassung . . . . .	191
4.5	Forschungsrahmen der Studie: Didaktische Rekonstruktion . . . . .	193
4.5.1	Anlehnung an das Modell der didaktischen Rekonstruktion . . . . .	194
4.5.2	Abgrenzung zum Modell der didaktischen Rekonstruktion . . . . .	197
4.6	Forschungsmethodik der Studie . . . . .	198
4.6.1	Zugang zum Forschungsfeld . . . . .	201
4.6.2	Pilotierung der Studie . . . . .	206
4.6.3	Begründung der Typenbildung . . . . .	207
4.6.4	Durchführung der Typenbildung . . . . .	210
4.6.5	Triangulation und Mixed-Methods . . . . .	215
4.6.6	Reflexion . . . . .	217
4.6.7	Absicherung der empirischen Resultate . . . . .	221
4.7	Zusammenfassung . . . . .	225
<b>5</b>	<b>Vergleichende Herausarbeitung von Denkmustern</b>	<b>229</b>
5.1	Denkmuster <i>nicht-konventionsgemäßes algebraisches Strukturieren</i> . . . . .	234
5.2	Denkmuster <i>unsystematisches Zahlprobieren</i> . . . . .	246
5.3	Denkmuster <i>Strukturieren für Explorierung</i> . . . . .	251
5.4	Denkmuster <i>vollständiges Strukturieren</i> . . . . .	269
5.5	Denkmuster <i>Operieren mit Fokus auf Termumformungen</i> . . . . .	279
5.6	Prüfung der Denkmuster auf Stabilität . . . . .	285
5.6.1	Stabilität der Denkmuster über Aufgaben . . . . .	285
5.6.2	Stabilität der Denkmuster-Zuordnungen über Zeit . . . . .	292
<b>6</b>	<b>Rückschau und Ausblick: Diagnose algebraischen Denkens</b>	<b>295</b>
6.1	Forschungsfragen der vorliegenden Studie . . . . .	296
6.2	Was ist algebraisches Denken? . . . . .	297
6.3	Denkmuster des formalen algebraischen Denkens . . . . .	301
6.4	Wo steht diese Arbeit: Diagnose und Förderung . . . . .	314
6.5	Was noch zu tun ist: Pragmatik, Praxis und Forschung . . . . .	320

<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>323</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>327</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>329</b>

Diagnose algebraischen Denkens

Von der Diagnose- zur Förderaufgabe mithilfe von  
Denkmustern

Meyer, A.

2015, XII, 344 S. 49 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-658-07987-1