

## 2. Inhalte und Fragestellungen

Die Untersuchung mathematischer Lernschwierigkeiten hat in der Mathematikdidaktik eine lange Tradition. Der Begriff Lernschwierigkeiten wird jedoch in Bezug auf sehr unterschiedliche Probleme im Unterricht verwendet. Im Rahmen dieser Arbeit sollen sich Lernschwierigkeiten – in Abgrenzung zu Lernbehinderungen – auf *durchschnittlich intelligente* Kinder beziehen (Sander, 1983). Mathematische Teilleistungsschwächen, die minderentwickelte Fähigkeiten abbilden (Lorenz, 1982), werden ausgeklammert, da in dieser Arbeit typische Lernschwierigkeiten fokussiert werden sollen. Des Weiteren wird davon ausgegangen, dass sich diese Lernschwierigkeiten durch das Auffinden typischer Fehler aufdecken lassen. Fehler stellen damit sichtbare Produkte von Lernschwierigkeiten dar (Prediger und Wittmann, 2009). Dabei werden *systematische* Fehler fokussiert, die dahinterliegende fehlerhafte Konzepte oder Vorstellungen vermuten lassen (Führer, 1997). Bei diesen fehlerhaften Konzepten oder Vorstellungen handelt es sich um Schwierigkeiten im Bereich des konzeptuellen Wissens, sodass im Folgenden auch von *konzeptuellen Lernschwierigkeiten* die Rede ist. Lernschwierigkeiten im Bereich des prozeduralen Wissens, wie sie unter anderem bei der fehlerhaften Ausführung eines Algorithmus auftreten, sollen hier im Hintergrund stehen und werden nicht explizit untersucht.

An dieser Stelle sei angemerkt, dass sich trotz der Fokussierung auf konzeptuelle Lernschwierigkeiten diese nicht vollständig von Schwierigkeiten im Bereich des prozeduralen Wissens abgrenzen lassen. Beide Wissensarten korrelieren hoch (vgl. Schneider, 2005) und sind nicht vollständig voneinander trennbar. Gerade im Rahmen einer quantitativen Untersuchung, wie sie hier angestrebt wird, kann konzeptuelles Wissen im Sinne eines abstrakten Tiefenverständnisses nicht vollkommen unabhängig von prozeduralem Wissen im Sinne eines effizient anwendbaren Handlungswissens (Rittle-Johnson und Siegler, 1998) erfasst werden. Im anvisierten Inhaltsbereich mathematischer Darstellungswechsel funktionaler Zusammenhänge spielt häufig auch eine

prozedurale Komponente zur Aufgabenlösung eine Rolle, die bei der Diagnose von Lernschwierigkeiten nicht unberücksichtigt bleiben darf. Durch den engen Zusammenhang beider Wissensarten können jedoch auch Schwierigkeiten im prozeduralen Bereich auf Schwierigkeiten im konzeptuellen Bereich zurückgeführt werden. Prediger und Wittmann (2009) sprechen von syntaktischen und semantischen Fehlern, wobei syntaktische Fehler auch eine semantische Ursache haben können. Durch den Fokus auf konzeptuelle Lernschwierigkeiten soll an dieser Stelle vielmehr betont werden, dass immer die hinter systematischen Fehlern stehenden Verständnisschwierigkeiten von Interesse sind und die Untersuchung nicht auf der Ebene der Diagnose fehlerhafter Regelanwendungen verbleiben soll.

