

Geleitwort

Die Dissertation von Svenja Grundey zum Thema „Beweisvorstellungen und eigenständiges Beweisen - Entwicklung und vergleichend empirische Untersuchung eines Unterrichtskonzepts am Ende der Sekundarstufe“ befasst sich mit einer für den derzeitigen Mathematikunterricht hochaktuellen Fragestellung, nämlich wie die Vorstellungen der Schülerinnen und Schüler von Beweisprozessen und ihre Fähigkeiten zur selbständigen Durchführung von Beweisprozessen durch geeignete Unterrichtskonzepte im Mathematikunterricht gefördert werden können. Svenja Grundey nähert sich dieser Fragestellung durch eine empirisch-vergleichende Studie, die sie im Kontext von kanadischen und deutschen Unterrichtsstunden durchführt. Damit gelingt ihre eine faszinierende und äußerst aufschlussreiche Studie, die eine Innensicht mit einer Außenperspektive verbindet und damit zu sehr neuartigen und interessanten Ergebnissen bzgl. mathematischer Beweisprozesse im Unterricht kommt. Svenja Grundey führt dabei nicht nur eine vergleichend-empirische Studie, sondern darüber hinaus auch eine Studie durch, die viele eigenständige Konstruktionselemente enthält wie die Entwicklung eigenständiger Unterrichtskonzepte. Die dabei gewählte Methode des Design-based research und die empirische Verortung der Studie im Bereich der fachdidaktischen Entwicklungsforschung ist innovativ und geeignet, der in den letzten Jahren weniger virulenten Diskussion zum Beweisen im Mathematikunterricht entscheidende Impulse zu geben.

Die Dissertation knüpft an die aktuelle Beweisdiskussion zwischen methoden- und verstehensorientierten Ansätzen an, insbesondere an den in der deutschsprachigen Diskussion weniger bekannten Ansatz der „Problematik der Sichtbarkeit“ („condition of transparency“ von Kirsten Hemmi), der viele Probleme von Schülerinnen und Schülern mit Beweisen und den dabei zugrundeliegenden Vorstellungen und Vorgehensweisen erklären kann.

Auf einer ausgewiesenen theoretischen Basis führt Svenja Grundey dann im Analysisunterricht der Jahrgangsstufen 10 bis 12 in Kanada und Deutschland in vier Klassen ein Designexperiment durch, das drei Phasen enthält, nämlich eine Beweisrezeptions-, Beweisdiskussions- und

Beweiskonstruktionsphase. Auf der Basis dieser bedeutenden Eckpunkte der Arbeit werden die beiden zentralen Fragestellungen der Arbeit entfaltet, nämlich

- der Frage nach den Beweisvorstellungen der Schülerinnen und Schüler in den beteiligten Klassen 10 – 12 und dem Zusammenspiel zwischen diesen Beweisvorstellungen und den eigenständigen Beweisaktivitäten;
- der Frage danach, inwieweit sich das entwickelte Unterrichtskonzept sowohl als Grundlage zur Förderung von Beweisvorstellungen und eigenständigen Beweisprozessen als auch zur Analyse diesbezüglicher komplexer Lernprozesse eignet.

Diese Fragen werden in der vorliegenden Dissertation umfassend behandelt und zeigen auf, dass es kulturübergreifende Vorstellungen zum Beweisen sowie kulturübergreifende Probleme mit dem Beweisen gibt, ebenso wie kulturelle Prägungen. Insgesamt macht die Arbeit deutlich, dass auch in einem voruniversitär geprägten Unterricht auf Verständnis ausgerichtete Argumentations- und Beweisprozesse durchgeführt werden können, die alle Schülerinnen und Schüler ansprechen und an denen alle Lernenden teilnehmen können. Beweisen – das macht Svenja Grundey in ihrer Arbeit deutlich – ist nicht nur für die leistungsstärksten Schülerinnen und Schüler interessant, die Frage, was eigentlich ein Beweis ist, was beim Beweisen zulässig ist und was nicht, ist eine intellektuelle Herausforderung für alle Lernenden. Solche Herausforderungen braucht der aktuelle Mathematikunterricht, auf breiter Ebene. Aufgezeigt zu haben, dass dies möglich ist und wie, ist eine der zentralen Leistungen der Arbeit von Svenja Grundey, der eine große Beachtung in der Mathematikdidaktik gebührt.

