

Teil A: Theoretische Bezüge

1 Lerntheoretische Grundlagen der Arbeit

Wie bereits einleitend erläutert, wird in dieser Arbeit eine gemäßigt konstruktivistische Sichtweise auf das Lernen und Wissen eingenommen. Lernen wird somit als ein aktiver und eigenständiger Konstruktionsprozess auf der Basis bereits erworbenen Wissens verstanden (Duit 1995, S. 905; Reinmann & Mandl 2006, S. 626; u.a.).

Im folgenden Kapitel (s. Kapitel A1.1) sollen diese beiden Komponenten, das Lernen und das Wissen, aus dieser Perspektive genauer ausgeschärft werden. Dadurch entstehen detaillierte Leitlinien zur Entwicklung von Lehr-Lernarrangements und zur Analyse von Daten, die im Konstruktionsprozess von Wissen berücksichtigt werden können. Die Rolle des so ausgeschärften lerntheoretischen Rahmens von Wissen wird im darauf folgenden Kapitel (s. Kapitel A1.2) vorgestellt und erläutert.

1.1 Lerntheoretische Grundlagen

Für eine lerntheoretische Fundierung der Analyse und Planung von Lernprozessen wird im Folgenden die gemäßigt konstruktivistische Sichtweise auf Lernen und Wissen beschrieben (s. Kapitel A1.1.1). Die für diese Arbeit relevanten Aspekte des konzeptuellen Wissens werden in einem zweiten Schritt präskriptive und deskriptive Kategorien für Vorstellungen unterschieden und in Kapitel A1.1.3 mittels einiger Konstrukte von Vergnauds Theorie der Konzeptuellen Felder weiter ausdifferenziert. Dies ermöglicht eine methodisch kontrollierte deskriptive Erfassung von Vorstellungsentwicklungsprozessen. In Kapitel A1.2 wird anschließend die Funktion der vorgestellten Theorieelemente in der vorliegenden Arbeit erläutert.

1.1.1 Wissen und Lernen in gemäßigt konstruktivistischer Sichtweise

Das Begriffspaar Wissen und Lernen unterscheidet statische und dynamische Sichtweisen auf kognitive Strukturen. Unter Wissen werden die zu einem bestimmten Zeitpunkt vorhandenen kognitiven Strukturen eines Individuums verstanden und unter Lernen der Aufbau dieser Strukturen. Im Folgenden wird zunächst die in dieser Arbeit eingenommene Perspektive auf Wissen aus gemäßigt konstruktivistischer Sicht erläutert und anschließend auf den Erwerbsprozess, das Lernen übertragen.

Wissen und Lernen unterscheiden sich durch die Sichtweise auf kognitive Strukturen.

- Wissen beschreibt die Gesamtheit von kognitiven Strukturen zu einem Zeitpunkt.
- Lernen beschreibt den Aufbau kognitiver Strukturen in einer Zeitspanne.

Wissen wird im Konstruktivismus als Gesamtheit von *individuell konstruierten kognitiven Strukturen* beschrieben (Fritz, Hussy & Tobinski 2010, S. 234). „Wissen [ist somit] keine Kopie der Wirklichkeit [...], sondern eine Konstruktion von Menschen“ (Reinmann & Mandl 2006, S. 626). Im Detail wurde diese Grundannahme zur *aktiven und eigenständigen Konstruktion von Wissen* in zahlreichen theoretischen Ausprägungen aufgegriffen und ausgeschärft, wie beispielsweise dem radikalen Konstruktivismus (vgl. Tobinski & Fritz 2010, S. 231 für einen Überblick). Ziel dieses Kapitels ist es nicht, all diese unterschiedlichen Ausprägungen zu erläutern, sondern die hier eingenommene spezifischere Sichtweise begründet darzustellen.

Da in diesem Entwicklungsforschungsprojekt die individuelle Konstruktion von Wissen zu bestimmten Lerngegenständen in spezifisch designten Lehr-Lernarrangements entwickelt werden soll, wird hier von der Beeinflussbarkeit dieser Prozesse durch die Umwelt ausgegangen. Diese Grundannahme liegt dem gemäßigten Konstruktivismus zugrunde (Reinmann & Mandl 2006, S. 635).

