

Beim räumlichen Zeichnen geht es um das Problem, dreidimensionale Objekte auf einer meist ebenen Zeichenfläche darzustellen. Allgemein wird diese Tätigkeit (bzw. deren Ergebnis) als *Projektion* bezeichnet. Projektionen sind in unterschiedlichen Disziplinen mit oft andersartigen Anforderungen notwendig.

Beispiele

In der Kunst oder Architektur wird zur Darstellung der räumlichen Tiefenwirkung oft die sog. *Perspektive* gewählt: weiter hinten liegende Objekte werden kleiner dargestellt. Hier kommt es meist auf eine gute Raumvorstellung an, das dreidimensionale Objekt soll also möglichst „realistisch“ abgebildet werden.

Im maschinenbautechnischen Zeichnen (vgl. dazu Hoischen 2009) wird an die Darstellung räumlicher Objekte die Forderung geknüpft, dass sich Maße für die Fertigung leicht ablesen lassen.

Beim CAD (vgl. dazu Häger 2011) oder in der Computergrafik geht es u. a. darum, dass räumliche Objekte mithilfe des Computers von allen Seiten angesehen werden können.

In der Mathematik sollen (dreidimensionale) Funktionen veranschaulicht werden. Ein Teilgebiet der Mathematik, die Analytische Geometrie – insbesondere im Zusammenhang mit Abbildungsmatrizen – betrachtet den funktionalen Zusammenhang zwischen den Punkten eines dreidimensionalen Objekts und denen seiner Darstellung auf einer Ebene und liefert dafür rechnerische Verfahren (vgl. dazu Bär 1996). Diese Algorithmen bilden auch die Grundlage der Computergrafik (vgl. dazu Bungartz 1996), bei deren Programmen sie in Programmiersprachen implementiert und eingesetzt werden.

Jede dieser Disziplinen hat oft eigene Techniken zur Lösung dieses Problems gefunden. Die Darstellende Geometrie als Teilgebiet der Mathematik bietet schon lange konstruktive Verfahren an, die auch – neben der Normung – wesentlichen Eingang ins technische Zeichnen sowie in der Kunst und Architekturdarstellungen gefunden haben.

Die Tools dazu sind sehr unterschiedlich und oft sehr speziell. Da hier der Schwerpunkt auf dem schulischen Einsatz im Mathematikunterricht liegt, sollen neben den klassischen Zeichenwerkzeugen Lineal und Zirkel ein Vektorgrafikprogramm (Adobe Illustrator) und ein CAS (Maple) zum Einsatz kommen. Die Verfahren in beiden Programmen stellen keine hohen Anforderungen an den Befehlsumfang und die Rechnerleistung und können somit sinngemäß auf andere – kostenlos – verfügbare Programme wie Inkscape, Wolfram Alpha, o. ä., umgeschrieben werden. Viele Berechnungen können auch mit Excel gemacht werden. Ein weiteres Programm, das mittlerweile auch gute 3D-Tools hat, ist Geogebra.

Um die in diesem Zusammenhang häufig auftretenden Begriffe besser einordnen zu können und um Schlagworte für weitere Recherchen zu haben, stellt die Abb. 2.1 sie in einer Übersicht zusammen.

Grafen von Funktionen werden in der Mathematik in einem (kartesischen) Koordinatensystem dargestellt. Für zweidimensionale Funktionen bzw. dreidimensionale Objekte werden drei Koordinatenachsen benötigt. Eine Achse verläuft horizontal nach rechts, eine vertikal nach oben und die dritte schräg nach vorne oder hinten. Solange die „Rechte-Hand-Regel“ eingehalten wird, ist die Achsenbezeichnung frei – und auch deren Skalierung. Um einen möglichst realistischen Eindruck von den darzustellenden Objekten zu erhalten, hat es sich als sinnvoll herausgestellt, dass der Maßstab auf der schrägen Achse gegenüber der horizontalen und vertikalen verkürzt wird.