Hamburg, im November 2014

Gabriele Kaiser

Geleitwort

Svenja Grundey hat mich gebeten ein Vorwort für das vorliegende Buch zu schreiben. Diesem Wunsch komme ich gerne nach, da ich ihre Arbeit von Anfang an begleitet habe. Zunächst aus Kanada, wo sie ein von ihr entwickeltes Unterrichtskonzept in zwei 10. Klassen erprobt und empirisch untersucht hat, später aus Deutschland, wo ich Svenja Grundey zuvor kennen gelernt hatte und später auch wieder betreut habe. Die Dissertation von Svenja Grundey, die nun als Buch vorliegt, stellt aus meiner Sicht einen Beitrag mit neuen wissenschaftlichen Erkenntnissen dar, die für den Fortschritt der Didaktik der Mathematik von herausragender Bedeutung sind. Der Fokus ihrer Arbeit ist auf das komplexe Wechselspiel von fachlichen Vorstellungen und Kompetenzen von Lernenden im Bereich des Beweisens gerichtet. Die Entwicklung eines innovativen Unterrichtskonzeptes im Bereich der Analysis und seine Durchführung in Form von Designexperimenten in zwei deutschen und zwei kanadischen Klassen sind ein anspruchsvolles Vorhaben, das auf meisterhafte Weise eingelöst wird. Die umfassende empirische Auswertung dieses Designexperimentes liefert nicht nur neue empirische Einsichten, sondern auch raffinierte theoretische Erklärungen, welche die Relevanz des Wechselspiels von Vorstellungen und Kompetenzen bei Lernprozessen auch über den Bereich des Beweisens hinaus deutlich werden lassen.

In einer kompakten Einleitung (**Kapitel 1**) wird zu Beginn der Arbeit zunächst die Relevanz des Forschungsgebietes mit Blick auf heutige Standards von Mathematikunterricht herausgestellt, in denen prozessorientierten Kompetenzen wie Beweisen und mathematischem Argumentieren zunehmende Bedeutung zukommt. Mit Verweisen auf den Forschungsstand im Bereich der Didaktik mathematischen Beweisens wird daran anschließend der gewählte Forschungsfokus - die Bedeutung von Schülervorstellungen bei eigenständigen Beweisprozessen - überzeugend begründet. Der theoretische Hintergrund der Arbeit, der anschließend skizziert wird, rahmt inhaltlich sowohl die Anlage der durchgeführten Designexperimente als auch die Interpretationen der empirischen Untersuchungen. Seine prägnante Darstellung bereits in der Einleitung erlaubt, diese Rahmung von Beginn an zu erkennen. Auch die folgende Darlegung des zyklischen Verlaufs des Unterrichtsexperiments macht es mög-

lich, bereits in der Einleitung nicht nur den Ansatz des Unterrichtskonzeptes zu verstehen, sondern auch einzusehen, auf welche Weise die empirische Erforschung des komplexen Zusammenspiels von Beweisvorstellungen und eigenständigen Beweisprozessen angelegt ist. Schließlich werden die mit der Arbeit verbundenen Ziele in der Einleitung explizit formuliert und konkretisiert. Svenja Grundey's äußerst anspruchsvolles und zugleich praxisorientiertes Forschungsvorhaben wird so bereits in dieser dichten Einleitung nachvollziehbar.

In Auseinandersetzung mit einschlägiger Literatur aus zwei Forschungsgebieten, der mathematikdidaktischen Forschung zum Beweisen auf der einen Seite und der Forschung zu Metakognition und Beliefs auf der anderen Seite, legt Svenja Grundey in den Kapiteln 2 und 3 eine fokussierte Basis für ihre Arbeit.

