

## 2.1 Kraftgenerierung Rad-Fahrbahn

### 2.1.1 Definition

Ein elastisches Rad berührt die Fahrbahn nicht auf einer Linie, wie es bei einem unelastischen Zylinder der Fall wäre, sondern auf einer Fläche, welche üblicherweise in etwa so groß wie eine Postkarte ist. Diese Berührfläche nennt man Reifenlatsch, siehe Abb. 2.1.

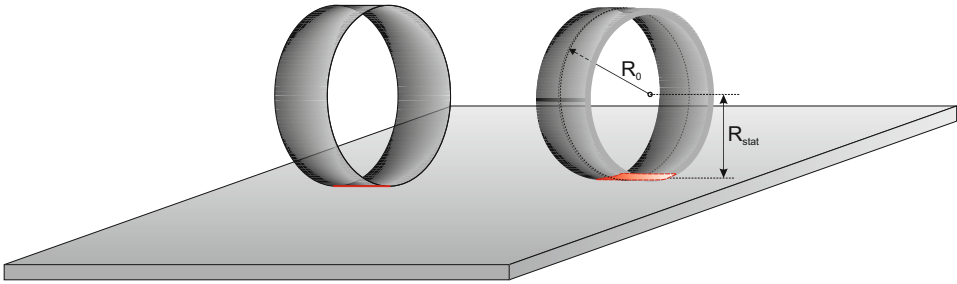
In dieser Fläche werden Längs-, Hoch- und Querkräfte vom Fahrzeug auf die Fahrbahn übertragen. Der Reifenlatsch ist kein statischer Übertragungsort, sondern ändert sich permanent proportional zur Geschwindigkeit des Fahrzeugs. Das bedeutet, dass immer wieder andere Oberflächenelemente des Reifens die Kraftübertragung zur Fahrbahn übernehmen müssen. Bei einer Fahrtgeschwindigkeit von 130 km/h und einem typischen Reifendurchmesser von ca. 60 cm für einen PKW-Reifen dreht der Reifen sich

$$n_R = \frac{\frac{130 \text{ m}}{3,6 \text{ s}}}{2\pi \cdot 0,3 \text{ m}} = 19,16 \frac{1}{\text{s}}$$

ca. 19-mal pro Sekunde, d. h. für eine Umdrehung braucht er 0,052 s. Geht man von einer Reifenlatschlänge von  $L = 14 \text{ cm}$  aus, so steht das Profilelement

$$\Delta t = \frac{L}{2\pi \cdot R \cdot n_R} = \frac{0,14 \text{ m}}{2\pi \cdot 0,3 \text{ m}} \cdot 0,052 \text{ s} = 0,0039 \text{ s}$$

für ca. 0,004 s mit der Fahrbahn in Kontakt, um Hochkraft und ggf. Längs- und Querkräfte zu übertragen. Während dieser Zeitspanne unterliegt der Kontaktpunkt noch weiteren kinematischen Bedingungen. Der elastische Reifen federt durch die Radlast in Hochrichtung ein. Den Abstand von der Radmitte zur Aufstandsfläche bezeichnet man als statischen Radhalbmesser ( $R_{\text{stat}}$ ), siehe Abb. 2.1. Dieser Radius unterscheidet sich von dem Radius des unbelasteten Rades, welcher im Neuzustand des Reifens als  $R_0$  bezeichnet wird.



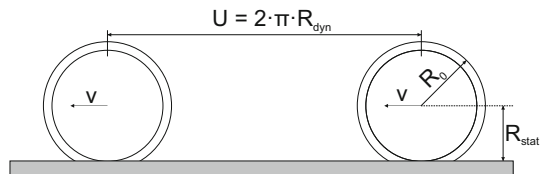
**Abb. 2.1** Die Abbildung links zeigt einen unelastischen Zylinder mit einer Linie als Kontaktzone. Rechts ist ein elastischer Reifen dargestellt. Er erzeugt eine Fläche, den Reifenlatsch, als Kontaktzone