Wissen beschreibt die kognitiven Strukturen eines Individuums zu einem bestimmten Zeitpunkt.
Wissen ist *individuell konstruiert*, durch die Auseinandersetzung mit der Umwelt.

Das Lernen von neuem Wissen umfasst zwei zentrale kognitive Prozesse. Wissen kann zum einen erweitert werden durch die Ergänzung vorhandenen Wissens und zum anderen erweitert werden durch Umformungen vorhandenen Wissens (durch Prozesse der Assimilation und Akkommodation: Piaget & Inhelder 1972). In gemäßigt konstruktivistischer Perspektive beschreiben Reinmann & Mandl (2006) den Lernprozess als

„eine persönliche Konstruktion von Bedeutungen [...], die nur dann gelingt, wenn eine ausreichende Wissensbasis zur Verfügung steht [, also das vorhandene Wissen zur Adaption des Neuen erweitert oder umgeformt werden kann]. Zum Erwerb dieser Wissensbasis kann auf instruktionale Anleitung und Unterstützung nicht verzichtet werden“ (Reinmann & Mandl 2006, S. 638).

Lernen wird dabei als ein aktiver Prozess verstanden, in dem Wissen eigentätig, aber instruktional angeleitet, auf bereits vorhandenem Wissen (also einer Wissensbasis) konstruiert wird. Dadurch entsteht eine Lernspirale in dem Sinne, dass erlerntes Wissen wieder zur Basis neuer Lernprozesse wird (ausführlicher bei Gerstenmaier & Mandl 1995, S. 879; Duit, Treagust & Mansfield 1996, S. 28).

Auf der Basis des hier nur grob skizzierten Verständnisses von Lernen und Wissen lässt sich das Zusammenspiel von Lehren und Lernen (beispielsweise im Schulunterricht) wie folgt beschreiben: Durch das Lehr-Lernarrangement wird bestehendes Wissen *situert* aktiviert, mit äußeren Denkanlässen konfrontiert und dann durch Prozesse der *Akkommodation* und *Assimilation* erweitert. Die

Lernenden *konstruieren* über diese beiden Prozesse ihr Wissen in spezifischen Situationen selbst. Dieses Wissen wird anschließend als *neue* Wissensbasis weiteren Lernprozessen zugrunde gelegt und bildet die *neue* Grundlage für weitere Konstruktionsprozesse. Wissen entwickelt sich somit sukzessiv. Der Lernende übernimmt dabei eine *aktive* Rolle und *steuert* den Prozess durch seine Wissenskonstruktion und sein Handeln *selbst*. Beeinflusst wird dieser Prozess durch Einflüsse des Lehr-Lernarrangements (z.B. Materialien, Impulse der Lehrkraft, u.a.). Dieser Prozess kann somit instruktional durch eine Lehrkraft und das Lehr-Lernarrangement unterstützt, aber nicht vollständig gesteuert werden. Die Lehrkraft agiert innerhalb der Lernsituation eher reaktiv in Abhängigkeit vom jeweiligen Lernenden und vom jeweiligen Lerngegenstand. Der Lernprozess erfolgt maßgeblich *selbstgesteuert*, aber *sozial* beeinflusst (s. Abb. 1.1; Reinmann & Mandl 2006, S. 626; Tobinski & Fritz 2010, S. 231). *Emotionale* Komponenten fließen in den Lernprozess mit ein, werden in dieser Arbeit jedoch nicht zentral berücksichtigt.