Unter den vielen möglichen Neigungen und Verkürzungen der schrägen Achse findet man 30° , 45° oder 60° . Als Verkürzungsfaktor wird häufig 0,5 gewählt.

Für schulische Zwecke bietet sich aber eine andere Verkürzung an. Es wird kariertes Papier benutzt. Und hier drängt sich damit der Neigungswinkel von 45° oder -135° auf. Als Einteilung der schrägen Achse bieten sich die Schnittpunkte mit dem Karoraster an. Körper wirken dann sehr realistisch, wenn folgende Vereinbarung getroffen wird: Ist auf der horizontalen und der vertikalen Achse die Einheit 1 cm (also zwei Rastereinheiten), ist sie auf der schrägen Achse die Länge einer Rasterdiagonalen.

In der Mathematik werden die Achsen dann häufig so gewählt, dass die x-Achse schräg nach vorne, die y-Achse horizontal nach rechts und die z-Achse vertikal nach oben verläuft. Das hier verwendete Koordinatensystem zeigt die Abb. 2.2.

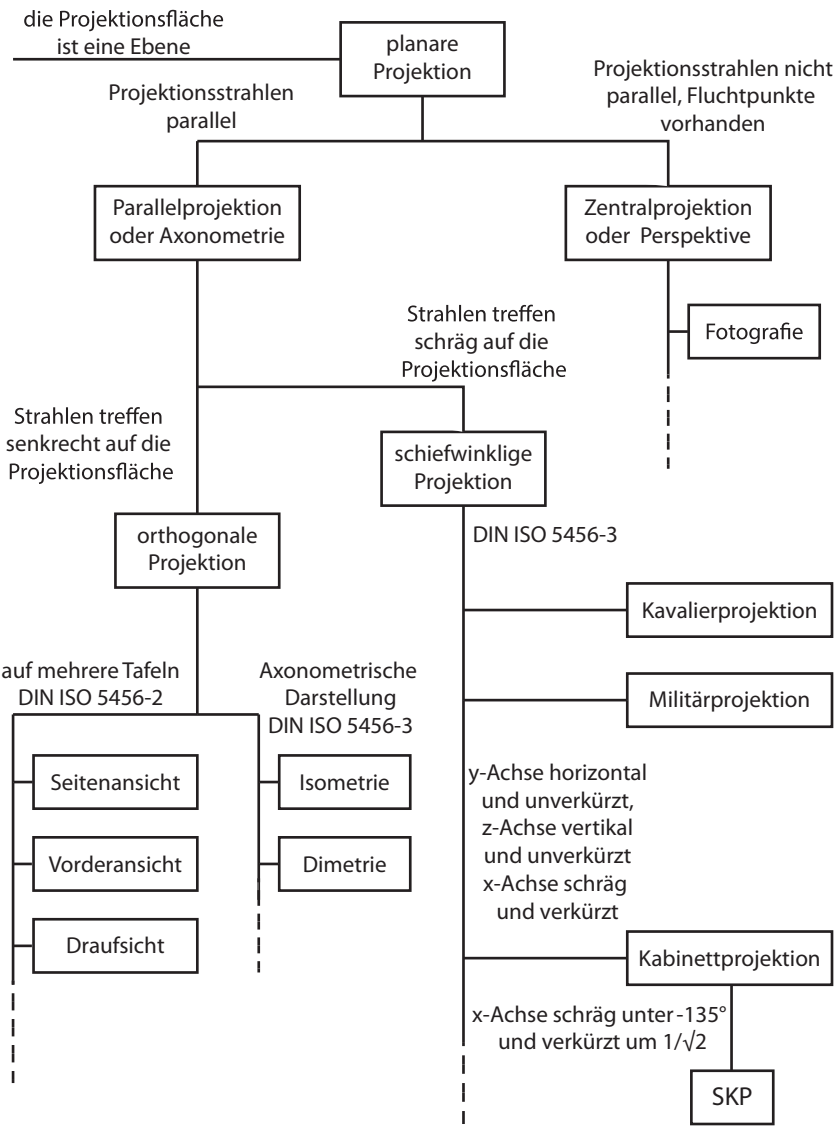


Abb. 2.1 Übersicht Projektionen

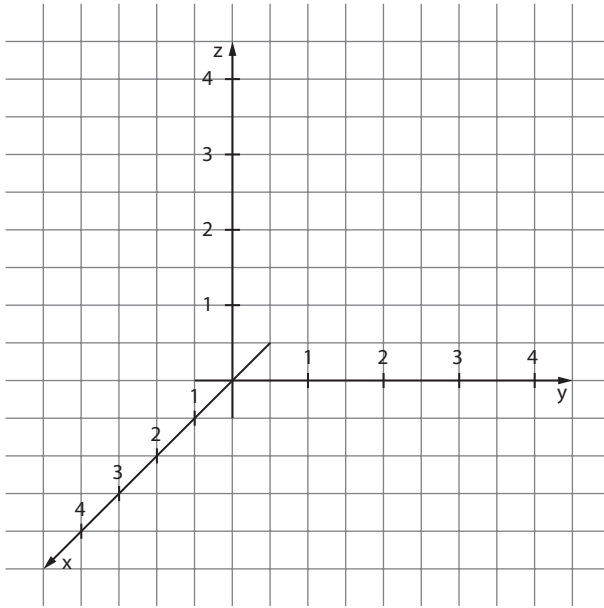
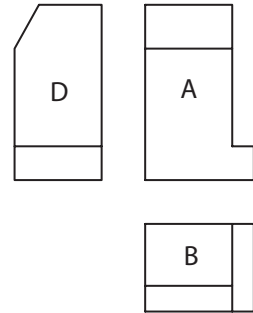


Abb. 2.2 Schulisches Koordinatensystem

Aus der Übersicht aus Abb. 2.1 wird deutlich, dass ein Körper, der in diesem Koordinatensystem abgebildet wird, auch als Projektion aufgefasst werden kann. Diese Projektion wird hier **schulische Kabinettprojektion** genannt und mit **SKP** abgekürzt.