Im Bereich konzeptueller Lernschwierigkeiten sind vor allem *Fehlvorstellungen* von Interesse, da diese als besonders stabil und nur schwer überwindbar gelten. Es bedarf jedoch zunächst einer ausführlichen Begriffsklärung, denn der Begriff Fehlvorstellung wird in der didaktischen Literatur meist pragmatisch oder exemplarisch gebraucht. Er tritt in vielen zentralen Problemfeldern auf und weist häufig unterschiedliche Gewichtungen auf. In den Naturwissenschaften versteht man unter Fehlvorstellungen sogenannte Präkonzepte, die aufgrund vorunterrichtlicher Alltagsvorstellungen entstehen (z. B. Gooding und Metz, 2011). In der Mathematik sind jedoch auch Fehlvorstellungen denkbar, die aufgrund des mathematischen Vorwissens der Schülerinnen und Schüler entstehen. Demnach erscheint eine theoretisch konzeptionelle Aufarbeitung des Begriffs Fehlvorstellung unter mathematikdidaktischen Gesichtspunkten notwendig. Dabei sollte auch genauer aufgeklärt werden, wie konzeptuelle Lernschwierigkeiten, insbesondere Fehlvorstellungen, entstehen und wie entsprechend interveniert werden kann. Der *Conceptual Change* Ansatz liefert hierzu wertvolle Ansätze. Während die Ursprünge dieses Ansatzes auf den naturwissenschaftlichen Bereich zurückgehen, werden die gewonnenen Erkenntnisse aktuell immer öfter auch auf die Mathematik übertragen (Tirosh und Tsamir, 2004). Die Conceptual Change Theorie geht davon aus, dass der Schüler mehrere Konzepte ausbildet und diese situationsspezifisch aktiviert. Sofern sich diese Konzepte widersprechen (z. B. weil neben der mathematisch korrekten Vorstellung eine dieser widersprechende Alltagsvor-

stellung existiert), entsteht ein kognitiver Konflikt. Um diesen Konflikt zu überwinden, muss ein konzeptueller Wechsel im Sinne eines „Umlernens“ stattfinden, um den Lernenden bewusst zu machen, wann welche Vorstellung adäquat ist. Unklar bleibt in diesem Zusammenhang, welche Mechanismen für die Aktivierung bestimmter Vorstellungen verantwortlich sind und wie es dazu kommt, dass bei unterschiedlichen Aufgaben verschiedene Vorstellungen aktiviert werden. Im Rahmen dieser Arbeit soll aufgezeigt werden, dass die *Tätigkeitstheorie* (maßgeblich durch Vygotskij (u.a. 1978), Leont’ev (u.a. 1982) und Lurija (u.a. 1992) geprägt und im deutschsprachigen Raum vor allem von Lompscher (1972, Giest und Lompscher, 2006) weiterentwickelt) vielfältige Erklärungsmodelle zur Verfügung stellt, die ein besseres Verständnis der beim Schüler auftretenden mentalen Prozesse ermöglichen.

Die Tätigkeitstheorie wird in dieser Arbeit als *Hintergrundtheorie* verwendet. Damit nimmt sie Einfluss auf die in dieser Arbeit zu untersuchenden Phänomene und auch auf die Art und Weise, wie diese Phänomene untersucht werden (Mason und Waywood, 1996). Die Tätigkeitstheorie wird jedoch nicht isoliert von anderen Theorien für das anvisierte Forschungsfeld verwendet. Vielmehr wird die Meinung vertreten, dass gerade die Vernetzung verschiedener theoretischer Ansätze einen großen Mehrwert generiert (Bikner-Ahsbahs und Prediger, 2010). Im Sinne verschiedener *networking theories* werden in dieser Arbeit aktuelle Positionen zur Entstehung von Lernschwierigkeiten, wie sie beispielsweise im Konzept der Grundvorstellungen enthalten sind, mit dem tätigkeitstheoretischen Ansatz in Verbindung gebracht. Dabei besteht nicht das Ziel, aus verschiedenen Ansätzen eine globale Theorie zu erschaffen, sondern vielmehr werden die verschiedenen Ansätze miteinander verknüpft, um aus unterschiedlichen theoretischen Perspektiven ein tieferes, vielschichtigeres Verständnis empirisch beobachtbarer Phänomene zu erlangen. Bei Bikner-Ahsbahs und Prediger (2010) entspricht dieses Vorgehen dem *coordinating and combining* als einer möglichen *networking strategy*. Um dies zu ermöglichen, muss vor allem ein gemeinsamer begrifflicher Rahmen geschaffen werden, der eine differenzierte Kombination verschiedener theoretischer Ansätze ermöglicht.

