

Kapitel 2

Grundlagen zur Berechnung turbulenter, reaktiver Mehrphasenströmungen

2.1 Ansätze zur Modellierung der vorliegenden Strömungsphänomene

Die strömungsmechanische Simulation erlaubt eine detaillierte physikalische Beschreibung der innermotorisch ablaufenden Prozesse. Diese verlaufen stets instationär, kompressibel, turbulent und reaktiv. Zusätzlich müssen im Fall der hier betrachteten Ottomotoren mit Direkteinspritzung Zweiphasenströmungen berücksichtigt werden. Dabei wird die in Abschnitt 2.2 erläuterte kontinuierliche Gasphase in der Euler'schen Formulierung, d. h. mit ortsfestem Bezugssystem, betrachtet. Da es sich im Fall der Benzindirekteinspritzung, abgesehen vom Düsennahbereich, um ein verdünntes Spray handelt, kann die in Abschnitt 2.3 beschriebene disperse Flüssigphase anhand der Lagrange'schen Betrachtungsweise, d. h. anhand mitbewegter Bezugssysteme, beschrieben werden. Dabei wird häufig, um den aus einigen Millionen Tropfen bestehenden Einspritzstrahl in vertretbarer Rechenzeit modellieren zu können, die sogenannte *Discrete Droplet Method* (s. Dukowicz [4]) verwendet. Hierbei werden die tatsächlich vorhandenen Tropfen zu numerischen Paketen zusammengefasst, welche Tropfen mit gleichen Eigenschaften beinhalten. Die Kopplung zwischen disperser Flüssigphase und kontinuierlicher Gasphase erfolgt dann mittels der entsprechenden Quellterme in den im folgenden Abschnitt beschriebenen Erhaltungsgleichungen. Diese Erhaltungsgleichungen bilden die Grundlage für die in den weiteren Abschnitten dargestellten Ansätze zur Modellierung der Gemischbildung und Verbrennung. Auf eine ausführliche Herleitung und Beschreibung der Gleichungen wird

dabei verzichtet. Diese können den Standardwerken der Strömungsmechanik entnommen werden (siehe z.B. Ferziger et al. [5], Laurien et al. [6], Schlichting et al. [7]).

2.2 Gasphase

2.2.1 Grundgleichungen der Strömungsmechanik

An dieser Stelle sollen zunächst kurz die fundamentalen Gleichungen zur Berechnung von reaktiven Gasgemischen erläutert werden. Das Fundament hierfür bilden die Navier-Stokes-Gleichungen. Dabei ist anzumerken, dass korrekterweise lediglich die drei Komponenten der Impulsgleichung als Navier-Stokes-Gleichungen bezeichnet werden. Dennoch werden in der modernen Literatur sowie auch im Rahmen dieser Arbeit Kontinuitäts-, Energie- und Impulsgleichung als Navier-Stokes-Gleichungen bezeichnet.

Kontinuitätsgleichung In differentieller Form, nach der Einsteinschen Summationskonvention geschrieben, lautet die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = \dot{\rho}^s \quad i = 1, \dots, 3, \quad (2.1)$$

wobei ρ die Dichte des Gasgemisches und u_i den Geschwindigkeitsvektor bezeichnet. Der Quell- bzw. Senkenterm $\dot{\rho}^s$ beschreibt den Massenaustausch zwischen Flüssig- und Gasphase durch Verdampfung oder Kondensation, wobei die Flüssigphase in diesem Fall, wie in Kapitel 2.3.1 beschrieben, nicht als kontinuierliche Phase sondern mittels diskreter Tropfen modelliert wird. Da in innermotorischen Prozessen die Fluideigenschaften stets Funktionen der Gemischzusammensetzung sind, muss diese zeitlich und lokal bekannt sein. Dazu müssen Erhaltungsgleichungen für alle Einzelspezies gelöst werden. Unter der Annahme stark verdünnter Gase darf die Diffusionskonstante näherungsweise für alle Spezies gleich angenommen werden (vgl. Warnatz et al. [8]). Damit ergibt sich die Transportgleichung des Massenbruchs Y_m der Spezies m zu

$$\frac{\partial \rho Y_m}{\partial t} + \frac{\partial \rho Y_m u_i}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D \frac{\partial \rho Y_m}{\partial x_i} \right) + \rho \dot{r}. \quad (2.2)$$