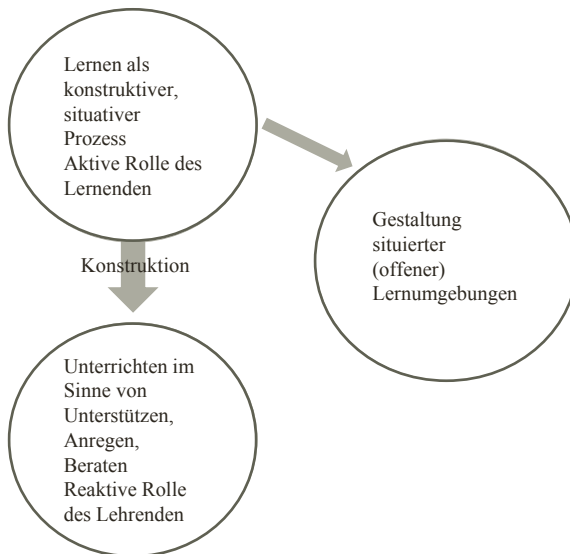


Abb. 1.1 Zusammenspiel von Lehren und Lernen in gemäßigt konstruktivistischer Sicht (Reinmann & Mandl 2006, S. 626)

Zusammenfassend beschreiben Reinmann & Mandl (2006) instruierte Lernprozesse durch die Charakteristika: *konstruktiv, situiert, aktiv, emotional, sozial* und *selbstgesteuert* (Reinmann & Mandl 2006, S. 638).

Lernen ist die Erweiterung oder Weiterentwicklung von Wissen, vor allem durch die Prozesse der Assimilation und Akkomodation. Ein instruierter Lernprozess kann beschrieben werden durch die charakteristischen Merkmale konstruktiv, situiert, aktiv, emotional, sozial und selbstgesteuert.

1.1.2 Ausdifferenzierung von Vorstellungen als zentraler Teil konzeptuellen Wissens

Da in dieser Arbeit nur die Konstruktion konzeptuellen Wissen adressiert wird (aber kein prozedurales, strategisches oder metakognitives Wissen), erfolgt im Weiteren eine Fokussierung auf Vorstellungen als relevanter Teilbereich von Wissen. Lernen wird damit auf Vorstellungsentwicklung fokussiert und teilweise auch als Verstehensprozess bezeichnet.

Das Konstrukt *Vorstellungen* wird in dieser Arbeit in Anlehnung an Gropengießer (2001, S. 31) als Oberbegriff für konzeptuelle Wissensbereiche *aller* Komplexitätsstufen genutzt: Konzepte, Theoreme, Denkfiguren und Theorien, die im Folgenden erläutert werden.

Um die terminologische Passung zu dem später genutzten Ansatz von Vergnaud (1996) herzustellen (s. Kapitel A1.1.3), werden in dieser Arbeit abweichend von Gropengießers (2001) Benennungen die Begriffe als *Konzepte* und die Ebene der Konzepte als *Theoreme* bezeichnet. Diese Konstrukte werden dabei wie folgt verstanden:

- *Konzepte* „sind die einfachsten Elemente [...] von Vorstellungen“ (Gropengießer 2001, S. 31)
- *Theoreme* „sind (durch Relationen) verknüpfte [*Konzepte*] [...], die gedankliche Elemente von Denkfiguren und Theorien sein können“ (Gropengießer 2001, S. 31)
- Denkfiguren „sind komplexe gestalthafte Vorstellungen, deren Elemente verschiedene [*Theoreme*] [...] sind“ (Gropengießer 2001, S. 31)
- Theorien „sind sehr komplexe Vorstellungen, deren Elemente [*Theoreme*] [...] und Denkfiguren sind, die in Beziehung gesetzt werden“ (Gropengießer 2001, S. 31)

Gropengießer beschreibt so Vorstellungen auf unterschiedlichen Komplexitätsstufen: von den einfachsten Elementen von Vorstellungen (*Konzepten*) bis zu den komplexen und vernetzten Vorstellungen (*Theorien*).

Diese zunehmend komplexeren Stufen von Vorstellungen haben gemein, dass sie sich jeweils auf einen Bereich der Wirklichkeit beziehen, dem *Referent*, beziehungsweise dem *referentiellen Bereich*, und sprachlich vermittelt werden können durch *Zeichen*, beziehungsweise *sprachliche Bereiche* (Gropengießer 2001, S. 30; s. Abb. 1.2).