Kapitel 2 beginnt mit einer Klärung des Beweisbegriffs, der von Svenja Grundey auf sozial-konstruktivistische Ansätze hin ausgerichtet wird. Diese Orientierung wird überzeugend begründet, indem sie ihre Forschungsarbeit auf Beweisprozesse in der unterrichtlichen Praxis und die soziale Konstitution dieser Prozesse im Unterricht fokussiert. Eine knappe Darstellung dieser Ansätze wird somit einer breiten und unspezifischen Diskussion eines mittlerweile sehr umfangreichen und in sich wenig konsistenten Forschungsstandes vorgezogen. Die Markierung der damit verbundenen Hintergrundtheorie erlaubt es Svenja Grundey zudem bereits in diesem Kapitel erste beweisdidaktische Prinzipien ihres Designexperiments theoretisch zu begründen. Ähnlich verfährt sie auch bei der Darstellung unterschiedlicher Funktionen von Beweisen. Sie macht deutlich, welche Relevanz den einzelnen Funktionen im geplanten Unterrichtsexperiment zukommt. Dabei arbeitet sie heraus, welche Beweisvorstellungen dadurch bei den Lernenden potentiell angeregt werden. Auf der Grundlage empirischer Studien zu Beweiskompetenzen stellt Svenja Grundey anschließend sorgfältig und nuanciert bereits bekannte Schwierigkeiten von Schülerinnen und Schülern mit mathematischen Beweisen und Beweisaktivitäten heraus. Es wird offensichtlich, dass auch dabei Beweisvorstellungen eine zentrale Rolle zukommt. Diese Vorstellungen werden in beweisdidaktischen Unterrichtsansätzen, die im weiteren adäquat und in einer guten Auswahl vorgestellt und diskutiert werden, eher indirekt aktiviert, ihre Relevanz im Wechselspiel mit Beweisaktivitäten jedoch in der Regel nicht explizit in diesen Untersuchungen erforscht.

In der hier bestehenden Forschungslücke verortet Svenja Grundey zu Recht ihre Arbeit. Sie begründet dies zunächst theoretisch durch Rückgriff auf beweisdidaktische Überlegungen von Hemmi (2006 und 2008), die an Grundprinzipien der Lerntheorie von Lave und Wenger (1991) anschließt. Dieser Rahmen ist konsistent zu dem von Svenja Grundey dargelegtem Verständnis von mathematischen Beweisen gewählt. Darüber hinaus erlaubt die von Lave und Wenger entwickelte Begriffsbildung, das komplexe Wechselspiel von Beweisvorstellungen und eigenständigen Beweisen auf neue Weise zu begreifen. Dies führt Svenja Grundey überzeugend aus, indem sie auch die Konkretisierungen dieses Ansatzes im Bereich der Beweisdidaktik durch Hemmi ausführlich diskutiert. Sie liefert damit eine innovative theoretische Grundlage für ihr Designexperiment sowie seine empirische Erforschung.

In **Kapitel 3** begründet Svenja Grundey den Ansatz ihrer Studie aus einem weiteren Forschungsgebiet, in dem Metakognitionen und Beliefs als zentrale Momente von mathematischen Lernprozessen untersucht werden. Sie geht auf eine Vielzahl mathematikdidaktischer Studien dieser Forschungstradition ein und stellt Erkenntnisse dieser Forschung pointiert dar. Sie arbeitet überzeugend heraus, dass die Reflexion eigener Grundüberzeugungen und Vorstellungen, wie auch eingesetzter Strategien zu höheren Kompetenzen und einem tieferen Verständnis in mathematischen Lernprozessen führen. Abschließend diskutiert sie didaktische und methodische Implikationen dieser Ansätze für unterrichtliche Prozesse. Sie zieht dabei beweisdidaktische Arbeiten hinzu und konkretisiert so weitere Prinzipien für ihr Unterrichtskonzept, das sie im nächsten Kapitel darstellt.