Dabei definiert der erste Term auf der rechten Seite die molekulare Diffusion der Spezies m entsprechend dem Fickschen Gesetz als proportional zu ihrem Konzentrationsgradienten. $\rho \dot{r}$ berücksichtigt die Änderungen aufgrund Tropfenverdunstung und Verbrennung.

Impulserhaltungsgleichung Die Impulserhaltungsgleichungen leiten sich aus dem ersten Newtonschen Gesetz ab. Dieses besagt, dass die Impulsänderung gleich der Summe aller äußeren Kräfte ist. Damit lautet die Impulserhaltungsgleichung in differentieller Form

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \sigma_{ij} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \dot{F}^s + \rho g_i . \quad (2.3)$$

Der viskose Spannungstensor σ_{ij} mit

$$\sigma_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \partial_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \quad (2.4)$$

beschreibt hierbei die viskosen Kräfte und damit den Impulsaustausch durch die Molekülbewegung des Gases. Weiterhin berücksichtigt ρg_i die Schwerkraft mit der Erdbeschleunigung g und $\dot{F}^s$ die dynamischen Kräfte der Flüssigphase.

Energieerhaltungsgleichung Als weitere physikalische Erhaltungsgröße wird an dieser Stelle die innere Energie eingeführt. Das Prinzip der Energieerhaltung ergibt sich aus dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik, der die zeitliche Änderung der inneren Energie als Summe aus Wärmestrom und Arbeit durch die jeweiligen Oberflächen- und Volumenkräfte pro Zeiteinheit beschreibt. Somit lautet die Erhaltungsgleichung der inneren Energie e

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i e)}{\partial x_i} = \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - p \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} - \rho D \sum_m h_m \frac{\partial Y_m}{\partial x_i} \right) + \dot{Q}^c + \dot{Q}^s . \quad (2.5)$$

Dabei repräsentieren die Terme auf der linken Seite die zeitliche Änderung und die Konvektion der inneren Energie. Der erste Term auf der rechten Seite entspricht einer Arbeit durch Reibungskräfte, der zweite Term einer Volumenarbeit und der dritte Term einer Wärmeleitung und Enthalpiediffusion. Letzterer beschreibt sowohl die Zu- als auch die Abfuhr thermischer Energie über die Kontrollvolumenoberfläche und setzt sich aus der Fourier'schen Wärmeleitung mit der Wärmeleitfähigkeit λ und der Enthalpiediffusion entsprechend dem Fickschen Gesetz zusammen. Die Quellterme $\dot{Q}^c$ und $\dot{Q}^s$ stellen den Beitrag durch chemische Reaktionen und Tropfenverdampfung dar.

Die Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie bilden die Grundlage für die dreidimensionale Strömungsberechnung und beschreiben prinzipiell sowohl laminare als auch, mit entsprechend erhöhtem Rechenaufwand, turbulente Strömungen. Die numerische Berechnung dieser turbulenten Strömungen kann abhängig vom Detaillierungsgrad der Auflösung der turbulenten Skalen unterschieden werden. Eine Auflösung aller turbulenter Skalen ist dabei nur mit Hilfe der *direkten numerischen Simulation* (DNS) möglich. Aufgrund der in Ottomotoren mit Direkteinspritzung vorhandenen großen Bandbreite physikalisch relevanter Längen- und Zeitskalen wäre hier eine sehr feine zeitliche und

örtliche Diskretisierung notwendig. Damit ergeben sich jedoch immense Rechenzeiten, wodurch die DNS auf abschbare Zeit für die Simulation motorischer Strömungen nicht in Frage kommen wird.