Bewegt sich ein belastetes Rad mit konstanter Geschwindigkeit  $v$  über eine Fahrbahn, dann schlägt ein Profilelement mit der Umfangsgeschwindigkeit  $v = 2\pi \cdot R_0$  am Beginn des Reifenlatsches auf die Fahrbahn. Bei weiterer Betrachtung des Profilelementes beim Durchgang durch den Reifenlatsch verringert sich der Radius auf den kleineren Radius  $R_{\text{stat}}$ , bevor er sich am Ende des Reifenlatsches wieder auf  $R_0$  vergrößert. Dieses verursacht tangentielle Kräfte im Reifenlatsch, auf die später noch eingegangen wird. Um die Winkelgeschwindigkeit bzw. Radumdrehungen pro Sekunde bei einer gegebenen Geschwindigkeit zu bestimmen, würde der Fertigungshalbmesser eine zu kleine und der statische Halbmesser eine zu große Winkelgeschwindigkeit liefern. Aus diesem Grund wird ein weiterer Radhalbmesser, der dynamische Halbmesser ( $R_{\text{dyn}}$ ), eingeführt, siehe Abb. 2.2. Dazu wird ein Rad bei einer Geschwindigkeit von 60 km/h geschleppt und sein Abrollumfang gemessen. Aus dem Abrollumfang  $U$  kann man dann  $R_{\text{dyn}}$  bestimmen:

$$R_{\text{dyn}} = \frac{U}{2\pi}.$$

Der Wert für  $R_{\text{dyn}}$  liegt üblicherweise zwischen den Werten für  $R_0$  und  $R_{\text{stat}}$ . Bezeichnet man die Differenz zwischen  $R_0$  und  $R_{\text{stat}}$  als Einfederung  $f$ , so liegt  $R_{\text{dyn}}$  ungefähr bei  $R_{\text{stat}} + 2/3 f$ .

**Abb. 2.2** Definition für den dynamischen Radhalbmesser



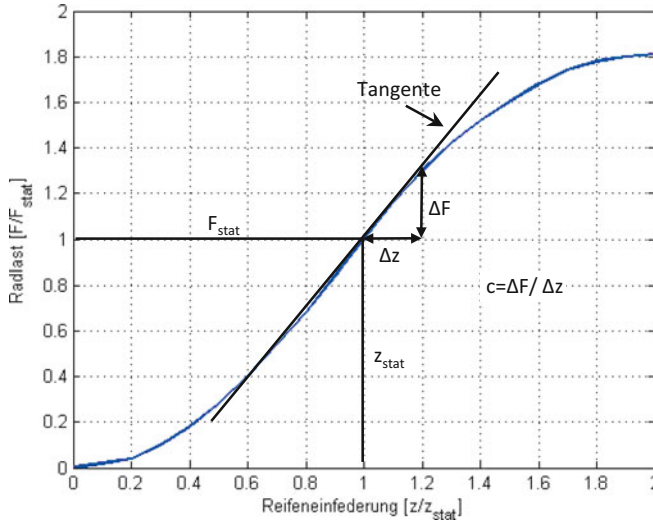
## 2.1.2 Reifensteifigkeit

Eine weitere wichtige Eigenschaft des Reifens ist seine Elastizität in vertikaler Richtung. Sie ermöglicht das Einfedern und trägt damit erheblich zum Komfort und der Sicherheit bei. Abbildung 2.1 links zeigt einen unelastischen Zylinder, der trotz Belastung nur eine Linienberührung hat. Mit zunehmender Last federt der Reifen ein und die Kontaktfläche vergrößert sich rasch. Dieses führt zu einer nichtlinearen Federkennlinie, wie in Abb. 2.3 dargestellt wird.

Da die Gewichtskraft des Fahrzeugs ebenfalls über die Reifen übertragen wird, ergibt sich die statische Radlast  $F_{\text{zstat}}$ , mit der der Reifen vorbelastet ist. Diese führt zur statischen Einfederung des Reifens  $z_{\text{stat}}$ . In Abb. 2.3 ist das an der Tangente erkennbar, welche man an den Betriebspunkt gelegt hat. Ausgehend von diesem Betriebspunkt kann man die Elastizität des Reifens in vertikale Richtung näherungsweise durch ein lineares Federgesetz beschreiben. Mit  $\Delta F_z$ , der Änderung der vertikalen Radlast,  $c_{\text{Feder}}$ , der Steigung der Tangente und  $\Delta z$ , der Positionsänderung in  $z$ -Richtung folgt:

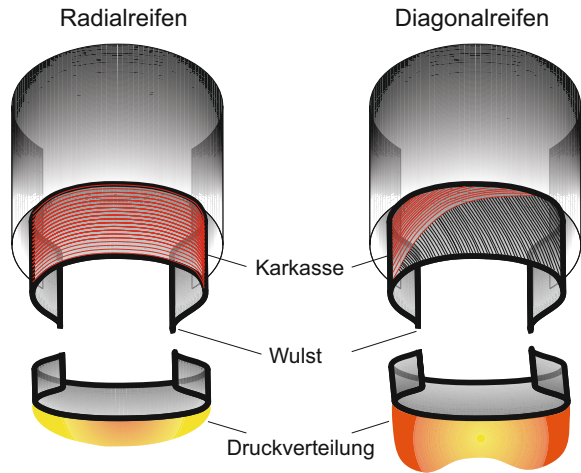
$$\Delta F_z = c_{\text{Feder}} \cdot \Delta z.$$

Für übliche PKW-Reifen liegt die Reifenfedersteifigkeit in vertikale Richtung bei ca. 200–300 N/mm.



**Abb. 2.3** Federkennlinie eines elastischen Reifens

**Abb. 2.4** Auf der linken Seite ist ein Radialreifen dargestellt (a), erkennbar an der Radial verlaufenden Fäden und den Gürtelreinlagen unter der Lauffläche, rechts der Diagonalreifen (b). In der darunter dargestellten Druckverteilung kann man die gleichmäßigere Druckverteilung des Radialreifens erkennen



### 2.1.3 Reifenbauarten

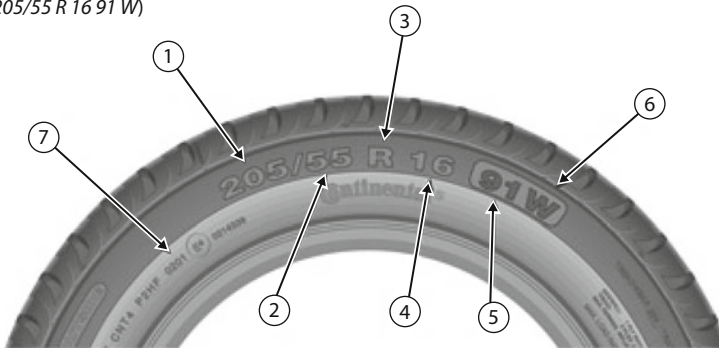
In den vergangenen Jahrzehnten änderte sich der übliche Reifentyp für einen PKW von diagonalen Bauart auf radiale Bauart. Diagonalreifen hatten unter der Lauffläche und den Flanken des Reifens eine Karkasse, welche aus diagonal verlaufenden Fäden bestand. Daher der Name Diagonalreifen, siehe Abb. 2.4. Um eine stabile Karkasse zu erzeugen, welche Kräfte in Längs- und Querrichtung übertragen kann – die Kräfte in Hochrichtung werden überwiegend von der unter Druck stehenden Luft im Reifen übertragen – braucht man viele dieser diagonal verlaufenden „Fadenlagen“. Ein Radialreifen hat Karkassenlagen in welcher die Fäden radial von einer Seite auf die gegenüberliegende Seite verlaufen. In der Lauffläche verstärken Gürtellagen die Eigenschaften des Reifens, welche ihm eine sehr gleichmäßige Verteilung des Kontaktdrucks über die Lauffläche ermöglicht. Da der lokale „Reibbeiwert“ bei steigendem Druck sinkt, hat der Radialreifen Vorteile hinsichtlich der übertragbaren Kräfte in Längs- und Querrichtung. Ein weiterer Vorteil ist der durch die Gürtellagen deutlich verringerte Rollwiderstand.

### 2.1.4 Nomenklatur

Aus der Bezeichnung eines Reifens kann man seinen Durchmesser (Fertigungshalbmesser  $R_0$ ) bestimmen. Eine typische Bezeichnung für einen Reifen lautet beispielsweise 205/55 R 16 91 W, siehe Abb. 2.5.