Begründet durch den dargestellten Stand der Forschung stellt Svenja Grundey in **Kapitel 4** das von ihr entwickelte Unterrichtskonzept und seine Umsetzung im Bereich der Analysis dar. Sie präsentiert zunächst ein didaktisches Modell, das zugleich Grundlage des Unterrichtskonzeptes des Designexperimentes ist, wie auch vielfältige Ansatzpunkte zur empirischen Erforschung des Wechselspiels von eigenständigen Beweisprozessen und Beweisvorstellungen bietet. Das Modell umfasst drei Phasen: Beweisrezeption, Beweisdiskussion und Beweiskonstruktion. Diese sind vom Prozess und ihrer fachlichen Anlage her eng aufeinander bezogen und sollen zyklisch mehrfach durchlaufen werden. Sie werden analytisch als drei Phasen betrachtet, unterrichtspraktisch wird jedoch

keine strikte Trennung erwartet. Im Folgenden wird die intendierte unterrichtliche Umsetzung dieses Modells im Bereich Analysis beschrieben. Dafür wird zunächst das von Svenja Grundey selbst entwickelte Unterrichtsmaterial vorgestellt, wie auch seine Konzeption begründet. Es werden zu zwei mathematischen Aussagen fiktive Schülerbeweise ("prototypische Schülerantworten") für die unterrichtliche Diskussion entwickelt. Vier weitere mathematische Aussagen werden für die eigenständigen Beweise im Unterricht vorgeschlagen, die zu vertieften Diskussionen im Unterricht führen sollen. Das von Svenja Grundey entwickelte Material ist sehr reichhaltig und bis ins Detail durchdacht. Die gewählten Aussagen sind in scharfsinniger Weise aufeinander bezogen, wie auch die fiktiven Schülerbeweise. Das entwickelte Material bietet somit einen wertvollen Fundus an Unterrichtsmaterialien für einen beweis- und verständnisorientierten Analysisunterrichts. Abschließend skizziert Svenja Grundey den geplanten Verlauf des Unterrichtsexperimentes, das im kanadischen Kontext aufgrund unterrichtlicher Restriktionen in einer gekürzten Variante durchgeführt wird.

An diese Darstellung schließt **Kapitel 5** an, in dem Methodologie und methodischer Ansatz der Arbeit dargelegt und begründet werden. Svenja Grundey verortet ihre Studie in der Tradition "Fachdidaktischer Entwicklungsforschung" nach dem Dortmunder Modell. Dies begründet sie wohlüberlegt in Auseinandersetzung mit umsichtig ausgewählter Literatur zu Design Research im Forschungsfeld von Fachdidaktik. Sie nimmt den hohen und vielfältigen Anspruch dieser Forschungsrichtung an. Sie strebt einerseits an, Materialien und Unterrichtssettings für innovative, gezielte Lehr- / Lernprozesse zu entwickeln und diese der didaktischen Praxis zur Verfügung zu stellen. Sie plant darüber hinaus vielschichtige und aufwändige qualitative Falluntersuchungen in zwei unterschiedlichen Landeskontexten, Deutschland und Kanada. Zudem strebt sie eine empirisch-begründete Theoriebildung an, die auf beweisdidaktischen Ansätzen aufbaut und diese weiterführt. Den methodischen Ansatz ihrer Arbeit führt sie überzeugend in Kapitel 5 aus. Sie spezifiziert angemessen den Lerngegenstand ihres Designexperimentes und beschreibt die geplante Durchführung hinreichend detailreich. Sie begründet wohlüberlegt ihre Vorstudie, ihre Sampling- und Datenerhebungs-Strategien (schriftliche Produkte wie auch Audio- und Videodaten des Unterrichts), die ihr sowohl die Analyse von Produkten wie auch Prozessen ermöglichen. Er-

gänzt werden diese Daten durch Interviewdaten, die angesichts der Fragestellungen ihrer Arbeit von besonderer Bedeutung sind. Außerdem legt Svenja Grundey ihre Analyse- und Auswertungsmethoden auf überzeugende Weise dar und macht so nachvollziehbar, wie sie dem selbst gestellten Anspruch der Datentriangulation und der systematischen Komparation ihrer Daten gerecht werden will.