Ein Berechnungsansatz, der aktuell auch bei motorischen Anwendungen zunehmend an Bedeutung gewinnt, ist die *Grobstruktursimulation* (LES). Hierbei werden die turbulenten Strukturen aller makroskopisch relevanten Wirbelstrukturen direkt abgebildet. Lediglich die Beiträge der kleineren Wirbelklassen werden durch Turbulenzmodelle, sogenannte *Subgrid-Modelle*, beschrieben. Allerdings bestehen auch hier noch sehr hohe Anforderungen an Numerik und Netzqualität, weshalb im Bereich der motorischen Strömungssimulation auch weiterhin die statistische Beschreibung der Turbulenz durch Lösung der *Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen* (RANS) dominiert. Bei der angesprochenen Reynoldsmittelung (vgl. Ferziger et al. [5]) wird jede in Zeit und Raum variable Strömungsgröße ϕ in eine mittlere Größe $\bar{\phi}(x)$ und eine turbulente Schwankungsgröße $\phi'(x, t)$ zerlegt.

$$\phi(x, t) = \bar{\phi}(x) + \phi'(x, t) . \quad (2.6)$$

Die hier betrachtete innermotorische Strömung ist jedoch im allgemeinen statistisch instationär, weshalb keine Zeitmittelung verwendet werden kann. Stattdessen wird $\bar{\phi}(x, t)$ mittels einer Ensemblemittelung bestimmt:

$$\bar{\phi}(x, t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \phi(x, t) , \quad (2.7)$$

wobei N die Anzahl der Ensemblemitglieder ist. Wird die in Gleichung 2.6 dargestellte Zerlegung nun auf die in den in Abschnitt 2.2.1 erläuterten Navier-Stokes-Gleichungen enthaltenen Strömungsgrößen angewandt und anschließend eine zeitliche Mittelung der jeweiligen Gleichung durchgeführt, ergeben sich die angesprochenen *Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen* (vgl. z. B. Laurien et al. [6]). Diese Reynolds-gemittelten Erhaltungsgleichungen enthalten neue, unbekannte Terme, die Reynoldsspannungen $\widetilde{\bar{\rho} u_i'' u_j''}$, welche den turbulenzbedingten Impulsaustausch darstellen. Damit sind die RANS-Gleichungen nicht geschlossen. Zur Schließung des RANS-Gleichungssystems müssen diese somit modelliert werden, was durch die im folgenden Abschnitt erläuterten Turbulenzmodelle geschieht.

2.2.2 Turbulenzmodellierung

Aufgabe der Turbulenzmodelle ist, wie in Abschnitt 2.2.1 angesprochen, die Modellierung des Reynolds-Spannungstensors τ . Einer der verbreitetsten Ansätze hierzu beruht auf dem Wirbelviskositätsprinzip nach Boussinesq [9]. Dabei wird der durch turbulente Geschwin-

digkeitsfluktuationen verursachte Impulsaustausch durch Einführung einer Wirbelviskosität μ_t ermittelt (vgl. Ferziger et al. [5])

$$\tau = -\widetilde{\rho u_i'' u_j''} = \mu_t \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \bar{\rho} k \delta_{ij} . \quad (2.8)$$

Hierbei stellt k die turbulente kinetische Energie dar

$$k = \frac{1}{2} \widetilde{u_i'' u_i''} . \quad (2.9)$$

Die turbulente Viskosität μ_t wird in dem häufig verwendeten Zwei-Gleichungs- k - ϵ -Modell, welches von Launder und Spalding [10] für voll turbulente Strömungen entwickelt wurde, als Funktion der turbulenten kinetischen Energie k und der Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie ϵ berechnet

$$\mu_t = C_\mu \bar{\rho} \frac{k^2}{\epsilon} . \quad (2.10)$$

Die zur Bestimmung der lokalen Verteilung der turbulenten Viskosität μ_t benötigten Werte für k und ϵ lassen sich mit Hilfe zweier Transportgleichungen der turbulenten kinetischen Energie k