Hierin bezeichnet die erste Zahl (205) die Reifenbreite in mm, die zweite Zahl (55) gibt das Höhen-Breitenverhältnis wieder, in diesem Fall von 55 %. R steht für Radialreifen, 16 bedeutet der Felgendurchmesser in Zoll, die 91 ist der Tragfähigkeitsindex. Abhängig vom Luftdruck beschreibt diese Zahl, mit welcher Last der Reifen gefahren werden darf. Hier

Die Größenbezeichnung  
(z. B. 205/55 R 16 91 W)



- |       |   |        |  |
|-------|---|--------|--|
| ① 205 | Reifenbreite in mm                          | ⑤ 91   | Tragfähigkeits-Kennzahl<br>(Load-Index)  |
| ② 55  | Verhältnis von Höhe zu Breite<br>in Prozent | ⑥ W    | Geschwindigkeits-Symbol<br>(Speed-Index) |
| ③ R   | Radial-Bauweise (Gürtelreifen)              | ⑦ 0201 | Herstellerrandatum<br>(02. Woche 2001)   |
| ④ 16  | Felgendurchmesser in Zoll                   |        |  |

**Abb. 2.5** Reifenbezeichnung. (Mit freundlicher Genehmigung der Continental Reifen Deutschland GmbH)

gibt es keine lineare Zuordnung zu der Zahl, diese muss in Tabellenwerken nachgeschaut werden. Die 91 bedeutet eine Tragfähigkeit von 515 kg bei 2 bar Luftdruck. Das W ist ein Geschwindigkeitssymbol und gibt an, dass der Reifen bis 270 km/h zugelassen ist (S bis 180 km/h, H bis 210 km/h, V bis 240 km/h).

Wie eingangs erwähnt, lässt sich aus der Nomenklatur der Fertigungshalbmesser  $R_0$  bestimmen. Aus der Reifenbreite  $B$ , multipliziert mit dem Höhen-/Breitenverhältnis  $H/B$  lässt sich die Reifenhöhe errechnen, der Felgendurchmesser  $D$  ist in Zoll gegeben und muss daher zunächst in mm umgerechnet werden (1 Zoll = 25,4 mm). Daraus ergibt sich die folgende Gleichung:

$$R_0 = B \cdot \frac{H}{B} + \frac{1}{2} \cdot D \cdot 25,4 \frac{\text{mm}}{\text{Zoll}}.$$

Bei der gegebenen Gleichung ist zu berücksichtigen, dass die Breite  $B$  in mm eingesetzt wird und der Durchmesser  $D$  in Zoll.

### 2.1.5 Reifenkennfelder

Der Reifen als Fessel zwischen Fahrzeug und Fahrbahn muss in der Lage sein, Kräfte in Hoch ( $z$ )-, sowie in Quer ( $y$ )- und Längs ( $x$ )-Richtung zu übertragen. In Hoch-Richtung übernimmt überwiegend der Luftdruck im Reifen diese Arbeit, in Längs- und Querrichtung geschieht dieses im Reifenlatsch. Ausgehend von dem Coulomb'schen Reibmodell, bei welchem die übertragbare Reibkraft proportional zur Normalkraft ist, gibt es auch am Reifen den Zusammenhang zwischen der Radlast in  $z$ -Richtung und dem Potential der in  $x$ - $y$ -Ebene übertragbaren Längs- und Querkraft. Sich verändernde Radlasten beeinflussen damit direkt die übertragbaren Kräfte in Längs- und Querrichtung.

#### Schlupf

Beim Übertragen einer Umfangkraft baut sich zwischen Reifen und Fahrbahn eine Differenzgeschwindigkeit auf (siehe Abb. 2.6), aus welcher sich der sogenannte Schlupf berechnet. Beim Bremsen ist dieser wie folgt definiert:

$$s_B = \frac{v_{R,x} - R_{\text{dyn}} \cdot \omega_R}{v_{R,x}}.$$

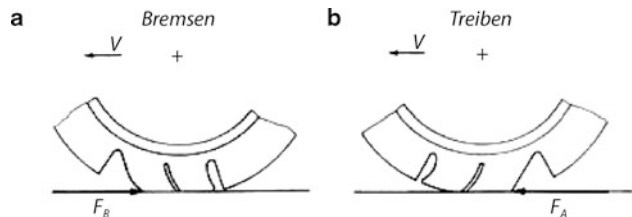
Hier bedeuten  $v_{R,x}$  die translatorische Geschwindigkeit des Radmittelpunktes in  $x$ -Richtung und  $\omega_R$  die Winkelgeschwindigkeit des Rades. Durch den Ausdruck im Nenner erfolgt eine Normierung und macht diese Größe dimensionslos. Üblicherweise wird diese als Prozentwert angegeben. 0 % bedeuten keinen Schlupf, das heißt, das Rad dreht sich mit der Winkelgeschwindigkeit, welche, multipliziert mit dem dynamischen Reifenhalmesser, genau der translatorischen Geschwindigkeit des Radmittelpunktes entspricht. 100 % Schlupf würden die Situation mit blockiertem Rad beschreiben, das heißt, das Rad dreht sich nicht mehr,  $\omega_R$  ist Null.

Beim Beschleunigen benutzt man eine auf diesen Fall angepasste Definition:

$$s_A = \frac{R_{\text{dyn}} \cdot \omega_R - v_{R,x}}{R_{\text{dyn}} \cdot \omega_R}.$$

Auch dieser Wert wird als Prozentwert angegeben, 0 % haben die gleiche Bedeutung wie beim Bremsschlupf, 100 % Antriebsschlupf bedeuten aber stehender Radmittelpunkt bei sich drehendem Reifen.

**Abb. 2.6** Kontaktkinematik Reifen/Fahrbahn beim Bremsen und Antreiben [1]

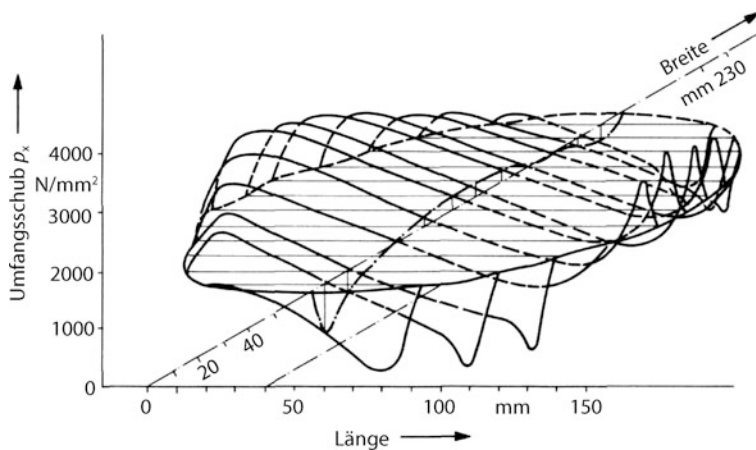


An einem elastischen Reifen ergibt sich immer ein lokaler Schlupf, da sich im Reifenlatsch der Radius des Reifens von  $R_0$  auf  $R_{\text{stat}}$  ändert. Die etwas größere Umfangsgeschwindigkeit des in die Kontaktfläche einlaufenden Reifenprofils muss sich auf  $\omega_R \cdot R_{\text{stat}}$  verringern, und nach Durchlaufen des Latschmittelpunktes wieder auf  $\omega_R \cdot R_0$  vergrößert werden. Dadurch kommt es im Reifenlatsch auch bei einem Reifen, welcher nicht durch Umfangskräfte beaufschlagt ist zu lokalen Tangentialspannungen (Umfangsschub, siehe Abb. 2.7) und zu lokalem Schlupf im Latsch. Diese Tangentialspannungen verursachen Dissipation und tragen zum Rollwiderstand eines Rades bei.

Der zuvor besprochene Zusammenhang lässt sich auch gut am Borstenmodell von WILLUMEIT [3] oder Laufstreifenmodell von AMMON [4] beschreiben, hier dargestellt aus einer Veröffentlichung von WOERNLE [5], siehe Abb. 2.8.