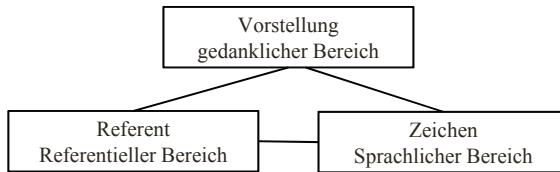


Abb. 1.2 Vorstellungen im Bezug zum sprachlichen und referentiellen Bereich

Durch diese Verbindungen, sind Vorstellungen, also kognitive Strukturen, stets an die Wirklichkeit gebunden und mit Zeichen beschreibbar. Insbesondere die Verbindung zur Wirklichkeit zeigt die Passung zum zuvor erläuterten allgemeineren Konstrukt von Wissen im gemäßigten Konstruktivismus.

Neben der Unterscheidung von Vorstellungen in unterschiedlichen Komplexitätsstufen ist bei Gropengießer (2001) die Unterscheidung von Vorstellungen in der Art der Referenz (lebensweltlich-wissenschaftlich) und im Grad ihrer Bewusstheit (implizit-explizit) relevant (Gropengießer 2001, S. 31). Im Folgenden wird die Bedeutung dieser drei Unterscheidungsdimensionen, 1. der Komplexitätsstufen, 2. der Herkunft und 3. dem Grad der Bewusstheit von Vorstellungen, für die Arbeit dargestellt.

Die erste Unterscheidungsdimension bilden die unterschiedlichen Komplexitätsstufen (von *Konzepten* bis hin zu *Theorien*). Dadurch können Vorstellungen auf diesen unterschiedlichen Komplexitätsstufen beschrieben und erfasst werden. Unter den Begriff der Vorstellungen werden somit in der Arbeit Wissensbereiche aller Komplexitätsstufen gefasst.

Die zweite beschriebene Unterscheidungsdimension, die der Herkunft von Vorstellungen, zeigt sich häufig in Diskussionen zu mathematisch nicht tragfähigen Vorstellungen. Die Unterscheidung bezieht dabei mit ein, ob Vorstellungen in institutionellen Lernsettings erworben werden (wissenschaftlich) oder in alltäglichen Situationen (lebensweltlich). Werden lebensweltliche Vorstellungen in Lehr-Lernarrangements genutzt, so sind dies häufig nicht tragfähige Verwendungen – häufig werden solche Vorstellungen dann als Fehlvorstellungen bezeichnet. Eine qualitative Unterscheidung in Fehlvorstellungen und erwünschte Vorstellungen wird hier allerdings nicht vorgenommen. Der gemäßigt konstruktivistisch geprägte Fokus der Arbeit impliziert, dass individuelle Vorstellungen aus der Sicht des Individuums jeweils sinnvoll sind, auch wenn sie fachlich (noch) nicht tragfähig sein müssen. Die individuellen Vorstellungen vereinen somit tragfähige und nicht tragfähige Vorstellungen unterschiedlicher Herkunft. In der Arbeit werden Vorstellungen ausschließlich bezüglich potentieller Adaptionsprozesse (Prozesse der Akkomodation und Assimilation) berücksichtigt (Smith, diSessa & Rochelle 1993). Aus diesem Grund ist auch die Unterschei-

dung in eine wissenschaftliche oder lebensweltliche Herkunft in der Arbeit irrelevant.

Die dritte beschriebene Unterscheidungsdimension, die des Grades der Bewusstheit von Vorstellungen, ist insbesondere für den Entwicklungsprozess von Vorstellungen relevant. Implizite Vorstellungen können bereits handlungsleitend sein, auch wenn sie noch nicht sprachlich geäußert werden können (Vergnaud 1996, S. 225). Um in dieser Arbeit den Aufbau von Vorstellungen detailliert zu verstehen, ist eben diese Unterscheidung besonders relevant. Sie werden in Kapitel A1.1.3 durch die Theorie der Konzeptuellen Felder nach Vergnaud (1996) ausgeschärft.

