

2 Grundzüge der Theorie 2. Ordnung und Einführung in die Stabilitätstheorie

Wenn wir unsere bisherigen Untersuchungen daraufhin prüfen, ob alle in der Baupraxis vorkommenden Fälle behandelt wurden, dann stellen wir fest, dass ein wichtiges Konstruktionselement fehlt: Die Stütze, allgemein der Druckstab.

Schon bei einem einfachen Versuch wie der Druckbeanspruchung einer Reißschiene zeigt sich, dass hier Versagen nicht eintritt durch Erreichen bzw. Überschreiten einer Beanspruchungsgrenze des Materials sondern durch etwas, das man mit Ausweichen bezeichnen könnte. Bei welcher Belastung z.B. ein solches Ausweichen eintritt, soll in diesem Kapitel untersucht werden. Zuvor allerdings werden wir ein anderes Problem behandeln: Den biegebeanspruchten Stab mit Druckkraft. Schon dabei werden wir feststellen, dass die sogenannte Theorie 1. Ordnung keine zuverlässigen Ergebnisse liefert: Es muss verschärft gerechnet und insbesondere der Einfluss der Verformung auf die Schnittgrößen berücksichtigt werden.

2.1 Einleitung

Am Anfang aller unserer Überlegungen hatten wir vorausgesetzt, dass die Verformungen der betrachteten Bauteile klein bleiben im Vergleich mit deren Abmessungen. Diese Voraussetzung erlaubte uns, den Einfluss der elastischen Verformungen auf die Wirkungsweise der angreifenden Kräfte zu vernachlässigen, obwohl wir natürlich die Verformungen selbst nicht vernachlässigten.²²⁾ Während wir also einerseits den Zusammenhang zwischen Schnittgrößen und angreifenden Kräften und den Zusammenhang zwischen den Schnittgrößen untereinander am unverformten System ermittelten, fanden wir andererseits den Zusammenhang zwischen den Schnittgrößen und den Verformungen und den Zusammenhang zwischen den Verformungen untereinander naturgemäß am verformten System. Dieses Vorgehen ist nicht ganz schlüssig, da Gleichgewicht eigentlich erst im verformten Zustand eintritt. Eine Gleichgewichtsbetrachtung am unverformten Element liefert, wenn keine verteilte Belastung in Achsrichtung auftritt, $dN = 0$, $\frac{dV}{dx} = -q$ und $\frac{dM}{dx} = V$ (siehe etwa Abschnitt 3.5 von TM 1). Eine geometrische Betrachtung des verformten Sta-

²²⁾ Ähnlich vernachlässigen wir i. A. den Einfluss der Querkraft auf die Formänderung, berücksichtigen jedoch sehr wohl die Querkraft selbst.

belementes liefert $\frac{M}{E \cdot I} = -w''$ (siehe Abschnitt 1.3). Ableitung des letztgenannten Ausdruckes liefert $M' = -(E \cdot I \cdot w'')'$ und $M'' = -(E \cdot I \cdot w'')''$, also $V = -(E \cdot I \cdot w'')'$ und $q = (E \cdot I \cdot w'')''$. Für den Normalfall eines konstanten $E \cdot I$ erhalten wir somit $w'' = -\frac{M}{E \cdot I}$, $w''' = -\frac{V}{E \cdot I}$ und $w^{IV} = \frac{q}{E \cdot I}$.

Die letzte Beziehung lässt sich, wie wir wissen, gut zur Berechnung von Stabwerken benutzen, was wir an zwei einfachen Beispielen zeigen.

Anwendung der Beziehungen

$$\begin{aligned} w^{IV} &= \frac{q}{E \cdot I}, & w''' &= \frac{q}{E \cdot I} \cdot x + c_1, & w'' &= \frac{q}{E \cdot I} \cdot \frac{x^2}{2} + c_1 \cdot x + c_2, \\ w' &= \frac{q}{E \cdot I} \cdot \frac{x^3}{6} + c_1 \cdot \frac{x^2}{2} + c_2 \cdot x + c_3, \\ w &= \frac{q}{E \cdot I} \cdot \frac{x^4}{24} + c_1 \cdot \frac{x^3}{6} + c_2 \cdot \frac{x^2}{2} + c_3 \cdot x + c_4. \end{aligned}$$