Aus der Tätigkeitstheorie werden für diese Arbeit vor allem zwei Konzepte beleuchtet, die für den konzeptuellen Rahmen der empirischen Untersuchung eine wesentliche Rolle spielen und die sich beide aus der Fokussierung auf Handlungen ergeben. Galperin (1973) unterscheidet in Bezug auf Handlungen zwischen einer Handlungsorientierung und einer Handlungsausführung. Innerhalb der Handlungsorientierung verankert ist das *Konzept der Orientierungsgrundlagen*. Demnach bildet der Lernende als Reaktion auf eine aktuelle Anforderung eine Orientierungsgrundlage aus, die unterschiedliche Qualitäten aufweisen kann. In Bezug auf Lernschwierigkeiten erweist sich das Konzept der Orientierungsgrundlagen als geeignet, um Erklärungen für Mechanismen zur Aktivierung bestimmter Vorstellungen zu liefern. Innerhalb der *Handlungsausführung* verankert findet man eine theoretische Konzeptualisierung von Bruder und Brückner (1989), die verschiedene *Schülerhandlungen auf Aufgabenebene* thematisiert und die sich aus der Analyse von elementaren und komplexen Denkopoperationen ergibt. Es besteht die Vermutung, dass diese Schülerhandlungen unterschiedliche Anforderungsstrukturen beinhalten und dass durch diese Handlungen unter anderem auch unterschiedliche Schwierigkeitsniveaus abgebildet werden können. Die Differenzierung von Schülerhandlungen erscheint auch für Lernschwierigkeiten und deren Diagnose sinnvoll. Dadurch kann herausgefunden werden, inwiefern die Schülerinnen und Schüler mit den Lerngegenständen „umgehen“ können, das heißt welche Handlungen sie sicher ausführen können und an welchen Stellen noch Schwierigkeiten bestehen. Sofern sich unterschiedliche Schwierigkeitsniveaus der Handlungen identifizieren lassen, kann dadurch auch eine differenziertere Diagnose erfolgen. In dieser Arbeit werden solche Lernschwierigkeiten fokussiert, die sich auf einem elementaren Niveau befinden und folglich ein erfolgreiches Weiterlernen behindern. Es erscheint demnach eine Fokussierung auf elementare Handlungen mit einem niedrigen Schwierigkeitsniveau naheliegend. Die Tätigkeitstheorie stellt eine theoretisch fundierte Grundlage für die Konzeptualisierung und Beschreibung solcher Schülerhandlungen zur Verfügung.

Die Tätigkeitstheorie wird jedoch in dieser Arbeit nicht nur als Hintergrundtheorie verwendet, sondern sie wird im Sinne der zwei Arten von Konzeptua-

lisierungen von Theorien nach Bikner-Ahsbahs und Prediger (2010) im empirischen Teil dieser Arbeit auch zu einer *Theorie als Beschreibungsmittel*, wenn bei der Interpretation der Ergebnisse des diagnostischen Tests am Ende dieser Arbeit die gefundenen Phänomene beleuchtet werden. Auch an dieser Stelle wird das Konzept der *networking strategies* angewendet, um eine breite und anschlussfähige Gesamtsicht auf die Forschungsergebnisse zu erhalten.

Insgesamt ist diese Arbeit so angelegt, dass im theoretischen Teil zunächst allgemeine Fragestellungen thematisiert werden, die sich aus der Zielsetzung der Arbeit ergeben. Eine wesentliche Grundlage für die Entwicklung eines Diagnoseinstruments ist die theoretische Fundierung mathematischer Lernschwierigkeiten. Dabei stellt sich die Frage, wie sich mathematische Lernschwierigkeiten charakterisieren lassen und welche Entstehungsursachen für mathematische Lernschwierigkeiten differenziert werden können. Ein weiterer Schwerpunkt liegt auf der Fragestellung, welche typischen Lernschwierigkeiten sich im anvisierten Inhaltsbereich funktionaler Zusammenhänge identifizieren lassen. Hierzu ist eine umfassende Aufarbeitung bestehender Literatur notwendig. Gleichzeitig müssen Besonderheiten der hier betrachteten Altersstufe und auch kulturelle Phänomene berücksichtigt werden.

Aufgrund dieser Fragestellungen ist der **theoretische Teil** dieser Arbeit wie folgt gegliedert:

Im *dritten Kapitel* werden mathematische Lernschwierigkeiten aus fachdidaktischer Perspektive beleuchtet. Ausgehend von einem Überblick über die Ausbildung tragfähiger Vorstellungen werden Alltagsvorstellungen als Präkonzepte dargestellt und die Situationsabhängigkeit mathematischer Kenntnisse und Vorstellungen diskutiert. Daran anschließend werden Fehler als sichtbare Produkte von Lernschwierigkeiten betrachtet, um aufzuklären, wie über eine Fehlerklassifikation Rückschlüsse auf mathematische Lernschwierigkeiten gezogen werden können.