Vorstellungen sind subjektiv plausible Ausschnitte des konzeptuellen Wissens, die sich auf die Wirklichkeit beziehen und sprachlich geäußert werden können. Vorstellungsentwicklungen sind die Konstruktionen von Vorstellungen. Beide Konstrukte unterscheiden sich:

- 1) im Grad der Komplexitätsstufe (Konzept, Theorem, Denkfigur und Theorie)
- 2) im Grad der Bewusstheit (implizit – explizit)

Präskriptive und deskriptive Kategorien für Vorstellungen

Für die Spezifizierung des Lerngegenstands ist es bedeutsam, zu erreichendes Wissen in *präskriptiven Kategorien* zu fassen. Für die Analyse von Vorstellungsentwicklungsprozessen sind auch *deskriptive Kategorien* relevant, mit denen die jeweils aktuellen individuellen Vorstellungen erfasst werden können, auch wenn sie noch nicht tragfähig sind.

Eine wichtige, weil weit verbreitete, präskriptive Kategorie für Vorstellungen ist in der deutschsprachigen Mathematikdidaktik die der Grundvorstellungen (Bender 1991; vom Hofe 1995; Malle 2004; u.a.). Als Grundvorstellung zu einem mathematischen Begriff, einer Operation oder einem mathematischen Satz werden die inhaltlichen Vorstellungen auf Konzeptebene bezeichnet, die für eine Verbindung zwischen mathematischen Inhalten und außermathematischen Zusammenhängen notwendig sind (Bender 1991; vom Hofe 1995; Malle 2004), also die benötigten Vorstellungen für die Prozesse des Mathematisierens und Interpretierens (vom Hofe 1995; vom Hofe, Kleine, Blum & Pekrun 2006).

Das Konstrukt der Grundvorstellungen, das heute häufig auf vom Hofe (1995) zurückgeführt wird, aber grundlegend schon früher entwickelt wurde (als Überblick vom Hofe 1995; Griesel 1971; Blum & Kirsch 1979; u.a.), kann der Spezifizierung des Lerngegenstandes durch Auflistung der für diesen Gegenstand relevanten Vorstellungen auf Konzeptebene dienen (für die Algebra: Malle 1993; u.a.; speziell für die Gleichwertigkeit von Termen: Prediger 2009; u.a.). In internationalen Publikationen finden sich ähnliche Konstrukte unter unterschiedlichen Bezeichnungen, wie beispielsweise mental models, concepts oder sub-constructs (Fischbein 1989; Confrey 1990; Duit 1995; u.a.). In der beschriebenen präskriptiven Funktion werden Grundvorstellungen auch hier genutzt (s. Kapitel A2.1).

Bender (1991) betont zusätzlich, dass neben Grundvorstellungen als Interpretationen zu einem Wissensbereich auch Einsichten in Zusammenhänge notwendig sind, er nennt sie Grundverständnisse und betont damit, dass inhaltliche Vorstellungen neben der Konzeptebene auch die Theorem-Ebene und die Denkfiguren umfassen. Für die Ebene der Denkfiguren wird in Kapitel A1.1.3 das Konstrukt des präskriptiven Vorstellungskomplexes eingeführt.

Eine weitere wichtige Grenze des traditionellen Grundvorstellungskonstrukts hat auch vom Hofe (1995) in seiner kritischen Rekonstruktion historischer Bezüge thematisiert. So beschränkt sich das Konstrukt auf die präskriptive Dimension der zu entwickelnden Grundvorstellungen (vom Hofe 1995, S. 94), während die tatsächlichen kognitiven Strukturen der Lernenden wenig im Blick waren. Er plädiert daher dafür, das Konstrukt um eine deskriptive Dimension zu erweitern und auch die individuelle Vorstellungsentwicklung, also das Verstehen, mit in den Blick zu nehmen:

„*Grundannahme* des hier vertretenen Konzepts ist es, da[ss] sich durch die Umsetzung der didaktischen Kategorie entsprechende individuelle Erklärungsmodelle ausbilden lassen, die – bei allen subjektiven Schattierungen – einen gemeinsamen Kern haben, oder kurz: *da[ss] sich Grundvorstellungen ausbilden lassen.*“ (vom Hofe 1995, S. 123 Hervorhebungen i. O.)