auf das in Bild 79 dargestellte System liefert wegen der Randbedingungen $w(0) = 0$, $w''(0) = 0$, $w(l) = 0$ und $w''(l) = 0$ für die Bestimmung der Integrationskonstanten das Gleichungssystem

c_1	c_2	c_3	c_4	rechte Seite
0	0	0	1	0
0	1	0	0	0
$\frac{l^3}{6}$	$\frac{l^2}{2}$	l	1	$-\frac{q}{EI} \frac{l^4}{24}$
l	1	0	0	$-\frac{q}{EI} \frac{l^2}{2}$

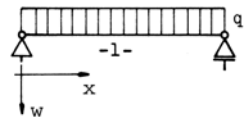


Bild 79

Es hat die Lösung

$$c_1 = -\frac{q}{E \cdot I} \cdot \frac{l}{2}; \quad c_2 = 0; \quad c_3 = \frac{q}{E \cdot I} \cdot \frac{l^3}{24}; \quad c_4 = 0$$

Damit sind alle Schnittgrößen und die Biegelinie bekannt:

$$V(x) = q \cdot \left(\frac{l}{2} - x \right), \quad M(x) = \frac{q}{2} \cdot (l \cdot x - x^2), \quad w(x) = \frac{q \cdot l^4}{24 \cdot E \cdot I} \cdot \left[\left(\frac{x}{l} \right)^4 - 2 \cdot \left(\frac{x}{l} \right)^3 + \frac{x}{l} \right]$$

Anwendung der gleichen Beziehungen auf das in Bild 80 dargestellte System liefert wegen der Randbedingungen $w(0) = 0$, $w''(0) = -\frac{F \cdot e}{E \cdot I}$, $w(l) = 0$ und $w''(l) = -\frac{F \cdot e}{E \cdot I}$ das Gleichungssystem

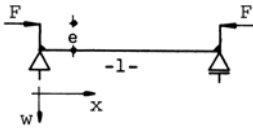


Bild 80

Es hat die Lösung

$$c_1 = 0, \quad c_2 = -\frac{F \cdot e}{E \cdot I},$$

$$c_3 = \frac{F \cdot e \cdot l}{2 \cdot E \cdot I}, \quad c_4 = 0.$$

c_1	c_2	c_3	c_4	rechte Seite
0	0	0	1	0
0	1	0	0	$-\frac{F \cdot e}{E \cdot I}$
$\frac{l^3}{6}$	$\frac{l^2}{2}$	l	1	0
l	1	0	0	$-\frac{F \cdot e}{E \cdot I}$

Damit sind alle Schnittgrößen und die Biegelinie bekannt:

$$V = 0, \quad M(x) = F \cdot e, \quad w(x) = \frac{F \cdot e}{2 \cdot E \cdot I} \cdot (l \cdot x - x^2).$$

Das bis hierher Gezeigte ist nichts Neues. Wir wollen nun überlegen, welchen Fehler wir dadurch gemacht haben, dass wir die Gleichgewichtsbedingungen am unverformten System angeschrieben hatten. Im ersten Fall ändert sich, wie Bild 81 zeigt, nichts:

$$M_1(x) - A \cdot x + \frac{q \cdot x^2}{2} = 0 \quad \rightarrow \quad M_1(x) = \frac{q}{2} \cdot (l \cdot x - x^2).$$

Im zweiten Fall sieht das anders aus. Es ergibt sich, wie Bild 82 zeigt,

$$M_1 - F \cdot (e + w) = 0 \quad \rightarrow \quad M_1 = F \cdot (e + w).$$

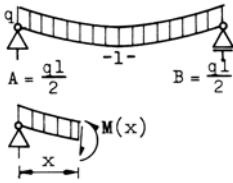


Bild 81

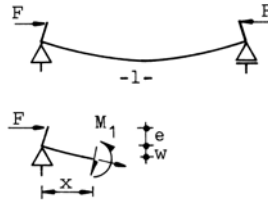


Bild 82

Gegenüber dem am unverformten System ermittelten Wert $M = F \cdot e$ (den wir hinfort mit M_0 bezeichnen wollen) hat sich das Moment sichtlich geändert. Natürlich ist diese Änderung abhängig vom Verhältnis w/e ; wir wollen diese Veränderung zahlenmäßig zeigen und wählen dazu die in Bild 83 gegebenen Werte.

