
Einleitung

Es ist sehr schwer, wenn überhaupt möglich, die Geschichte eines Wissensgebietes richtig zu beschreiben. Sie besteht aus vielen sich überkreuzenden und wechselseitig sich beeinflussenden Entwicklungslinien der Gedanken, die alle erstens als stetige Linien und zweitens in ihrem jedesmaligen Zusammenhange miteinander darzustellen wären. Drittens müsste man die Hauptrichtung der Entwicklung, die eine idealisierte Durchschnittslinie ist, gleichzeitig separat zeichnen. Es ist also, als ob wir ein erregtes Gespräch, wo mehrere Personen gleichzeitig miteinander und durcheinander sprachen, und es doch einen gemeinsamen herauskristallisierenden Gedanken gab, dem natürlichen Verlauf getreu, schriftlich wiedergeben wollten. Wir müssen die zeitliche Stetigkeit der beschriebenen Gedankenlinien immer wieder unterbrechen, um andere Linien einzuführen; die Entwicklung aufhalten, um Zusammenhänge besonders darzustellen; vieles weglassen, um die idealisierte Hauptlinie zu erhalten. (Fleck 1935: 23)

Moderne Algebra ist das Wissensgebiet, von dessen Geschichte dieses Buch handelt. Algebra ist zugleich mathematische Disziplin und, in ihrer modernen Fassung, eine Perspektive auf die Mathematik in ihrer Gesamtheit. Die Geschichte ihrer Modernisierung beginnt mit zahlentheoretischen Überlegungen in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts; rund 100 Jahre später fand die mit moderner Algebra verbundene Sichtweise in einem Verständnis von Mathematik als Strukturwissenschaft ihren Niederschlag. Mathematik als Strukturwissenschaft aufzufassen ist das Ergebnis eines Kulturwandels mathematischer Denkweisen. Die vorliegenden Untersuchungen leisten einen Beitrag zur Geschichte dieser Auffassung von Mathematik, zu ihrem Entstehungs- und Etablierungsprozess. Es ist die Geschichte einer kulturellen Bewegung, deren Intention die Modernisierung der Algebra und die Algebraisierung der Mathematik war. Die Noether-Schule und ihre Namensgeberin Emmy Noether sind Teil dieser Geschichte, sie stehen im Zentrum der Forschungen.

Mit moderner Algebra wurden in den 1920er Jahren die von Noether entwickelten mathematischen Konzepte und die sich daraus ableitenden Methoden bezeichnet. Noethers Forschungsarbeiten lagen in der Algebra; zugleich war sie das Material, um mathematische Auffassungen zu entwickeln und vorzustellen. Mit begrifflicher Mathematik lassen sich diese Auffassungen und Methoden charakterisieren, deren Abstraktheit und Moderni-

tät den meisten ihrer Kollegen¹ als zu radikal und wenig fruchtbar galten. Von etablierten Mathematikern mit großer Distanz und Ablehnung betrachtet, entwickelten Noethers Ansätze eine Strahlkraft für die auf der Suche nach neuen methodischen Zugängen befindliche jüngere Generation.

Als Noether-Schule wurde bereits Mitte der 1920er Jahre die Noether umgebende Gruppe von Mathematikern und einigen Mathematikerinnen bezeichnet. Es waren nicht nur ihre Doktorand/inn/en, sondern ebenso bereits ausgebildete Wissenschaftler/innen unterschiedlichster mathematischer Disziplinen, die sich für eine Kultur des abstrakten mathematischen Denkens begeisterten. Sie sahen in den modernen algebraischen Methoden Möglichkeiten der Neukonzeption oder Grundlegung ihrer angestammten Forschungsfelder, sei es die Modernisierung von Teildisziplinen innerhalb der Algebra oder die Algebraisierung anderer mathematischer Disziplinen. Idealtheorie und Algebrentheorie erhielten durch die Noether-Schule ihre moderne Gestalt, die algebraischen Formungen von Geometrie, Topologie und Zahlentheorie hatten dort ihre Anfänge.

Die Noether-Schule war mehr als eine Gruppe in formaler Beziehung zu Noether stehender junger Wissenschaftler/innen. Sie war ein Ort, der erlaubte und einforderte, alte Traditionen zu verlassen, sich über Denkverbote hinwegzusetzen und neue mathematische Zugänge und Methoden zu wagen, ein Denkraum. Noether schuf diesen Denkraum, und die Noether-Schule gestaltete ihn in seinem inneren Gefüge und in seiner äußeren Wirksamkeit. Kaum etwas kann diesen Denkraum besser beschreiben als das Bild des „erregten Gesprächs, wo mehrere Personen gleichzeitig miteinander und durcheinander“ sprachen und es dennoch einen gemeinsamen, sich „herauskristallisierenden Gedanken“ gab: die Modernisierung der Algebra und die Algebraisierung der Mathematik. Die Entstehung der Gedanken beim Reden und im Dialog war charakteristisch für die Arbeitsweise Noethers und der Noether-Schule. Um ihr Werden, um das Entstehen von Mathematik zu rekonstruieren, gilt es, die Spuren dieser Gespräche in den mathematischen Dokumenten, seien es Bücher, Aufsätze, Vorträge, Briefwechsel oder Gutachten, zu finden.