In vom Hofes (1995) Beschreibung kann das um die deskriptive Dimension erweiterte Konstrukt einen Zugang zur Analyse von individuellen Vorstellungen geben und eine Unterstützung in der Überwindung von Herausforderungen in Lernprozessen ermöglichen (vom Hofe 1995, S. 130). Da in gemäßigt konstruktivistischer Perspektive die individuellen Vorstellungen zentral sind, folgt diese Arbeit dem Erweiterungsvorschlag von vom Hofe (1995), verwendet jedoch in Anlehnung an Prediger (2008) das Wort Grundvorstellungen ausschließlich für die präskriptiven Kategorien.

Grundvorstellungen sind eine präskriptive Kategorie für aus fachlicher Sicht relevante Vorstellungen auf Konzept-Ebene, die ausgeweitet werden müssen auf andere Komplexitätsebenen und deskriptive Kategorien für individuelle Vorstellungen.

1.1.3 Konstrukte aus Vergnauds Theorie der Konzeptuellen Felder zur Ausdifferenzierung von Vorstellungen

In Anlehnung an vom Hofe (1995) werden in dieser Arbeit präskriptive und deskriptive Sichtweisen auf Vorstellungen unterschieden. In Anlehnung an Gropengießer (2001) wird dabei eine Begriffsbestimmung von Vorstellung auf unterschiedlichen Komplexitätsstufen und unter Berücksichtigung des Grades der Bewusstheit dieser Vorstellungen vorgenommen. Im Folgenden wird das Konstrukt der Vorstellungen durch diese beiden Unterscheidungsdimensionen (präskriptiv-deskriptiv und durch die Komplexitätsstufen) ausdifferenziert. Um eine

Sprache für diese Unterscheidungen zu finden, wird Vergnauds (1996) Theorie der Konzeptuellen Felder hinzugezogen, in der systematisch zwischen präskriptiver und deskriptiver Sicht auf Vorstellungen auf unterschiedlichen Komplexitätsstufen unterschieden wird. Im Detail werden dazu aus deskriptiver Sichtweise in den Bearbeitungen der Lernenden Konzepte- und Theoreme-in-Aktion (als kleinste Elemente der Vorstellungen nach Vergnaud) rekonstruiert. Konzepte-in-Aktion sind Kategorien, die die Wahrnehmung der Welt lenken. Theoreme-in-Aktion sind Aussagen, die aus den Konzepten-in-Aktion gebildet werden. Der sprachliche Zusatz *-in-Aktion* verdeutlicht die potentielle Implizitheit und die Zugehörigkeit zu einer Handlung. Aus präskriptiver Sichtweise werden Theoreme und Konzepte ebenfalls bestimmt, aber ohne den sprachlichen Zusatz *-in-Aktion*. Als neues Konstrukt kommt die Unterscheidung der Denkfigur als präskriptiver Vorstellungs-, bzw. deskriptiver Verstehenskomplex hinzu.

Abbildung 1.3 zeigt – als Voraborientierung für die Lesenden – die hier genutzten Unterscheidungen von Vorstellungen in den beschriebenen Unterscheidungsdimensionen. Inwiefern diese komplexen Vorstellungen aus Theoremen und Konzepten, bzw. Theoremen- und Konzepten-in-Aktion gebildet werden, wird in den folgenden Abschnitten genauer erläutert.