Der kostbare Schatz der Arbeit liegt in den empirischen Ergebnissen der Studie und seinen gehaltvollen Interpretationen. Diese werden in den Kapiteln 6 – 9 dokumentiert. Im **Kapitel 6** stellt Svenja Grundey zunächst die in der Tat überraschend homogenen Beweisvorstellungen von deutschen und kanadischen Schülerinnen und Schülern zu Beginn des Designexperimentes anschaulich und zugleich übersichtlich vor. Sie stellt diesen überwiegend einheitlichen Vorstellungen zu Beginn Rekonstruktionen von sich unterschiedlich differenzierenden und teilweise divergierenden Vorstellungen am Ende des Designexperimentes gegenüber. Angesichts der wenigen Unterrichtsstunden, die das Designexperiment umfasste, sind solche “Veränderungen” mit Bedacht zu betrachten. Auch ihre Nachhaltigkeit lässt sich nur sehr bedingt abschätzen. Dennoch macht Svenja Grundey deutlich, dass durch das Designexperiment selbst in kurzer Zeit fruchtbare Anstöße für die Entwicklung von Beweis Kompetenzen gegeben werden konnten, wenn auch in den verschiedenen Klassen auf verschiedene Weise und mit unterschiedlichen Effekten.

In **Kapitel 7** werden anhand von exemplarischen Schülerlösungen die von den Lernenden eigenständig geführten Beweise zu drei mathematischen Aussagen sehr anschaulich und umfassend nachgezeichnet. Sorgfältig greift Svenja Grundey typische Ansätze aus den verschiedenen Lerngruppen auf und stellt diese gegenüber. Sie charakterisiert diese Ansätze anhand beweisdidaktischer Kategorien sehr treffend und gibt zusätzlich in Form von Tabellen Überblick, wie häufig die einzelnen Beweistypen in den jeweiligen Lerngruppen aufgetreten sind. So gelingt Svenja Grundey eine eindrucksvolle umfassende Darstellung der von den Schülerinnen und Schülern eigenständig geführten Beweise, die kontrastierende Vergleiche herausfordert. Solche ersten Komparationen, insbesondere auch mit Blick auf die Rolle von Beweisvorstellungen, werden in der Zusammenfassung der Ergebnisse am Ende des Kapitels bereits diskutiert. Svenja Grundey stellt fest, dass nicht nur zwischen den Lernenden und Lerngruppen Unterschiede im beweisenden Vorgehen und

bezüglich des Rückgriffs auf Beweisvorstellungen deutlich werden, sondern auch abhängig vom Schwierigkeitsgrad der jeweiligen Beweisaufgabe und seines Zeitpunktes im Designexperiment. Sie zeigt zugleich, dass algebraisch-mechanischen Beweisvorstellungen immer wieder eine Dominanz zukommt, nicht nur zu Beginn sondern auch bei herausfordernden Aufgabenstellungen werden diese besonders stark aktiviert. Dies ist zum Teil durch die behandelten Inhalte im Bereich der Analysis bedingt, aber auch durch die stark verankerten und homogenen Beweisvorstellungen zu Beginn. Lediglich in einer der untersuchten Lerngruppen werden andere Vorstellungen hinreichend unterstützt und gefördert, so dass diese von den Lernenden stärker entwickelt und in eigenständigen Beweisprozessen genutzt werden können. Dies sind äußerst interessante Erkenntnisse.