Mathematische Texte sind gerade dadurch gekennzeichnet, dass sie im höchsten Maße entpersonalisiert sind, ihren Entstehungsprozess verschwinden lassen und die zugrunde liegenden mathematischen Positionierungen nicht expliziert werden. So ist es Herausforderung und Notwendigkeit, sie gewissermaßen gegen den mathematischen Strich zu lesen, um die hinter ihnen liegenden mathematischen Überzeugungen und ihren programmatischen Gehalt sichtbar werden zu lassen. Damit eröffnet sich zugleich die Möglichkeit, das Entstehen mathematischer Erkenntnisse auch einer mit Mathematik kaum vertrauten Leserschaft zu präsentieren.

¹ Zur Sprachregelung: Die männliche Form ist nicht als generisches Maskulinum zu lesen. Vielmehr verweist sie darauf, dass es sich im jeweiligen Kontext tatsächlich nur um männliche Personen handelt. Die feminine Form wird dann verwendet, wenn ausschließlich Frauen gemeint sind. Der Schrägstrich erlaubt in seiner konsequenten Anwendung die Bezeichnung der Geschlechter bei relativ guter Lesbarkeit.

Die moderne Algebra und die Algebraisierung der Mathematik als Kulturwandel innerhalb der Mathematik zu bezeichnen, erfordert ein Verständnis von Mathematik als Teil der Kultur einer Gesellschaft und als Ort kultureller Produktion. Von der Noether-Schule als Teil einer kulturellen Bewegung zu sprechen bedeutet, ihren Gestaltungsmöglichkeiten innerhalb der Mathematik nachzugehen. Wie aber die Geschichte einer kulturellen Bewegung schreiben, deren Inhalte hoch komplex sind und deren Diskussionsprozesse sich kaum in Dokumenten niederschlagen? Mathematische Texte sind, auch in ihrer den Anforderungen des mathematischen Kanons entsprechenden geglätteten Gestalt, Abbildungen mathematischer Diskurse über neue Denkweisen und der Reichweite sich daraus ableitender Methoden. Mathematische Texte zu kontextualisieren bedeutet nicht nur die mathematischen Kontexte, sondern ebenso den größeren Rahmen ihres Entstehens und ihrer Wirksamkeit zu benennen. Hierzu gehören die Lebens- und Arbeitssituation Noethers in Deutschland und insbesondere an der Göttinger Universität, ihre Emigration in die USA sowie die beruflichen Entwicklungen der mit dem Denkraum Noether-Schule verbundenen Mathematiker/innen.

Die vorliegenden Forschungen sind in Fragestellungen wie methodischen Ansätzen interdisziplinär angelegt. Mathematische, mathematikhistorische und historiografische Anforderungen, wissenschaftstheoretische, erkenntnistheoretische und wissenschaftssoziologische Fragestellungen sowie die Perspektive einer historischen Frauen- und Geschlechterforschung begleiten die Untersuchungen. Der Schwierigkeit der eigenen Verortung in dieser interdisziplinären Verflechtung steht der Vorzug des methodischen Schweifens in disziplinären Zwischenräumen gegenüber. Mit Michail Bachtin, Ernst Cassirer, Yehuda Elkana, Ludwik Fleck, Clifford Geertz und Hans-Jörg Rheinberger seien diejenigen genannt, deren Konzepte je nach Untersuchungsperspektive zur Unterstützung und theoretischen Fundierung herangezogen werden.

Mit Bachtins literaturtheoretischem Ansatz der Dialogizität von Texten gelingt es, mathematische Publikationen gegen den Strich zu lesen und Noethers mathematischen Schreibstil sowie ihre spezifischen Argumentationsfiguren als Teil ihrer Auffassung über Mathematik herauszuarbeiten. Auf Grundlage der philosophischen Untersuchungen Cassirers zu Substanzbegriff und Funktionsbegriff als unterschiedliche Vorstellungen über wissenschaftliche Begriffe können die begrifflichen Auffassungen und die sich daraus ableitenden Methoden aus den Arbeiten Noethers extrahiert werden. Die von Elkana in die Kulturwissenschaften eingeführten Begriffe der Wissensvorstellungen und des Wissenskorporus ermöglichen, Prozesse der Veränderungen und Verschiebungen innerhalb des mathematischen Kanons sichtbar werden zu lassen. Flecks wissenschaftstheoretische Überlegungen zur Entstehung und Entwicklung wissenschaftlicher Tatsachen und sein Konzept von Denkstil und Denkkollektiv begleiten einen Großteil der Untersuchungen. Sie erlauben, in einer mikrohistorischen Perspektive den Entwicklungsprozess einer mathematischen Tatsache zu untersuchen sowie, eine Makroperspektive einnehmend, die Noether-Schule als Denkraum und kulturelle Bewegung innerhalb der Mathematik zu erkennen. Geertz' auf ethnologische Forschungen bezogenes Konzept einer dichten Beschreibung bietet die theoretische Grundlage, die Noether-Schule aus unterschiedlichen Perspektiven