	Präskriptiv (Spezifizierung zu erreichender kognitiver Strukturen)		deskriptiv (Beschreibung individueller kognitiver Strukturen)
Vorstellungen	allgemein: intendierte Vorstellung		allgemein: individuelle Vorstellung
• auf Konzept- ebene	Grundvorstellung Konzepte	↔	Konzept-in-Aktion
• auf Theorem- ebene	Grundverständnis Theoreme	↔	Theorem-in-Aktion
• als Denkfigur	präskriptiver Vorstellungskom- plex	↔	deskriptiver Verstehens- komplex

Abb. 1.3 Beziehung zwischen präskriptiver und deskriptiver Sichtweise auf Vorstellungen

Der gewählte theoretische Ansatz der Konzeptuellen Felder nach Vergnaud (1996) ist einer von mehreren existierenden Ansätze zur Erfassung von Vorstellungen und Vorstellungsentwicklungen, wie beispielsweise die epistemologische Theorie der inferentiellen Netze in Anlehnung an Brandom (2001; mathematikdidaktisch adaptiert in Hußmann & Schacht 2009; Schacht 2011; Hußmann 2013), oder das RBC+C Modell nach Schwarz, Dreyfus & Hershkowitz (2009, als Weiterentwicklung des RBC-Modells Hershkowitz, Schwarz & Dreyfus 2001), oder die epistemologische Interaktionsanalyse nach Steinbring (1993). Er passt für die hier verfolgten Forschungsinteressen besonders gut, wie im Folgenden plausibilisiert wird.

Vergnaud verfolgt mit seinem theoretischen Ansatz die Absicht, das Verstehen, also den Aufbau von Vorstellungen bei Lernenden zu erfassen (Vergnaud

1996, S. 224). Er geht dabei davon aus, dass (sprachliche, deiktische, etc.) Handlungen Vorstellungsentwicklungen ermöglichen und bereits implizite Vorstellungen repräsentieren. Handlungen haben für ihn dabei die Funktion der Verinnerlichung: „interiorization (or internalization) of activity“ (Vergnaud 2009, S. 85). Seine Theorie ermöglicht so bereits die Rekonstruktion impliziter kognitiver Strukturen und den Aufbau aus Handlungen. Auch die für diese Arbeit vorgenommene Adaption der Theorie der Konzeptuellen Felder dient zur Erfassung deskriptiver, detaillierter Sichtweisen auf Vorstellungen und deren Aufbau.

Durch Vergnauds Betonung des Handlungsaspektes passt sich die Theorie des Piaget-Schülers zudem in die hier gewählte gemäßigt konstruktivistischen Sichtweise auf Wissen und Lernen ein. Auch Vergnaud fokussiert so den „‘constructivist’ view of mathematical competencies and conceptions“ (Vergnaud 1990, S. 18).

Anhand weniger Prinzipien ermöglicht diese Theorie somit ein Gerüst zur Erfassung von kognitiven Strukturen und deren Aufbau:

„The theory of conceptual fields aims to provide, with a few concepts and a few principles, a fruitful and comprehensive framework for studying complex cognitive competences and activities and their development through experience and learning.“ (Vergnaud 1996, S. 219).

Im Folgenden werden die Theorie der Konzeptuellen Felder nach Vergnaud (1996) und ihre Adaption für diese Arbeit erläutert. Dazu werden zunächst seine Definitionen von individuellen Vorstellungen und deren Aufbau auf verschiedenen Komplexitätsstufen vorgestellt. Danach wird ein Ausblick auf die präskriptive Sicht auf Vorstellungen gegeben. Abschließend wird diskutiert, welche Aspekte der Theorie der Konzeptuellen Felder für die Arbeit relevant sind zur Entwicklung einer methodisch kontrollierten Methode, um individuelle Vorstellungen und deren Aufbau zu rekonstruieren.

Die Theorie der Konzeptuellen Felder nach Vergnaud dient hier der methodisch kontrollierten Erfassung von individuellen Vorstellungen und deren Aufbau. Die Theorie ermöglicht dabei die Erfassung unterschiedlicher Komplexitätsstufen und dem Grad der Bewusstheit von Vorstellungen. Situiertere Handlungen sind der Kern von Vorstellungsentwicklungen.