Bei $x = l/2 = 4,00$ m erhalten wir $\max w_0 = 4,4$ cm. Damit ergibt sich das neue Moment zu $M_1 = 200 \cdot (5,0 + 4,4) = 1880$ kNcm. Gegenüber dem Moment M_0 bedeutet das eine Erhöhung von 88 %. Natürlich verursacht dieses erhöhte Moment eine Vergrößerung der Durchbiegung. Wir nennen die Funktion der ursprünglich ermittelten Biegelinie w_0 und berechnen die neue Funktion $w_1(x)$, indem wir in die linearisierte Differentialgleichung der Biegelinie $w'' = -\frac{M}{E \cdot I}$ für M den neuen Wert von

$$M_1(x) = F \cdot (e + w_0) = F \cdot e \left(1,0 + \frac{F}{2 \cdot E \cdot I} \cdot (l \cdot x - x^2) \right) \text{ einsetzen.}$$

Wir erhalten

$$w'' = -\frac{F \cdot e}{E \cdot I} \cdot \left[1 + \frac{F}{2 \cdot E \cdot I} \cdot (l \cdot x - x^2) \right]$$

und

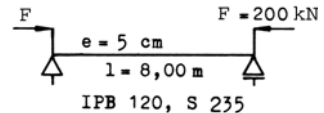


Bild 83

$$w' = -\frac{F \cdot e}{E \cdot I} \cdot \left[x + \frac{F}{2 \cdot E \cdot I} \cdot \left(\frac{l \cdot x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \right] + c_1 \quad \text{und}$$

$$w = -\frac{F \cdot e}{E \cdot I} \cdot \left[\frac{x^2}{2} + \frac{F}{2 \cdot E \cdot I} \cdot \left(\frac{l \cdot x^3}{6} - \frac{x^4}{12} \right) \right] + c_1 \cdot x + c_2.$$

Die beiden Konstanten bestimmen wir mit den bekannten und oben schon benutzten

Randbedingungen $w(0) = 0$ und $w(l) = 0$. Wir erhalten $c_1 = \frac{F \cdot e}{E \cdot I} \cdot \left[\frac{l}{2} + \frac{F \cdot l^3}{24 \cdot E \cdot I} \right]$, und

$c_2 = 0$. Damit ergibt sich $w_1(x) = \frac{F \cdot e}{2 \cdot E \cdot I} \cdot \left[l \cdot x - x^2 + \frac{F}{E \cdot I} \cdot \left(\frac{x^4}{12} - \frac{l \cdot x^3}{6} + \frac{l^3 \cdot x}{12} \right) \right]$.

Hiermit ergibt sich eine maximale Durchbiegung in der Feldmitte von der Größe $\max w_1 = 7,65 \text{ cm}$. Mit diesem verbesserten Durchbiegungswert ergibt sich ein neuer Wert für das maximale Moment $M_2 = F \cdot (e + w_1) = 2530 \text{ kNcm}$. Gegenüber dem ursprünglichen Wert M_0 bedeutet das 153 % Erhöhung, gegenüber dem verbesserten Wert M_1 eine Erhöhung von 34 %.

Dieser immer noch beträchtliche Momentenzuwachs lässt vermuten, dass ein nächster Schritt noch einmal einen respektablen Zuwachs bringt. Wir hätten dabei in die

DGL $w'' = -\frac{M}{EI}$ den Ausdruck

$$M_2(x) = F \cdot e \cdot \left[1 + \frac{F}{2 \cdot E \cdot I} \cdot \left(l \cdot x - x^2 + \frac{F}{E \cdot I} \cdot \left(\frac{x^4}{12} - \frac{l \cdot x^3}{6} + \frac{l^3 \cdot x}{12} \right) \right) \right]$$

einzusetzen.