$$\frac{\partial(\bar{\rho}k)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho} \tilde{u}_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{Pr_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \widetilde{\rho u_i'' u_j''} \frac{\partial(\tilde{u}_i)}{\partial x_j} - \bar{\rho} \epsilon \quad (2.11)$$

und deren Dissipation ϵ ermitteln

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\bar{\rho}\epsilon)}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_j \epsilon}{\partial x_j} = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{Pr_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] \\ & - C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} \widetilde{\rho u_i'' u_j''} \frac{\partial(\tilde{u}_i)}{\partial x_j} - C_{\epsilon 2} \bar{\rho} \frac{\epsilon^2}{k} - \left(\frac{2}{3} C_{\epsilon 1} - C_{\epsilon 3} \right) \bar{\rho} \epsilon \frac{\partial(\tilde{u}_i)}{\partial x_j} . \end{aligned} \quad (2.12)$$

Die im $k - \epsilon$ -Modell standardmäßig verwendeten Modellkonstanten (s. Gleichung 2.11, 2.12) sind in untenstehender Tabelle 2.1 aufgeführt. Bei der Anwendung der Wirbel-

Tabelle 2.1: Standardkonstanten des $k - \epsilon$ -Modells

C_μ	Pr_k	Pr_ϵ	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	$C_{\epsilon 3}$
0.09	1.0	1.33	1.44	1.92	-0.33

viskositätsmodelle ist jedoch zu beachten, dass die Annahme der Wirbelviskosität als skalare, richtungsunabhängige Größe nur für den Fall hochturbulenter Strömungen mit isotroper Turbulenz gilt. Diese Annahmen gelten daher in der laminaren Grenzschicht in Wandnähe, in welcher die Geschwindigkeit aufgrund der Reibung auf Null abfällt, nicht mehr. Um diese Problematik umgehen zu können, müssen zusätzliche Wandfunktionen genutzt werden. Eine ausführliche Erläuterung der Wandfunktionen kann beispielsweise Ferziger et al. [5], bzw. Laurien et al. [6] entnommen werden.

Die Ableitung dieser Wandfunktionen erfolgte allerdings im Allgemeinen unter der Annahme stationärer, wandparalleler Strömungen. Dies ist jedoch insbesondere in Motoren nicht der Fall, da sich hier die Turbulenzgrößen in Wandnähe oft rapide ändern können. Ein Ansatz, dieses Problem zu umgehen, ist das von Durbin [11] entwickelte $v^2 - f$ -Modell. Dieses verwendet statt der Gleichung für ϵ und den aufgrund der niedrigen Reynoldszahlen notwendigen Modifikationen in Wandnähe eine Gleichung für die Fluktuation der wandnormalen Geschwindigkeitskomponente v^2 sowie eine Gleichung für eine Dämpfungsfunktion f . Nachteil dieses Modells ist die Sensitivität hinsichtlich der Netzauflösung in Wandnähe und die damit verbundene numerische Instabilität. Diesen Nachteil versucht das $k - \zeta - f$ -Modell nach Hanjalic et al. [12], welches auch im Rahmen dieser Arbeit angewandt wird, durch Einführung eines Geschwindigkeitsverhältnisses $\zeta = \frac{v^2}{k}$ anstatt der wandnormalen Geschwindigkeitskomponente v^2 zu umgehen. Zusätzlich zu den Transportgleichungen der turbulenten kinetischen Energie k und der turbulenten Dissipation ϵ müssen dazu zwei weitere Transportgleichungen für das Geschwindigkeitsverhältnis ζ und die Dämpfungsfunktion f gelöst werden.