In **Kapitel 8** wertet Svenja Grundey die Aushandlung von Kriterien für mathematische Beweise in den verschiedenen Lerngruppen aus. Sie bezieht sich dabei im Wesentlichen auf die Diskussionsphasen der prototypischen Schülerbeweise in den verschiedenen Klassen und Kursen, die als Grundlage für die Entwicklung von Kriterien für mathematische Beweise dienen. Sie beschreibt zunächst für jede Lerngruppe anschaulich und überzeugend, auf welche Weise die vorgegebenen prototypischen Beweise im Unterricht diskutiert worden sind. Sie fasst Gemeinsamkeiten und Unterschiede überzeugend zusammen und stellt anschließend ausführlich dar, wie im weiteren Unterricht darauf aufbauend, Kriterien für mathematische Beweise entwickelt worden sind. Dabei werden signifikante Unterschiede deutlich, die Svenja Grundey vor allem durch die unterschiedliche Steuerung der Lehrpersonen erklärt. Ihre Interpretationen und Ausführungen machen deutlich, dass der Aushandlung von Beweiskriterien im Unterricht eine besondere Bedeutung für die Entwicklung und Veränderung von Beweisvorstellungen zukommt, die sich zudem in den eigenständigen Beweisen manifestieren.

Kapitel 9 vertieft auf besondere Weise die bereits gewonnenen Erkenntnisse bezüglich des Wechselspiels von Beweisvorstellungen und eigenständigen Beweisen und verleihen der gesamten Arbeit zusätzlich eine eindrucksvolle Tiefenschärfe. Svenja Grundey dokumentiert in diesem Kapitel auf eindrucksvolle Weise "Bruchstellen im Lernprozess". Sie betrachtet vier typische fachliche Situationen genauer, in denen Herausforderungen und Schwierigkeiten in den Lernprozessen der Schülerinnen

und Schüler beobachtet werden konnten. Sie rekonstruiert und analysiert exemplarisch auffällige Konflikte in den Lernprozessen und zeigt ein breites Spektrum an Schülerstrategien des Umgangs damit auf. Sie arbeitet zudem heraus, welche Beweisvorstellungen Lernende in ihren eigenständigen Beweisen und Lernprozessen offensichtlich behindern. Dabei geht sie insbesondere auf die einschränkende und negative Wirkung von mechanisch-algebraischen Beweisvorstellungen ein. Als förderlich und unterstützend stellt Svenja Grundey die Orientierung an prototypischen Schülerbeweisen und visuellen Herangehensweisen heraus, die sie etwas missverständlich als "visuelle Vorstellungen" bezeichnet. Eindrücklich deutlich wird hier, dass ein breites Repertoire an Beweisvorstellungen besonders vielseitige Handlungsspielräume für Lernende schafft und positiv auf ihre Lernprozesse wirkt.

In einer komprimierten und fokussierten Zusammenfassung der Ergebnisse im **Kapitel 10** stellt Svenja Grundey zunächst noch einmal eindrücklich die Hartnäckigkeit und Wirksamkeit von Beweisvorstellungen, insbesondere von formal-algebraischen Vorstellungen bei eigenständigen Beweisprozessen, heraus. Sie macht deutlich, dass Veränderungen von Schülervorstellungen und die Initiierung von fruchtbaren, eigenständigen Lernprozessen durch unterrichtliche Interventionen und geeignete Unterrichtsmaterialien möglich sind, allerdings nur dann, wenn die Schülervorstellungen im Unterricht durch die Lehrperson geschickt moderiert und in gehaltenen und strukturierenden Unterrichtsgesprächen thematisiert werden. Diese Ergebnisse erklärt Svenja Grundey abschließend noch einmal anschaulich und unterrichtsbezogen mit Hilfe des von ihr herangezogenen Theoriehintergrundes. Sie liefert überzeugende Erklärungen für die rekonstruierten Schwierigkeiten auf der Inhaltsebene und beim Wechselspiel zwischen Beweis- und Inhaltsebene. Sie argumentiert konkret und treffend, wie das Problem der Sichtbarkeit und die Fokussierung auf eine der beiden Ebenen zu Schwierigkeiten in den Lernprozessen führen können. Sie zeigt auf, welche Bedeutung der Passung von Inhalts- und Beweisebene zukommt und wie förderlich sich diese Passung auf eigenständige Beweisprozesse auswirkt. Durch diese Interpretationen erhöht Svenja Grundey zum einen den wissenschaftlichen Gehalt und die Tiefe ihrer Erkenntnisse, zum anderen bietet sie wertvolle unterrichtspraktische Anregungen. Abschließend identifiziert Svenja Grundey auf der Grundlage ihres theoretischen Modells förderliche und hinderliche