Nach der Integration und der Bestimmung der Konstanten würden wir dann $w_2(x)$ erhalten, damit ein $M_3(x)$ usw. Schließlich würden wir den endgültigen Werten von M und w sehr nahe kommen.

Bei all dem geht es uns um die Feststellung: Die Gleichgewichtsbedingungen am unverformten System haben, angewendet auf das zweite Beispiel, völlig falsche Ergebnisse geliefert. In diesem Fall ist der Einfluss der Verformung auf die Wirkung der angreifenden Kräfte so groß, dass deren Außerachtlassen einen Fehler von mehr als 100 % brachte. Wir müssen also hier, um auf direktem Wege und nicht durch einen Iterationsprozess zu einem gültigen Ergebnis zu kommen, die Gleichgewichtsbedingungen am verformten System und also am verformten Element ableiten. Dabei verabreden wir, dass die Durchbiegungen weiterhin klein sein sollen im Vergleich mit den Abmessungen des Systems.

Dass bedeutet, dass die Neigung der Biegelinie $w' = \tan \phi$ nach wie vor sehr klein ist im Vergleich zu 1,0, sodass also weiterhin gilt $\tan w' = w'$ und $\cos w' = 1,0$.

2.2 Differenzialbeziehungen der Theorie 2. Ordnung

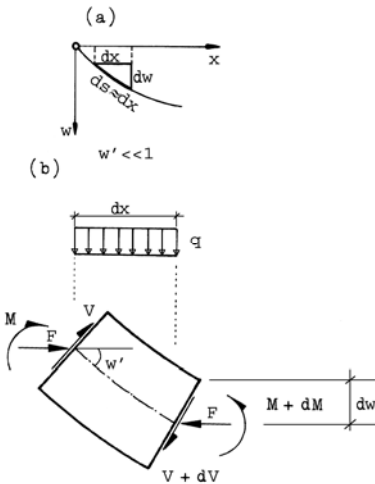


Bild 84 Gleichgewichtsbetrachtung am verformten Stabelement

Bild 84(a) zeigt den Verlauf einer Stabachse im verformten Zustand und Bild 84(b) ein Element dieses Stabes. Beim Betrachten beider Bilder muss bedacht werden, dass die Stabachse in Wirklichkeit nur ganz schwach gekrümmt bzw. ganz schwach gegen die x-Achse geneigt ist, sodass die wirklichen Verhältnisse im Bild stark überhöht bzw. verzerrt wiedergegeben werden. Deshalb machen wir z.B. keinen nennenswerten Fehler, wenn wir die Länge des Stabelementes mit dx angeben und ebenso wie die Projektion dieser Länge auf die x-Achse. Der Neigungswinkel der verformten Stabachse w' ist gleich dem Sinus bzw. dem Tangens des Winkels und der Cosinus ist gleich 1,0. Bei dieser Betrachtung führen wir die horizontale Druckkraft F als positive Größe ein.

Wir schreiben nun die drei Gleichgewichtsbedingungen an:

$$\sum H = 0: +N - N = 0$$

$$\sum V = 0: -V + V + dV + q \cdot dx = 0$$

$$\sum M = 0: -M + M + dM - q \cdot \frac{dx^2}{2} - (V + dV) \cdot dx - F \cdot dw = 0$$

Die erste Gleichung ist trivial. Aus der zweiten Gleichung folgt die uns schon hin-

länglich bekannte Beziehung $\frac{dV}{dx} = -q$. Wir behandeln jetzt die dritte Gleichung.

Dann ergibt sich nach Division durch dx :

$$\frac{dM}{dx} - q \cdot \frac{dx}{2} - V - dV - F \cdot \frac{dw}{dx} = 0$$

Der zweite und der vierte Term in der obigen Gleichung sind klein gegenüber den anderen Ausdrücken. Sie können also vernachlässigt werden. Dann folgt:

$$\frac{dM}{dx} - V - F \cdot \frac{dw}{dx} = 0$$

Eine Ableitung nach x ergibt dann:

$$\frac{d^2M}{dx^2} - \frac{dV}{dx} - F \cdot \frac{d^2w}{dx^2} = 0$$

Setzen wir nun noch den uns schon bekannten Zusammenhang zwischen dem Biegemoment und der zweiten Ableitung der Durchbiegung $-w'' \cdot E \cdot I = M$ und $\frac{dV}{dx} = -q$ in die obige Gleichung ein, dann erhalten somit schließlich eine DGL 4. Ordnung:

$$-E \cdot I \cdot w^{IV} + q - F \cdot w'' = 0$$

oder

$$E \cdot I \cdot w^{IV} + F \cdot w'' = q.$$

Damit ist das allgemeine Problem gelöst und wir können zurückkehren zu unserem speziellen Problem gemäß Bild 80. Hier ist die Belastung $q = 0$ und wir erhalten

$$E \cdot I \cdot w^{IV} + F \cdot w'' = 0 \quad \text{oder nach Division durch } E \cdot I: \quad w^{IV} + \frac{F}{E \cdot I} \cdot w'' = 0.$$

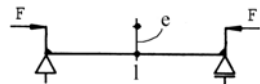
$$\text{Mit der Abkürzung } \frac{F}{E \cdot I} = \alpha^2: \quad w^{IV} + \alpha^2 \cdot w'' = 0.$$

Diese DGL hat die allgemeine Lösung

$$w(x) = A \cdot \sin(\alpha \cdot x) + B \cdot \cos(\alpha \cdot x) + C \cdot x + D$$

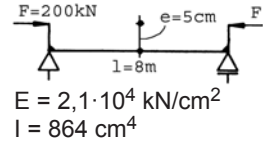
mit den vier Integrationskonstanten A bis D . Diese sind nun genau wie vorher zu bestimmen mit den vier Randbedingungen $w(0) = 0$, $w''(0) = -F \cdot e/(E \cdot I)$, $w(l) = 0$ und $w''(l) = -F \cdot e/(E \cdot I) = -e \cdot \alpha^2$.

Mit $w'(x) = A \cdot \alpha \cdot \cos(\alpha \cdot x) - B \cdot \alpha \cdot \sin(\alpha \cdot x) + C$ und $w''(x) = -A \cdot \alpha^2 \cdot \sin(\alpha \cdot x) - B \cdot \alpha^2 \cdot \cos(\alpha \cdot x)$ ergibt sich das Gleichungssystem



Wiedergabe von **Bild 80**

A	B	C	D	rechte Seite
0	1	0	1	0
0	$-\alpha^2$	0	0	$-e \cdot \alpha^2$
$\sin(\alpha \cdot l)$	$\cos(\alpha \cdot l)$	1	1	0
$-\alpha^2 \sin(\alpha \cdot l)$	$-\alpha^2 \cos(\alpha \cdot l)$	0	0	$-e \cdot \alpha^2$



Die Lösung lautet $A = e \cdot \frac{1 - \cos(\alpha \cdot l)}{\sin(\alpha \cdot l)}$, $B = e$, $C = 0$ und $D = -e$.

Damit ergibt sich $w(x) = e \cdot \left[\frac{1 - \cos(\alpha \cdot l)}{\sin(\alpha \cdot l)} \cdot \sin(\alpha \cdot x) + \cos(\alpha \cdot x) - 1 \right]$.

und $M(x) = -E \cdot I \cdot w'' = F \cdot e \cdot \left[\frac{1 - \cos(\alpha \cdot l)}{\sin(\alpha \cdot l)} \cdot \sin(\alpha \cdot x) + \cos(\alpha \cdot x) \right]$.

Mit $\alpha = \sqrt{\frac{F}{E \cdot I}} = \sqrt{\frac{200}{2,1 \cdot 10^4 \cdot 864}} = 3,32 \cdot 10^{-3} \text{ 1/cm}$ und $\alpha \cdot l = 2,656 \hat{=} 152,2^\circ$

ergibt sich $w(0) = 0$, $w(400 \text{ cm}) = 10,5 \text{ cm}$, $w(800 \text{ cm}) = 0$ und $M(0) = 1000 \text{ kNcm}$, $M(40 \text{ cm}) = 3100 \text{ kNcm}$, $M(800 \text{ cm}) = 1000 \text{ kNcm}$.