Im *vierten Kapitel* wird die Tätigkeitstheorie als Hintergrundtheorie zur Beschreibung von Lernschwierigkeiten vorgestellt und ihr besonderes Potential

für die Analyse mathematischer Lernschwierigkeiten aufgezeigt. Dabei werden verschiedene Konzepte osteuropäischer Psychologen näher betrachtet, die Lernprozesse aus einer moderat konstruktivistischen Perspektive beschreiben. Im Vordergrund stehen das Konzept der Orientierungsgrundlagen und die Ausdifferenzierung verschiedener mathematischer Schülerhandlungen auf Aufgabenebene.

Im *fünften Kapitel* folgt eine ausführliche Aufarbeitung des Inhaltsbereichs funktionaler Zusammenhänge. Zunächst wird der mathematische Hintergrund kurz umrissen, bevor dann die Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ in den Bildungsstandards beschrieben wird. Daran anschließend werden mathematische Darstellungsformen und Darstellungswechsel ausführlich thematisiert, um eine Grundlage für die darauf folgende Betrachtung typischer Lernschwierigkeiten in diesem Bereich zu schaffen. Typische Lernschwierigkeiten werden hinsichtlich des Funktionstyps und der fokussierten Ausgangs- und Zieldarstellungsform unterschieden. Schließlich folgt ein zusammenfassender Bericht über die Ergebnisse des Projekts HEUREKO, in dem ein 5-dimensionales Kompetenzstrukturmodell entwickelt und erprobt wurde, das wertvolle Hinweise für die Strukturierung des Diagnoseinstruments liefert.

Auf Basis der allgemeinen Fragestellungen, die im theoretischen Teil thematisiert werden, erfolgt im *sechsten Kapitel* eine Operationalisierung der Zielsetzungen dieser Arbeit in spezifische Forschungsfragen. Diese Forschungsfragen ergeben sich aus den theoretischen Betrachtungen und sind leitgebend für den empirischen Teil der Arbeit.

Der **empirische Teil** dieser Arbeit gliedert sich in zwei Teilbereiche:

Zunächst erfolgt im *siebten Kapitel* eine Reanalyse des Datensatzes aus HEUREKO aus einer tätigkeitstheoretischen Perspektive. Durch diese Reanalyse soll überprüft werden, inwiefern sich verschiedene Schülerhandlungen empirisch voneinander trennen lassen. Es besteht die Vermutung, dass diese Schülerhandlungen in einem hierarchischen Abhängigkeitsverhältnis stehen und dass die Aufgabenschwierigkeiten von den integrierten Schülerhandlungen abhängig sind (vgl. Nitsch et al., 2014). Durch die Berücksichtigung unter-

schiedlicher Schülerhandlungen kann zum einen zunächst eine differenzierte Diagnose von Lernschwierigkeiten erfolgen, indem genauer lokalisiert wird, woran die Schülerinnen und Schüler scheitern. Zum anderen kann durch die Fokussierung auf elementare Schülerhandlungen auf einem entsprechend elementaren Niveau diagnostiziert werden, welche grundlegenden Lernschwierigkeiten die Schülerinnen und Schüler haben.

Der Kern des empirischen Teils liegt auf dem *achten Kapitel*. Hier wird das entwickelte Diagnoseinstrument zur Aufdeckung von Lernschwierigkeiten im Bereich funktionaler Zusammenhänge ausführlich vorgestellt. Nach einer Darstellung des methodischen Vorgehens werden die Ergebnisse der Pilotierung berichtet und die zugehörigen diagnostischen Interviews analysiert. Daran anschließend wird das resultierende Testinstrument für den Haupttest vorgestellt und die durchgeführten Ergebnisanalysen zu typischen Lernschwierigkeiten werden ausführlich berichtet und diskutiert.

Abschließend erfolgt im *neunten Kapitel* ein Fazit, in dem ein zusammenfassender Überblick gegeben wird und weiterführende Fragestellungen thematisiert werden.

Diagnose von Lernschwierigkeiten im Bereich  
funktionaler Zusammenhänge

Eine Studie zu typischen Fehlermustern bei  
Darstellungswechseln

Nitsch, R.

2015, XXI, 377 S. 98 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-658-10156-5