

## Einleitung

Optimierung ist ein Teilgebiet der angewandten Mathematik und beschäftigt sich mit Problemstellungen aus Alltag, Industrie und Wirtschaft. Eine Zielfunktion, wie beispielsweise der Profit eines Unternehmens oder die Entfernung zu bestimmten Orten in der Standortplanung, soll unter bestimmten Nebenbedingungen minimiert oder maximiert werden, um die Situation für den Auftraggeber zu optimieren. Die lineare, ganzzahlige, nichtlineare und multikriterielle Optimierung sowie die Standortplanung bilden einige der Forschungsschwerpunkte, welche in der Optimierung untersucht werden. In jedem dieser Teilbereiche gibt es eine Vielzahl von Problemstellungen, welche sich mithilfe geometrischer Methoden lösen lassen und sich daher hervorragend für die Einbettung in den Mathematikunterricht in der Schule eignen. Einige anwendungsorientierte Problemstellungen aus den genannten Teilbereichen mit dem Schwerpunkt auf Fragestellungen aus dem Bereich der Standortplanung werden in der folgenden Arbeit ausführlich untersucht, der mathematische Hintergrund beleuchtet und anhand realitätsnaher Beispiele anschaulich erklärt.

Geometrische Inhalte des Rahmenlehrplans können somit mittels anwendungsbezogener und realitätsnaher Themen eingeführt, erarbeitet und wiederholt werden. Geometrie ist ein Themenfeld, welches den Mathematikunterricht durch alle Jahrgangsstufen hinweg durchzieht und somit eine Einbettung geometrischer Optimierungsthemen in unterschiedlichen Jahrgangsstufen ermöglicht. Optimierung bietet also eine Möglichkeit, anwendungsbezogenen Mathematikunterricht bereits von früh an in der Schule durchzuführen und entlang des Curriculums bis hin zum Abitur zu verfolgen.

Um Themen aus dem Bereich der Optimierung im Unterricht zu behandeln, gibt es verschiedene Umsetzungsmöglichkeiten. Durch die Wahl der Unterrichtsform kann der Schwerpunkt auf allgemeine oder inhaltliche mathematische Kompetenzen gelegt werden. In den aktuellen Bildungsstandards und Lehrplänen wird als eine zu erwerbende und zu fördernde mathematische Kompetenz *K3: Mathematisch modellieren* genannt, vergleiche (Blum, Driike-Noe, Hartung & Köller, 2010), (KMK, 2003). Anhand mathematischer Modellierung können verschiedene mathematische Kompetenzen gefördert und eine Binnen-differenzierung innerhalb der Klassen möglich gemacht werden. Modellierungskompeten-

zen sind jedoch nicht nur in der Schule notwendig, sondern stellen eine wichtige Kompetenz für den Alltag und das Berufsleben dar. Es ist daher wichtig, Modellierungskompetenzen bereits von früh an regelmäßig im Unterricht aktiv zu fördern. Viele Lehrerinnen und Lehrern fühlen sich jedoch unsicher, wie Modellierung im Regelunterricht sinnvoll verwirklicht werden kann. Es ist daher wichtig, effektive Unterrichtskonzepte zu entwickeln, um die regelmäßige Umsetzung im Mathematikunterricht zu ermöglichen.

Eine Vielzahl von Studien hat gezeigt, dass mathematische Modellierung in der Schule nicht nur allgemeine Kompetenzen, sondern auch mathematische Fähigkeiten unterstützt und verbessert. Ein Beispiel hierfür ist eine Studie von Gialamas, Karaliopoulou, Klaoudatos, Matrozos und Papastavridis (1999), in welcher die Leistung von Schülerinnen und Schülern von einem Unterricht mit Modellierungsaufgaben mit einem Unterricht ohne Modellierungsaufgaben miteinander verglichen wurden. Die Modellierungsgruppe zeigte in dieser Studie sowohl bei realitätsbezogenen Aufgaben, als auch bei rein mathematischen Aufgaben signifikant bessere Leistungen als die Vergleichsgruppe.

In weiteren Studien zu mathematischer Modellierung im Unterricht oder in längerfristigen Projekten erkannten unter anderem Crouch und Haines (2004), dass im Unterricht eine viel größere Erfahrung im Umgang mit Anwendungsproblemen benötigt wird. Auch Kaiser und Schwarz (2010) formulierten in ihren Studien das Fazit, dass Modellierung häufiger in den Mathematikunterricht integriert werden sollte. Um der Problematik des oft großen Zeitdruckes im Unterricht zu begegnen, seien neue Unterrichtskonzepte notwendig, um Modellierung künftig strukturierter unterrichten zu können.

Bereits entwickelte Unterrichtskonzepte zur Bearbeitung mathematischer Modellierungsaufgaben mit Schülerinnen und Schülern können in zwei große Ansätze unterteilt werden. Der holistische Ansatz verfolgt das Ziel, Modellierungskompetenzen durch die Bearbeitung vollständiger Modellierungsaufgaben zu fördern, wohingegen beim atomistischen Ansatz Aufgaben zu den einzelnen Teilkompetenzen des Modellierens separat trainiert werden. Der Lernprozess kann außerdem durch unterschiedliche Anleitungsförmn unterstützt werden. Die mathematische Modellierungswoche, welche 1993 in Kaiserslautern ins Leben gerufen wurde (siehe Bracke und Geiger (2011)) und während der vollständige Modellierungsprobleme in kleinen Gruppen über einen Zeitraum von einer Woche bearbeitet werden, kann dem holistischen Ansatz zugeordnet werden. Der holistische und atomistische Ansatz wurden in einem in Hamburg durchgeführten Projekt namens ERMO (siehe Brand (2014)) bezüglich ihrer Effektivität zum Erwerb von Modellierungskompetenzen miteinander verglichen. In den Kompetenzbereichen „Vereinfachen/Mathematisieren“ sowie „Gesamtmodellieren“ konnten hierbei größere Effektstärken in der holistischen Gruppe nachgewiesen werden.