Individuelle Vorstellungen und deren Aufbau aus deskriptiver Sicht in Vergnauds Theorie der Konzeptuelle Felder

Um die Konstruktion von Vorstellungen zu beschreiben und rekonstruieren zu können, nutzt Vergnaud die Kategorien Konzepte- und Theoreme-in-Aktion als kleinste, teils implizite Bereiche individueller Vorstellungen. Diese können aber zu expliziten und vernetzten Vorstellungen weiterentwickelt werden und sind dadurch für die Vorstellungsentwicklung besonders relevant. Sie bilden somit

den Kern von Vorstellungen: „core of an individual’s conceptual or preconceptual representation of the world“ (Vergnaud 1996, S. 224). Diese Weiterentwicklung von kleinsten und teils impliziten Bereichen von Vorstellungen hin zu komplexen und expliziten Vorstellungen kann beispielsweise durch die Reflektion und Explikation anhand sprachlicher Mittel geschehen (in Anlehnung an Wygotski 1962). Die Arbeit fokussiert auf die teils impliziten Vorstellungen in Handlungen, die im Folgenden genauer erläutert werden.

Die konstruktivistische Grundannahme, dass Wissen in Handlungen konstruiert wird, leitet Vergnauds Annahme, dass Handlungen stets durch Vorstellungen geleitet sind. Er schränkt allerdings ein, dass den Lernenden dabei in der Regel nicht die genutzten Vorstellungen bewusst sind (Vergnaud 2009, S. 85). Er geht also von impliziten kognitiven Strukturen aus. Diese sind für ihn aus Handlungen rekonstruierbar. Das genutzte, teils implizite Verständnis kategorisiert er dabei bzgl. der Komplexitätsstufen in Konzepte- und Theoreme-in-Aktion (s. Abb. 1.3). Solche rekonstruierten impliziten Vorstellungen macht Vergnaud auch sprachlich durch den Zusatz *-in-Aktion* kenntlich. Durch die Zugehörigkeit dieser Wissens Elemente zu spezifischen Handlungen wird zugleich die Situiertheit der Vorstellungen betont (Vergnaud 2009, S. 85).

Konzepte-in-Aktion bestimmen die Perspektive der Lernenden auf die Wirklichkeit:

„Concepts-in-action are categories (objects, properties, relationships, transformations, processes, etc.) that enable the subject to cut the real world into distinct elements and aspects and pick up the most adequate selection of information according to the situation and scheme involved.“ (Vergnaud 1996, S. 225)

Da die Konzepte-in-Aktion immer individuelle Sichtweisen auf eine Situation wiedergeben, sind diese nicht mit den Kategorien richtig oder falsch bewertbar. Sie können nur – gemessen an der jeweiligen Situation – relevant oder irrelevant sein. Die Situationen, in denen die Konzepte-in-Aktion gebildet und angewendet werden, unterscheiden sich dabei in ihrer Komplexität, was sich wiederum auf die Komplexität der Konzepte-in-Aktion auswirken kann. Für komplexere Situationen können auch komplexere Konzepte-in-Aktion aktiviert und gebildet werden (Vergnaud 1996, S. 237; s. auch 1990; 2009).

Die *Theoreme-in-Aktion* beziehen sich hingegen auf Einheiten mit propositionalem Gehalt, also (ggf. implizite) Aussagen: „A theorem-in-action is a proposition that is held to be true by the individual subject for the certain range of the situation variables“ (Vergnaud 1996, S. 225). Vergnaud konzeptualisiert Theoreme-in-Aktion als direkt aus der Handlung rekonstruierbar, denn sie liegen diesen zugrunde. Im Gegensatz zu den Konzepten-in-Aktion können die Theoreme-in-Aktion in Bezug auf mathematische Richtigkeit bewertet werden,

Gleichwertigkeit von Termen

Entwicklung und Beforschung eines diagnosegeleiteten
Lehr-Lernarrangements im Mathematikunterricht der 8.
Klasse

Zwetzschler, L.

2015, XII, 359 S. 154 Abb., 13 Abb. in Farbe., Softcover

ISBN: 978-3-658-08769-2