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\zeta)}{\partial t} = \bar{\rho}f - \bar{\rho}\frac{\zeta}{k}\widetilde{u'_i u'_j} \frac{\partial(\tilde{u}_i)}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\zeta} \right) \frac{\partial \zeta}{\partial x_j} \right] \quad (2.13)$$

$$f - L^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_j} = \left(C_1 + C_2 \frac{\widetilde{u'_i u'_j} \frac{\partial(\tilde{u}_i)}{\partial x_j}}{\zeta} \right) \frac{\frac{2}{3} - \zeta}{T} \quad (2.14)$$

Dabei ist T die turbulente Zeitskala, L die Längenskala und C_1, C_2 entsprechende Modellkonstanten (siehe Hanjalic et al. [12]). Für dieses $k - \zeta - f$ -Modell sind vier Transportgleichungen zu lösen, was den Rechenaufwand im Vergleich zum oben erläuterten $k - \epsilon$ -Modell leicht erhöht. Allerdings bietet dieses eine bessere Modellierung der Wandgrenzschicht bei gleichzeitig hoher numerischer Stabilität.

2.2.3 Numerisches Lösungsverfahren

Die in den Abschnitten 2.2.1 und 2.2.2 erläuterten Grundgleichungen bilden ein System von gekoppelten, nichtlinearen, partiellen Differentialgleichungen und stellen damit die mathematische Beschreibung einer turbulenten Strömung dar. Dieses ist jedoch für komplexe Strömungen nicht analytisch lösbar, weshalb hier numerische Lösungsmethoden erforderlich sind. Im Rahmen dieser Arbeit wurde der numerische Strömungslöser FIRE der Firma AVL List GmbH [13] verwendet. Die Berechnung der Gasphase in FIRE basiert auf der Finite-Volumen-Methode. Dabei werden die Erhaltungsgleichungen für jedes diskrete Volumen gelöst. Der wesentliche Vorteil dieses Verfahrens liegt in dessen konservativer Eigenschaft und somit in der Gewährleistung der Erhaltung der Strömungsgrößen. Für die räumliche Diskretisierung stehen verschiedene Verfahren zur Verfügung, die sich im

Wesentlichen hinsichtlich ihrer Genauigkeitsordnung sowie der numerischen Stabilität unterscheiden. So sind Diskretisierungsschemata erster Ordnung, wie z.B. das Upwind-Verfahren, bei welchem die Strömungsgrößen durch den Wert der stromauf liegenden Zelle approximiert werden, sehr stabil, besitzen allerdings auch einen Interpolationsfehler erster Ordnung (vgl. Laurien et al. [6]). Diskretisierungsverfahren zweiter Ordnung, wie das Central Differencing Scheme, bei dem die Werte der Strömungsgrößen aus benachbarten Werten interpoliert werden, besitzen dagegen einen Interpolationsfehler zweiter Ordnung, bei allerdings deutlich geringerer Stabilität (vgl. Merker et al. [14]). Analog zur räumlichen Diskretisierung existieren auch für die zeitliche Diskretisierung eine Vielzahl verschiedener Verfahren. So wird zwischen Ein- und Mehrschrittverfahren sowie zwischen expliziten und impliziten Verfahren unterschieden. Für weitere Details zu den verschiedenen Diskretisierungsverfahren wird an dieser Stelle auf die einschlägige Literatur verwiesen, siehe z.B. Ferziger et al. [5], Laurien et al. [6]. Zur Lösung des aus der Diskretisierung entstandenen nichtlinearen Gleichungssystems wird in FIRE [13] sowohl bei kompressiblen als auch bei inkompressiblen Strömungen ein numerisch entkoppelter Löser verwendet. Um die Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls zu lösen, wird im Fall inkompressibler Strömung ein dem SIMPLE-Verfahren (Semi Implicit Pressure Linked Equation) (s. Patankar et al. [15]) ähnliches Druckkorrekturverfahren verwendet, wobei die in den Impulsgleichungen berechneten Werte für Druck und Geschwindigkeit iterativ so korrigiert werden, dass sie auch die Kontinuitätsgleichung erfüllen. Im Fall kompressibler Strömungen wird die Druckkorrekturgleichung mit Hilfe einer Zustandsgleichung zur Korrektur der Dichte verwendet.