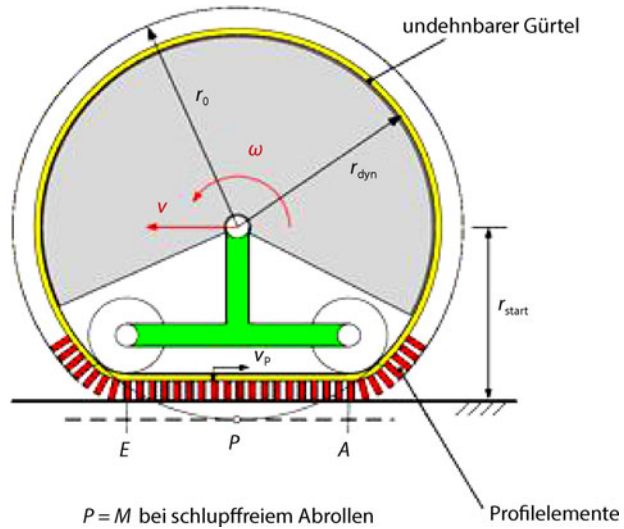
Das Rad, bzw. der Reifen wird hier als Gürtel mit dem Laufstreifen als umfangsteifes geschlossenes Band angesehen. Ähnlich wie die Laufkette eines Kettenfahrzeugs wird dieses Band im oberen Bereich auf der dort als starre Radscheibe dargestellten Bahn geführt und im Latschbereich durch gedachte Führungsrollen parallel zur Fahrbahn geführt. Die Latschlänge bezeichnet man mit  $L$ , den Einlaufpunkt mit  $E$ , den Auslaufpunkt mit  $A$ .

Der vom Gürtel getragene Laufstreifen wird durch elastische Biegeelemente bzw. Profilstollenelemente („Borstenmodell“) repräsentiert. Der Radmittelpunkt hat die Geschwindigkeit  $v$ , die Radscheibe hat die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ . Die Radien werden in der folgenden Betrachtung durch kleine Buchstaben gekennzeichnet, um mit dem Bild kompatibel zu sein. Der Gürtel läuft damit mit der Längsgeschwindigkeit  $\omega \cdot r_{\text{dyn}}$  um. Hat der Radmittelpunkt die Absolutgeschwindigkeit  $v$ , so hat der Gürtel im Punkt  $E$  die Geschwindigkeit  $\omega \cdot r_{\text{dyn}}$ . Im weiteren Verlauf des Latsches verringert sich die Geschwindigkeit des Gürtels auf  $\omega \cdot r_{\text{stat}}$ , um dann wieder auf Geschwindigkeit  $\omega \cdot r_{\text{dyn}}$  im Punkt  $A$  anzusteigen. An den Borsten würde man Verformungen sehen, siehe Abb. 2.9, welche