Die hier gezeigte Theorie, die vom Gleichgewicht am verformten System ausgeht, nennt man Theorie 2. Ordnung, während die übliche elementare Theorie als Theorie 1. Ordnung bezeichnet wird. Wir wiederholen, dass auch die Theorie 2. Ordnung keine exakte Theorie darstellt. Zwar berücksichtigt sie den Einfluss der Verformungen auf die Wirkung der angreifenden Kräfte, sie ist aber immer noch an die Voraussetzung kleiner Verschiebungen gebunden. Diese Voraussetzung wird im Bauwesen fast immer erfüllt wegen der Forderung nach elastischem Verhalten unserer Bauteile. Wollen wir sie fallen lassen und beliebig große Verschiebungen zulassen, dann muss die Rechnung weiter verschärft werden (Theorie 3. Ordnung). Die Theorie 2. Ordnung wird immer dort angewendet werden müssen, wo zusammen mit größeren Verformungen auch größere Druckkräfte auftreten.

2.3 Begriffe und Bezeichnungen um die Stabilitätstheorie

Schließlich gibt es noch eine große Gruppe von Problemen, bei denen die Anwendung der Theorie 2. Ordnung eine innere Notwendigkeit darstellt und daher grundsätzlich immer erforderlich ist. Es ist dies die Gruppe der Stabilitätsprobleme. Stabilitätsuntersuchungen knüpfen an die Betrachtung des Gleichgewichts von inneren und äußeren Kräften, an und beschäftigen sich mit der Frage nach der Eigenschaft dieses Gleichgewichts: Ist es stabil oder instabil?

Die Gleichgewichtsfigur (= Biegelinie) eines Tragwerkes unter einer gegebenen Belastung ist stabil, wenn eine kleine störende Verformung dieser Gleichgewichtsfigur nur unter Anwendung einer Kraft (oder besser: eines positiven Arbeitsbetrages) möglich ist.

Gibt es eine oder gar mehrere Arten von (störenden) Verformungen, bei deren Erzeugung keine Arbeit zu leisten ist, dann hat die Gleichgewichtsfigur die Grenze ihrer Stabilität (die Stabilitätsgrenze) erreicht. Das Gleichgewicht zwischen den inneren und den äußeren Kräften ist in diesem Grenzzustand neutral oder indifferent. Es gibt hier unter ein und derselben Last nicht bloß eine sondern noch eine zweite Gleichgewichtsfigur (oder gar mehrere), die der ersten Gleichgewichtsfigur benachbart ist und in die wir das belastete Tragwerk ohne jede Gewalt hinüberschieben können.

Da nun das Tragwerk, wenn sein Gleichgewicht in die Nähe dieser Stabilitätsgrenze gelangt, schon auf ganz geringe Belastungsänderungen mit sehr großen Änderungen der Verformung und damit auch sehr großen Änderungen seiner Werkstoffbeanspruchung reagiert und auf diese Weise unter Umständen Anlass für einen katastrophenartigen Zusammenbruch des Bauwerkes sein kann, müssen wir dafür sorgen, dass die unter der gegebenen äußeren Belastung ausgebildeten Gleichgewichtsfiguren des Tragwerkes mit Sicherheit stabil sind. Diese Forderung ist für den Bestand eines Bauwerkes zumindest ebenso wichtig, wie die Forderung nach Einhaltung bestimmter zulässiger Spannungen oder Durchbiegungen. Die Stabilitätstheorie sucht nun für ein gegebenes Tragwerk und eine gegebene Belastung jene kritische Laststufe, unter der die Stabilitätsgrenze erreicht wird und daher das Gleichgewicht zwischen den inneren, und äußeren Kräften die Eigenschaft verliert, stabil zu sein.

Wir sprechen von Biegeknickung eines Stabes (oder auch von Knickung), wenn die einzelnen Stabquerschnitte an der Stabilitätsgrenze beim erwähnten Übergang von der ersten zur zweiten, benachbarten Gleichgewichtsfigur nur parallel verschoben aber nicht verdreht werden; wenn also die einzelnen Stabelemente nur Verbiegungen erfahren und keine Verdrehungen. Hierher gehört das älteste aller Stabilitätsprobleme: Das von Leonhard Euler 1744 untersuchte Knickproblem eines schlanken, mittig gedrückten Stabes mit gleichbleibendem, doppelsymmetrischen Vollquerschnitt. Auch das Problem der Knickung von Bogenträgern oder Rahmen gehört hierher.