2.3 Flüssigphase

2.3.1 Modellierung der Zweiphasenströmungen

Zweiphasenströmungen treten im Kontext der motorischen Strömungssimulation und damit auch im Rahmen dieser Untersuchungen in verschiedenen Bereichen wie z.B. bei der Modellierung der Einspritzung (s. Abschnitt 4.1) oder der Berechnung der Injektorinnenströmung (s. Abschnitt 4.2) auf. Als Phase werden in dieser Arbeit, entsprechend der bei Laurien et al. [6] eingeführten Nomenklatur, getrennte Bereiche nicht mischbarer Fluide, z. B. verschiedene Aggregatzustände (gasförmig, flüssig, fest), bezeichnet. Dagegen werden die unterschiedlichen Stoffe, aus denen die Phasen bestehen, als Komponenten bezeichnet. Bei der angesprochenen Berechnung der Injektorinnenströmung wird beispielsweise sowohl n-Heptan in flüssigem und gasförmigem Aggregatzustand als auch Luft in gasförmigem Aggregatzustand berücksichtigt. Es handelt es sich hier demnach um eine Zweikomponenten-Zweiphasenströmung. Diese wird als Blasenströmung bezeichnet, da in

diesem Fall die gasförmige Phase (Luft, Kraftstoffdampf) dispers und die flüssige Phase (Kraftstoff) kontinuierlich ist. Zur Berechnung dieser Blasenströmungen wird in dieser Arbeit die Euler-Methode auf die beiden Phasen flüssiger und gasförmiger Kraftstoff bzw. Luft angewandt, d.h. beide Phasen werden als Kontinua betrachtet. Die Phasengrenzfläche und damit der Volumenanteil der jeweiligen Phase in einem Kontrollvolumen wird nach der Volume of Fluid Methode (vgl. Hirt et al. [16]) unter Berücksichtigung einer zusätzlichen Transportgleichung für den Volumenanteil berechnet. Da in diesem Fall angenommen wird, dass es keine Relativgeschwindigkeit zwischen den beiden Phasen gibt, kann vereinfachend das Homogene Mehrphasenmodell (siehe z.B. Laurien et al. [6]) verwendet werden. Somit teilen sich alle Phasen ein gemeinsames Geschwindigkeitsfeld und es muss nur ein Satz Impulsgleichungen gelöst werden. Weiterhin wird im aktuellen Fall unter der Annahme eines sehr großen Wärmeübergangs zwischen den Phasen die Strömung durch ein gemeinsames Feld für die Temperatur beschrieben. Im Rahmen dieser Arbeit werden die Berechnungen zur Injektorinnenströmung mit dem CFX-Solver der Fa. Ansys durchgeführt. Für weitere Details zu der hier erläuterten Modellierung sei auf das Ansys Manual [17] verwiesen.

Das Spray der Benzindirekteinspritzung wird hingegen als Tropfenströmung bezeichnet. Hier bildet sich am Spritzlochaustritt ein flüssiger Freistrah, in welchem aufgrund aerodynamischer Kräfte Störungen angefacht werden, welche zusammen mit der Turbulenz der Strömung einen Aufbruch des Strahls in Flüssigkeitsligamente und Tropfen bewirken. Typischerweise besteht ein solcher Einspritzstrahl aus einigen Millionen Tropfen, die somit nicht mehr mit vertretbarem Rechenaufwand deterministisch berechenbar sind. Aus diesem Grund wird, entsprechend Baumgarten [18], die Tropfendynamik statistisch, durch Einführung einer Tropfenverteilungsdichte f_{Tr} mit:

$$f_{Tr}(\vec{x}, \vec{u}, r, T, t) d\vec{u} dr dT \quad (2.15)$$

beschrieben. Diese beschreibt dabei die Wahrscheinlichkeit, am Ort $\vec{x}$ zur Zeit t einen Tropfen mit einer Geschwindigkeit $\vec{u}$, einem Radius r und einer Temperatur T zu finden. Ausgehend von der *Boltzmann-Gleichung* der kinetischen Gastheorie zur Beschreibung der mikroskopischen Dynamik von Atomen und Molekülen hat Williams [19] diese auf die Tropfendynamik übertragen. Diese sogenannte *Strahlgleichung* bildet die Basis für alle Strahlmodelle. Da es sich hierbei jedoch um eine hochdimensionale, partielle Differentialgleichung handelt, ist diese nicht direkt lösbar. Zur numerischen Lösung der Strahlgleichung wird daher häufig, wie auch im Rahmen dieser Arbeit, ein stochastisches Tropfenmodell, basierend auf der Monte-Carlo-Simulation, verwendet. Bei dieser sogenannten *Discrete Droplet Method* (vgl. Dukowicz et al. [4]) wird die Tropfenverteilungsdichte f_{Tr} durch hinreichend viele repräsentative Teilchen, sogenannte Partikel, diskretisiert, d.h. die gesamten Tropfen des Sprays werden durch eine diskrete Anzahl an Tropfenpaketen abgebildet. Insgesamt stellen die einzelnen Partikel somit Elemente der Tropfenströmung dar, die diese anhand mitbewegter Bezugspunkte beschreiben (Lagrange'sche Betrachtungsweise).

Die Partikelanzahl sollte dabei allein aus dem Gesichtspunkt der statistischen Konvergenz ermittelt werden, ist jedoch völlig unabhängig von der eigentlichen Anzahl der Tropfen. Aufgrund der vergleichsweise geringen Rechenzeitanforderungen ist diese sogenannte Euler-Lagrange-Methode, bei welcher die disperse Flüssigphase anhand der Lagrange'schen Betrachtungsweise (anhand mitbewegter Bezugssysteme) und die Gasphase anhand der Euler'schen Betrachtungsweise (anhand ortsfestem Bezugssystem) beschrieben wird, das aktuell etablierteste Verfahren zur Simulation von Einspritzprozessen.

2.3.2 Kavitationsmodellierung

Bei der hier untersuchten Hochdruck-Benzindirekteinspritzung kann aufgrund der Dynamik des Fluids der Druck in der Flüssigphase insbesondere im Bereich des Spritzlocheintritts lokal unter den Dampfdruck des Fluids sinken. Dementsprechend kommt es in diesem Bereich zur Bildung von Dampfblasen, welche stromab in Bereichen höheren Drucks wieder kollabieren. Dieses Phänomen wird als Kavitation bezeichnet. Generell lässt sich Kavitation ihrer Gestalt nach in verschiedene Formen untergliedern. Dabei ist eine bei Benzineinspritzsystemen dominante Form der Kavitation die *geometrische Kavitation*, welche aufgrund geometrischer Besonderheiten wie z.B. einer scharfen Umlenkung am Spritzlocheintritt entsteht (vgl. Nouri et al. [20]). Im Rahmen dieser Arbeit wird zur Modellierung dieser Effekte ein Kavitationsmodell basierend auf der Rayleigh-Plesset-Gleichung (vgl. CFX-Manual [17]) verwendet. Dieses soll im Folgenden kurz erläutert werden. Die Rayleigh-Plesset-Gleichung beschreibt die Blasenwachstumsgeschwindigkeit in Abhängigkeit des lokalen Drucks:

$$r_B \frac{\partial^2 r_B}{\partial t^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{\partial r_B}{\partial t} \right)^2 + \frac{2\sigma}{\rho_f r_B} = \frac{p_v - p}{\rho_f} . \quad (2.16)$$

Hierbei ist r_B der Blasenradius, p_v der Dampfdruck des Fluids, ρ_f die Dichte des Fluids und σ der Oberflächenspannungskoeffizient zwischen flüssiger und dampfförmiger Phase. Die zeitliche Änderung des Blasenvolumens unter Vernachlässigung der Terme höherer Ordnung sowie der Oberflächenspannung ergibt sich dann zu:

$$\frac{\partial V_B}{\partial t} = 4\pi r_B^2 \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_v - p}{\rho_f}} . \quad (2.17)$$