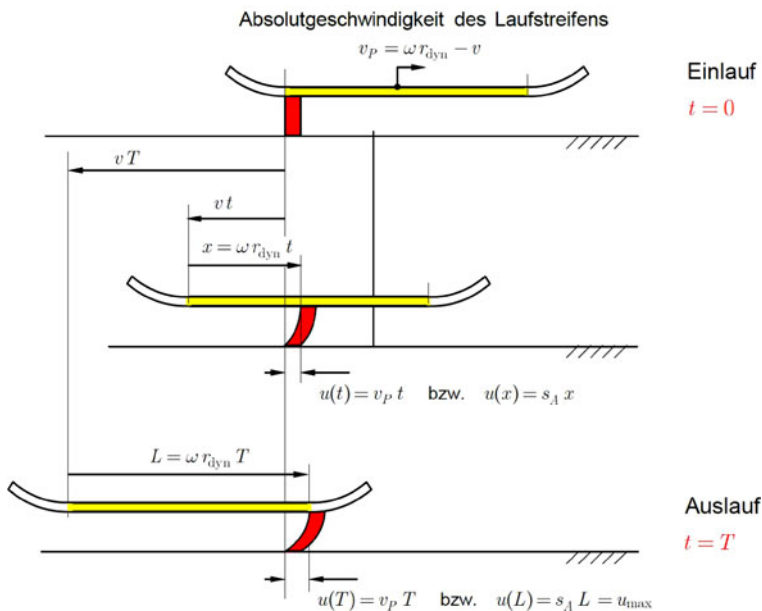


**Abb. 2.7** Tangentialspannungen (Umfangsschub) an einem frei rollenden Rad [2]

**Abb. 2.8** Laufstreifenmodell nach Ammon [4, 5]



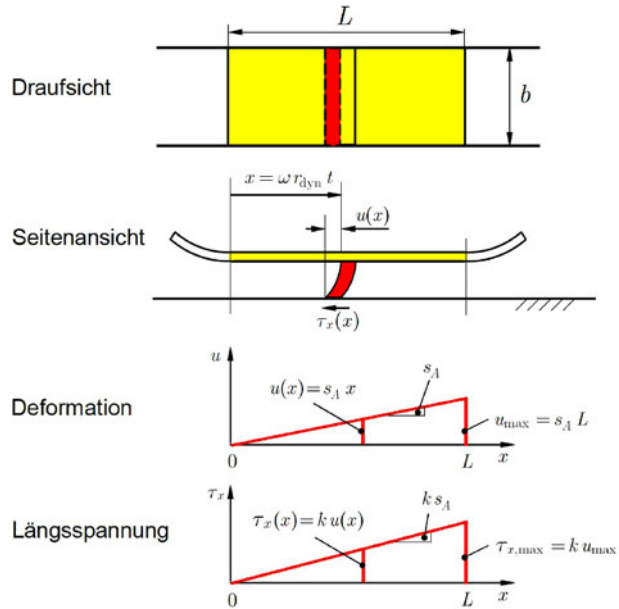
die Differenz zwischen der Geschwindigkeit des Gürtels und der Absolutgeschwindigkeit des Rades ausgleichen wollen. Dabei haften die Spitzen der Borsten auf der Fahrbahn. Tangentialkräfte an den Borsten sorgen dabei für die Auslenkung und verursachen dabei den in Abb. 2.10 dargestellten Tangentialspannungsverlauf.



**Abb. 2.9** Borstenmodell für Antriebsschlupf [5, 6]



**Abb. 2.10** Tangentialspannungen an den Borsten,  $s_A$  bezeichnet den Antriebschlupf und  $k$  beschreibt den linearen Zusammenhang zwischen der Deformation und den Längsspannungen [5, 6]



### Reifen unter Längskraft

Um die Vorgänge im Reifenlatsch beim Beschleunigen und Verzögern zu analysieren, werden die oben beschriebenen Tangentialspannungen durch den Ein- und Auslaufvorgang in den Reifenlatsch ausgeblendet. Es kann dann die Geschwindigkeit des Gürtels als  $\omega \cdot r_{\text{dyn}}$  und die Absolutgeschwindigkeit des Rades mit  $v$  bezeichnet werden. Bei schlupffreier Bewegung des Rades ist  $v = \omega \cdot r_{\text{dyn}}$  und es gibt keine Relativgeschwindigkeit zwischen Gürtel und Fahrbahn. Bei Antriebs- oder Bremsschlupf erhält man eine Relativgeschwindigkeit zwischen Gürtel und Fahrbahn, welche zur Folge hat, dass sich die Borsten im Borstenmodell verformen müssen, da diese auf der einen Seite auf der Fahrbahn haften sollen, auf der anderen Seite fest mit dem Gürtel verbunden sind. Bezeichnet man diese Relativgeschwindigkeit mit  $v_p$ :

$$v_p = v - \omega \cdot r_{\text{dyn}}$$

erhält man im Fall von Antriebsschlupf eine negative Relativgeschwindigkeit, im Fall von Bremsschlupf eine positive Relativgeschwindigkeit. Je tiefer die Borste in den Latsch einläuft, desto länger ist sie der Relativgeschwindigkeit ausgesetzt und umso größer wird der Differenzweg zwischen Gürtel und Fahrbahn. Die Kraft, welche diese Auslenkung der Borste verursacht, ist eine Tangentialkraft an der Borstenspitze. Bezieht man die Tangentialkraft auf die zur Kraftübertragung zur Verfügung stehenden Fläche, dem Reifenlatsch, erhält man eine Tangentialspannung. Diese wird betragsmäßig größer, je weiter die Borste in den Reifenlatsch einläuft, bis die Tangentialspannung möglicherweise die Haftungs-grenze überschreitet und somit ins Gleiten übergeht. In diesem Gleitzustand kann die

Borste nur noch Gleitreibungskräfte übertragen. Im Auslauf des Latsches hört die Haft- oder Reibungskraft schlagartig auf zu wirken und die Borste wird zu Schwingungen angeregt, welche akustisch als Reifenabrollgeräusch wahrnehmbar sind.