Wir sprechen von Drillknickung, wenn die einzelnen Stabquerschnitte eines Stabes beim Übergang von der ersten zur zweiten Gleichgewichtslage um ihren Schubmittelpunkt verdreht werden, wie dies auch bei einer Verdrehung des Stabes infolge eines Torsionsmomentes zutreffen würde.

Wir sprechen schließlich von Biegedrillknickung, wenn die einzelnen Querschnitte an der Stabilitätsgrenze beim Übergang von der ersten zur zweiten Gleichgewichtsfigur samt ihrem Schubmittelpunkt verschoben und verdreht werden, wenn also der Stab sowohl verbogen als auch verdreht wird.

Mit Kippung pflegt man einen Sonderfall der Biegedrillknickung zu bezeichnen, der dadurch gekennzeichnet ist, dass der Stab einen einfach- oder doppelsymmetrischen Querschnitt hat und ausschließlich auf Biegung in der Symmetrieebene beansprucht wird.

Die zweite Gleichgewichtsfigur, die an der Stabilitätsgrenze ohne Arbeitsaufwand erreicht werden kann heißt Knickfigur bzw. Kippfigur. Sie muss natürlich die der Lagerung des Stabes entsprechenden Randbedingungen des Stabilitätsproblems erfüllen. Allgemein wird vorausgesetzt, dass sich der Stabquerschnitt beim Übergang von der ersten zur zweiten, benachbarten Gleichgewichtslage als Ganzes verschiebt und verdreht, ohne hierbei seine Form zu verändern. Bei dünnwandigen Querschnitten muss durch konstruktive Maßnahmen dafür gesorgt werden, dass diese Voraussetzung erfüllt wird, damit nicht durch vorzeitiges Beulen der Wandungen Versagen eintritt.

Unter Beulung verstehen wir eine Instabilitätserscheinung, die bei dünnwandigen Flächentragwerken vorkommen kann, wenn sie in ihrer Mittelfläche durch übermäßige Normal- oder Schubspannungen beansprucht werden. An der Stabilitätsgrenze lässt sich die Mittelfläche ohne Arbeitsaufwand von der einen Gleichgewichtslage in die andere, benachbarte überführen. Diese zweite Gleichgewichtslage nennt man die Beulfläche; auch sie muss natürlich die Randbedingungen des Flächentragwerkes und seiner Belastung erfüllen.

Außer den hier genannten Instabilitätserscheinungen gibt es natürlich noch viele andere, wie z.B. das Durchschlagen von flach gewölbten Schalen, das Umstülpen von Ringen, das Ausschlagen tordierter Drähte.

Wenn bestimmte idealisierende Voraussetzungen erfüllt sind, führt die theoretische Untersuchung der Instabilitätserscheinungen zu einem Verzweigungsproblem. Die kritischen Lastwerte an der Stabilitätsgrenze nennen wir dann ideale Knicklasten oder ideale Beullasten. Mathematisch gesehen liegt hier immer ein Eigenwertproblem vor.

Sind diese idealisierenden Voraussetzungen nur mangelhaft erfüllt, wie dies baupraktisch wohl immer zutreffen wird, so gelangen wir zu einem Traglastproblem. Die dazugehörenden kritischen Lastwerte nennen wir Traglasten.

Für die wichtigsten im Stahlbau vorkommenden Knick- und Beulprobleme sind die Lösungsergebnisse der Stabilitätstheorie in DIN 18800–2 bis DIN 18800–4 in Form praxisgerechter Beziehungen und Rechenregeln zusammengefasst.

Wir beschränken uns im Rahmen dieser Einführung auf die Behandlung des sogenannten Eulerstabes, da für die ausführliche Darstellung der Stabilitätstheorie ein eigenes Bändchen erforderlich wäre.

Verformungen und statisch unbestimmte Systeme

Technische Mechanik für Bauingenieure 3

Wetzell, O.; Krings, W.

2015, VIII, 220 S. 240 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-658-11461-9