Durch Multiplikation mit der Gasdichte ρ_g lässt sich daraus die zeitliche Änderung der Masse der Blase ableiten. Wird nun eine Anzahl von n_B Blasen in einem Volumen V_{cv} betrachtet, kann der Volumenanteil α_g zu

$$\alpha_g = n_B \frac{4}{3} \frac{\pi r_B^3}{V_{cv}} \quad (2.18)$$

geschrieben werden. Der Massentransfer zwischen flüssiger und gasförmiger Phase bezogen auf ein Volumenelement dV wird damit zu:

$$\dot{m}_{fg} = F \frac{3\alpha_g \rho_g}{r_B} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p_v - p|}{\rho_f}}. \quad (2.19)$$

Der Faktor F in Gleichung 2.19 variiert, je nachdem ob der Dampfdruck unterschritten wird, so dass eine Gasblase entsteht (Verdampfung), oder überschritten wird, so dass eine Gasblase verschwindet (Kondensation). Zusätzlich werden Nukleationskeime mit einem Keimradius r_{nuc} und einer Keimdichte α_{nuc} betrachtet, um in der reinen Flüssigphase, also bei $\alpha_g = 0$, die Kavitation zu aktivieren. Damit ergeben sich abhängig vom Dampfdruck folgende Gleichungen für den Massentransfer zwischen den beiden Phasen:

$$\dot{m}_{fg} = \begin{cases} F_{vap} \frac{3\alpha_{nuc}(1-\alpha_g)}{r_{nuc}} \rho_g \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p_v - p|}{\rho_f}} & \text{für } p < p_v \\ -F_{con} \frac{3\alpha_g}{r_{nuc}} \rho_g \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p_v - p|}{\rho_f}} & \text{für } p > p_v \end{cases} \quad (2.20)$$

Für weitere Informationen zur Implementierung des Rayleigh-Plesset-Kavitationsmodells in CFX sowie zu den Modellkonstanten F_{vap} , F_{con} und α_{nuc} sei an dieser Stelle auf das CFX-Manual [17] verwiesen. Des Weiteren wird der Einfluss der Verdampfungs- und Kondensationskoeffizienten F_{vap} und F_{con} auf das berechnete Ergebnis der Injektorinnenströmung sowie der anschließenden Einspritzung bei Yang [21] näher untersucht.

2.4 Modellierung der Einspritzung und Gemischbildung

Bei der Benzindirekteinspritzung wird, wie in Kapitel 1 dargestellt, flüssiger Kraftstoff unter hohem Druck direkt in den Brennraum eingespritzt. Aufgrund des Primärzerfalls, der stark durch die Eigenschaften der Injektorinnenströmung wie Turbulenz und Kavitation beeinflusst wird, zerfällt der Strahl in Düsenaustrittsnähe in Flüssigkeitsligamente und erste Tropfen. Weiter stromabwärts zerfallen diese dann aufgrund des Sekundärzerfalls, welcher hauptsächlich durch aerodynamische Prozesse beeinflusst wird, in kleinere Tropfen. Parallel zu den erwähnten Zerfallsprozessen verdunstet der Kraftstoff und vermischt sich so mit der Gasphase. Somit ist die detaillierte Modellierung der Strahlausbreitung und Gemischbildung eine entscheidende Voraussetzung für die nachfolgende Berechnung der Spray-Wand-Interaktion sowie der anschließenden Zündung, Verbrennung und Emissionsbildung. Wie in Abschnitt 2.3.1 erläutert wird im Rahmen dieser Arbeit die sogenannte *Discrete Droplet Method* (vgl. Dukowicz et al. [4]) verwendet, d. h. die gesamten Tropfen des Sprays werden durch eine diskrete Anzahl an Tropfenpaketen abgebildet. In den nachfolgenden Abschnitten sollen die verschiedenen Teilmodelle zur Modellierung der Tropfenzerfallsprozesse, der Tropfenbewegung sowie der Tropfenverdunstung kurz erläutert werden.

Untersuchung der Potentiale der numerischen
Strömungsberechnung zur Prognose der
Partikelemissionen in Ottomotoren mit
Direkteinspritzung

Köpple, F.

2015, XXIII, 150 S. 96 Abb., 40 Abb. in Farbe., Softcover

ISBN: 978-3-658-11137-3