Faktoren für Beweisprozesse, die Entwicklung von tragfähigen Beweisvorstellungen und ihr Wechselspiel. Sie bestätigt dabei noch einmal die Bedeutung von Unterrichtsgesprächen und die nicht zu unterschätzende Rolle der Lehrperson für die Lernprozesse der Schülerinnen und Schüler.

Svenja Grundey schließt ihre Arbeit in **Kapitel 11** mit einer fokussierten Reflexion des Designexperimentes, konstruktiven Überarbeitungsvorschlägen und einem knappen Ausblick. Sie reflektiert überzeugend zunächst die fachliche Strukturierung und Spezifikation des Lerngegenstandes im Designexperiment und kommt im Rückblick zu dem berechtigten Schluss, dass die grundsätzliche Ausrichtung fachlich angemessen und an den Lernenden orientiert gewesen sei. Ihre Bemerkungen zur Entwicklung und Durchführung des Designexperimentes fallen kritischer aus, was auf der Basis der tiefgehenden Erkenntnisse der Arbeit nachvollziehbar ist. Svenja Grundey konstatiert, dass der Strukturierung und Führung von Beweisdiskussionsphasen im Unterricht und dem Wechselspiel von Inhalts- und Beweisebene im Unterricht noch mehr Aufmerksamkeit und Bedeutung zukommen muss. Bezüglich der fiktiven prototypischen Schülerbeweise schlägt sie konstruktive Ergänzungen vor, die noch stärker als die bereits entwickelten Materialien Alternativen zu formal-algebraischen Vorstellungen anbieten. Im Hinblick auf die Nachhaltigkeit der angeregten Lernprozesse weist Svenja Grundey zu Recht darauf hin, dass erst die wiederholte Durchführung des Unterrichtskonzeptes, insbesondere auch zu anderen Inhaltsbereichen, eine realistische Chance auf eine nachhaltige Kompetenzentwicklung im Bereich des Beweisens hat. Eine solche zyklische Erprobung steht derzeit noch aus, ist jedoch bereits geplant.

Svenja Grundey bietet mit ihrer Arbeit gehaltvolle und tiefgehende Einsichten in das komplexe Wechselspiel von Beweisvorstellungen und Beweiskompetenzen, das in seiner Verflochtenheit in der einschlägigen Forschungsliteratur bisher noch kaum untersucht ist. In dem von ihr entwickelten Designexperiment wurden im Bereich der Analysis eigenständige Beweisprozesse von Lernenden in zwei deutschen und zwei kanadischen Klassen initiiert. International vergleichende Komparationen sind damit ein methodologisch verankerter Bestandteil ihrer empirischen Forschungsarbeit. Durch die systematische und kontrastierende Erforschung der Lernprozesse in den durchgeführten Unterrichtsexperimenten konnten nicht nur die für die Lernprozesse epistemologisch bedeutsamen

Wechselspiele rekonstruiert und nachvollziehbar werden, sondern auch notwendige didaktische Anpassungen des Designexperimentes identifiziert werden. Damit liefert sie ein empirisch erprobtes verständnisorientiertes Unterrichtsmodell zur Didaktik des Beweisens im Mathematikunterricht, das auf sich entwickelnde Beweisvorstellungen beim eigenständigen Beweisen von Lernenden konstruktiv aufbaut und außerordentlich innovativ ist.

Bremen, im November 2014

Christine Knipping

Beweisvorstellungen und eigenständiges Beweisen
Entwicklung und vergleichend empirische
Untersuchung eines Unterrichtskonzepts am Ende der
Sekundarstufe
Grundey, S.
2015, XXVIII, 346 S. 19 Abb., Softcover
ISBN: 978-3-658-08936-8