In Abb. 2.9 ist der oben beschriebene Vorgang bei Antriebsschlupf dargestellt. Durch den Antriebsschlupf ist die Geschwindigkeit des Gürtels höher als die Absolutgeschwindigkeit des Rades. Diese hat zur Folge, dass nach Auftreffen der Borste auf die Fahrbahn zum Zeitpunkt  $t=0$  sich das Rad mit der Geschwindigkeit  $v$  um den Weg  $v \cdot t$  nach links bewegt, während sich der Gürtel mit der Geschwindigkeit  $\omega \cdot r_{\text{dyn}}$  sich nach rechts bewegt und dabei den Weg  $\omega \cdot r_{\text{dyn}} \cdot t$  zurücklegt, welcher betragsmäßig größer ist und damit eine Deformation  $u(t)$  bzw.  $u(x)$  der Borste verursacht. Sofern die Borste nicht in den Gleitzustand übergeht ist die Deformation  $u(L)$  am Ende des Latsches gleich dem Schlupf mal der Länge des Latsches.

Ob die Borste in den Gleitzustand übergeht, liegt an der übertragbaren Tangentialkraft. Für diese wird die Coulomb'sche Reibungstheorie zu Grunde gelegt, d. h. die übertragbare Haftkraft ist proportional zur Radlast. Da hier alle Kräfte auf die Berührflächen bezogen werden, bedeutet das, dass die maximal übertragbare Tangentialspannung der Haftspannung entspricht, welche aus einem lokalen Haftungskoeffizient und dem Druck in vertikale Richtung gebildet wird. Überschreitet man die lokale Haftspannung, beginnt die Borste lokal zu gleiten und kann nur noch Gleitspannungen, gebildet aus dem lokalen Gleitkoeffizienten und dem Druck in vertikale Richtung, übertragen.

Abbildung 2.10 zeigt den Aufbau der Längsspannung  $\tau_x$  bei Antriebsschlupf. Nimmt man einen linearen Zusammenhang mit dem Proportionalitätsfaktor  $k$  zwischen den Verformungen und den Längskräften an, so ergibt sich ein lineares Anwachsen der Längsspannungen. Bleibt die Längsspannung unter der möglichen übertragbaren Haftspannung, repräsentiert die Dreiecksfläche unter dem Längsspannungsverlauf die übertragbare Längskraft. Dafür muss die Längsspannung über die Fläche des Reifenlatsches integriert werden. Erreicht diese Spannung die Haftgrenze, fällt ihr Wert auf die Gleitspannung und der Verlauf der Längsspannung muss abschnittsweise über den Reifenlatsch integriert werden. Dieses Verhalten des Reifens wird in Abb. 2.11 visualisiert. Links oben ist der Druckverlauf über dem Reifenlatsch dargestellt. Vereinfachend wird angenommen, dass der Druckverlauf in Querrichtung konstant ist, so kann man den Druckverlauf über der Längsachse betrachten, oben rechts im Bild sichtbar. Dort sind auch die Linien für die Haftgrenze ( $p \cdot \mu_H$ ) und die Gleitspannung ( $p \cdot \mu_G$ ) eingetragen. Baut sich durch Antriebsschlupf eine Längsspannung, wie in Abb. 2.10 beschrieben auf, so wird diese an die Haftgrenze stoßen, in der Abb. 2.11 gekennzeichnet durch den Schnittpunkt S. Die Steigung der Längsspannung ist proportional zum Antriebsschlupf, daher verursacht mehr Antriebsschlupf einen steileren Anstieg der Längsspannung und man findet den Schnittpunkt tiefer im Reifenlatsch. Die Größe der schraffierten Fläche ist dabei ein Maß für die übertragbare Längskraft. Es ist erkennbar, dass zu viel Antriebsschlupf diese Fläche wieder kleiner werden lässt.

Dieses liefert den wichtigen Zusammenhang, dass die übertragbare Längskraft eines Reifens abhängig vom Schlupf und der Normalkraft ist. Da die Abhängigkeit von der

Fahrzeugdynamik

Mechanik des bewegten Fahrzeugs

Breuer, S.; Rohrbach-Kerl, A.

2015, IX, 295 S. 226 Abb., 116 Abb. in Farbe. Mit integrierten Aufgaben, Lösungen, Ergebnissen., Softcover

ISBN: 978-3-658-09474-4