Eine im maschinenbautechnischen Zeichnen häufig gebrauchte Darstellung, die auch für die Darstellungen im Mathematikunterricht benutzt werden kann, ist die orthogonale Projektion. Die Projektionsstrahlen fallen dabei senkrecht auf die Koordinatenebenen. In DIN ISO 5456-2 1998-04 wird die Anordnung dieser Projektionsbilder festgelegt. Der Gegenstand liegt gedacht vor den Koordinatenebenen, auf die er jeweils senkrecht projiziert wird. Dies ist in der DIN die sog. Projektionsmethode 1.

Abb. 2.3 Anordnung der Ansichten nach DIN ISO 5456-2 1998 04



In der SKP gehen wir hier davon aus, dass die sog. Hauptansicht des Gegenstandes parallel zur y - z -Ebene liegt. Die orthogonale Projektion in diese Ebene wird *Vorderansicht* genannt (Ansicht A in Abb. 2.3). Wird der Gegenstand von oben betrachtet, ergibt sich die *Draufsicht*. Sie wird unterhalb der Vorderansicht gezeichnet (Ansicht B in Abb. 2.3). Die *Draufsicht* ist die orthogonale Projektion in die x - y -Ebene. Die orthogonale Projektion in die x - z -Ebene ist eine *Seitenansicht von rechts* (Ansicht D in Abb. 2.3). Sie wird links von der Vorderansicht gezeichnet.

Die Darstellung eines Gegenstandes durch diese drei Bilder wird auch oft *Dreitafelprojektion* genannt. In ihr lassen sich insbesondere alle Maße direkt ablesen. Daher wird diese Darstellung oft in technischen Zeichnungen eingesetzt. Im Weiteren wird diese Dreitafelprojektion u. a. dafür verwendet, einige Körper in der SKP darzustellen.

Schulische Kabinettprojektion

Räumliches Zeichnen im Raster

Heinrich, B.

2015, VIII, 51 S. 47 Abb. in Farbe., Softcover

ISBN: 978-3-658-11572-2