Ein Beispiel für angeleitete Lernprozesse bietet das Projekt DISUM (siehe Blum und Leiß (2007)). Den Schülerinnen und Schülern wurde hierbei unter anderem eine Anleitung in Form von Lösungsplänen zur Verfügung gestellt, um den Lösungsprozess von Modellierungsaufgaben zu unterstützen.

In der folgenden Forschungsarbeit wurde eine Unterrichtseinheit entwickelt, welche zum Ziel hat Modellierungskompetenzen in einem kurzen Zeitrahmen zu fördern und anwendungsnahe Problemstellungen in einen authentischen Mathematikunterricht zu integrieren. Dabei wurde ein holistischer und selbstständigkeitsorientierter Ansatz gewählt, welcher unter anderem bei den Ergebnissen der Projekte ERMO und DISUM ansetzt, sowie Erfahrungen der in Kaiserslautern durchgeführten Modellierungstage und -wochen bei der Erstellung von Modellierungsaufgaben einbringt. Hierzu wurden geometrische Problemstellungen aus dem Bereich der Standortplanung gewählt.

Die in dieser Arbeit entwickelte Unterrichtseinheit wurde in einer empirischen Studie, an welcher sich 10 Schulen aus Rheinland-Pfalz mit einer Summe von 332 Schülerinnen und Schülern der 10. Jahrgangsstufe beteiligten, erprobt. Der kurzfristige sowie nachhaltige Effekt bezüglich der Motivation und des Erwerbs von Modellierungskompetenzen wurde in einem Prä- und Posttest-Design untersucht.

Die folgende Arbeit ist in zwei Teile aufgegliedert. Teil I befasst sich mit den mathematischen Hintergründen geometrischer Problemstellungen der Optimierung. Nach einem kurzen Einführungskapitel zur Begriffsklärung von Geometrie und Optimierung wird in Kapitel 2 ein kurzer Einblick in geometrische Problemstellungen aus den Bereichen der linearen, ganzzahligen, nichtlinearen und multikriteriellen Optimierung gegeben. Die mathematischen Inhalte werden mithilfe realitätsnaher Beispiele aus dem Bereich der Logistik und Produktionsplanung veranschaulicht und bezüglich ihrer Einsatzfähigkeit in der Schule diskutiert.

Der Schwerpunkt der Arbeit ist auf die Forschungsgebiete der Standortplanung (Kapitel 3) sowie der kompetitiven Standortplanung (Kapitel 4) gelegt, da diese eine Vielfalt an geometrischen Problemstellungen bereithalten. Die mathematischen Lösungsmöglichkeiten werden aufgeführt und anhand anschaulicher Fragestellungen verdeutlicht. In der Standortplanung werden unter anderem Kreisringprobleme untersucht, welche zur Planung von Mobilfunkmasten oder zur Bestimmung der Rundheit eines Objektes in der Messtechnik eingesetzt werden. Weitere Themen umfassen zum Beispiel das Fermat Problem, das Euklidische Botenproblem, welches bei der Planung von Hubschrauberstandorten Einsatz finden kann, sowie die Planung von Haltestellen. In der kompetitiven Standortplanung wird die Wahl eines Standortes durch die Konkurrenz mehrerer Unternehmen beeinflusst. Algorithmen zur Optimierung verschiedener Zielsetzungen werden vorgestellt und die Entwicklung von Marktgebieten bezüglich unterschiedlicher Metriken und Gewichtungen untersucht.

Teil II der Arbeit befasst sich mit der Einbettung mathematischer Modellierung in der Schule. Eine Unterrichtseinheit wird vorgestellt, welche die in Teil I vorgestellten realitätsnahen Optimierungsprobleme in einem authentischen Mathematikunterricht zur Förderung von Modellierungskompetenzen einsetzt. Nach einer kurzen Einführung in die didaktischen Frage- und Problemstellungen in Kapitel 6, wird der aktuelle Stand der Forschung in Kapitel 7 bezüglich Motivation und Interesse im Unterricht, authentischem Mathematikunterricht und mathematischer Modellierung dargelegt. Die Begriffe Modellierung und Modellierungskompetenz werden definiert, sowie Ergebnisse bezüglich der

bisher erforschten Umsetzungs- und Bewertungsmöglichkeiten von Modellierung im Mathematikunterricht vorgestellt.

Die entwickelte Unterrichtseinheit sowie ihre Ziele und Umsetzung werden in Kapitel 8 vorgestellt und der Begriff der jahrgangsübergreifenden Modellierungsspirale eingeführt. Die bezüglich des Konzepts aufgestellten Hypothesen sowie das gewählte Studiendesign im Prä- und Posttest Design zur Überprüfung der Hypothesen werden in Kapitel 9 erläutert. Eine ausführliche Evaluation der Studie bezüglich der Dimensionen Modellierungskompetenz und Motivation, sowie der Einflussfaktoren Geschlecht, Thematik und Zeugnisnote wird in Kapitel 10 dargelegt. In Kapitel 11 werden abschließend noch einmal alle Resultate der Arbeit zusammengefasst und die Grenzen der Studie aufgezeigt.

Standortplanung und Geometrie

Mathematische Modellierung im Regelunterricht

Kreckler, J.

2015, IX, 248 S. 145 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-658-09260-3