zu betrachten, sich überlagernde und kreuzende Bedeutungsebenen als unterschiedliche Analysekatégorien zu sehen und zu nutzen. Rheinbergers epistemologische Überlegungen ermöglichen es, den mathematischen Forschungsprozess als Bewegungen zwischen dem sich im Entstehen befindlichen mathematischen Gegenstand als epistemischem Ding und seiner Nutzung als Werkzeug, als technologischem Objekt, zu erkennen. Sind die vorgestellten theoretischen Konzepte zumeist auf empirische Wissenschaften bezogen, so entfalten sie in ihrer transdisziplinären Verbindung neues Potenzial und erweisen sich als geeignet, sich der Mathematik als einer gerade nicht-empirischen Wissenschaft wissenschaftsgeschichtlich, wissenschaftstheoretisch und erkenntnistheoretisch zu nähern.

In fünf Kapiteln verfolge ich die oben skizzierten Themenkomplexe sowie die damit aufgeworfenen Fragestellungen nach der Verbindung von Leben und Werk, dem Gehalt begrifflicher Mathematik und Methodik sowie dem inneren Gefüge der Noether-Schule und ihrem formenden Einfluss auf mathematische Wissensvorstellungen.² Die Entstehung der modernen Algebra und ihre Wirkmächtigkeit auf die Gestalt von Mathematik lassen sich als ein „erregtes Gespräch“ zwischen Mitgliedern des Denkraums Noether-Schule und als Geschichte einer kulturellen Bewegung zeichnen. Unterschiedliche Gedankenlinien sind zu verfolgen, Nebenlinien aufzugreifen, die Entstehung von mathematischem Wissen und die Etablierung von Forschungsfeldern zu skizzieren. Moderne Algebra stellt sich als Wissensgebiet und Denkweise heraus, gestaltete Wissensvorstellungen neu und veränderte den Wissenskörper. Produktionsbedingungen mathematischen Wissens, Fragen nach dem analytischen Gehalt der Bezeichnung Wissenschaftsschule, die Einführung des Konzepts des Denkraums sowie die Überprüfung der Verwendbarkeit des Begriffs der kulturellen Bewegung konturieren die Untersuchungen ebenso wie der Zusammenhang zwischen lebens- und werksbiografischen Linien. Es geht also um das Werden von Mathematik in wissenschaftssoziologischer, wissenschaftsgeschichtlicher und wissenschaftstheoretischer Perspektive.

Liegt in biografischen Arbeiten zu Noether der Schwerpunkt auf ihrer Lebensgeschichte, die exemplarisch für das Ringen um die wissenschaftliche Betätigung und Berufstätigkeit von Frauen Anfang des 20. Jahrhunderts steht, so erscheint in Forschungen zur Geschichte der modernen Algebra und zur Rolle Noethers in dieser Geschichte ihre Diskriminierung eher als biografische Randnotiz. Noether vorzustellen, ihre berufliche und ihre mathematische Position als marginalisiert zu erkennen und die Rahmenbedingungen zu skizzieren, unter denen ihr mathematisches Wirken stattfand und sich ihre mathematische Wirkungskraft entfaltete, ist Aufgabe des *ersten Kapitels*. In der Analyse ihrer Habilitationsschrift, deren zentrale Ergebnisse grundlegend zur mathematischen Fassung der Relativitätstheorie beitrugen und als Noethertheoreme Eingang in die theoretische Physik

² Erste Gedanken wurden 1999 im Rahmen der Ringvorlesung „Frauen- und Geschlechterforschung in Mathematik und Naturwissenschaften“ an der Universität Hamburg vorgestellt (Koreuber 2001). Von einem wissenschaftssoziologischen Ansatz ausgehend lag der Fokus auf einer Skizzierung von Verbindungen Noethers und ihrer Doktorand/inn/en mit dem Lehrbuch „Moderne Algebra“ (van der Waerden 1930/31).

gefunden haben, zeigt sich bereits exemplarisch die Notwendigkeit der Verbindung lebens- und werksbiografischer Knotenpunkte. Biografische Elemente wie die Grenzüberschreitung tradierter Geschlechterrollen sowie die Bewegung und Entstehung der Gedanken im Dialog korrelieren mit Noethers Fähigkeit, festgeschriebene mathematische Wege zu verlassen und Problemstellungen von einem allgemeinen Standpunkt aus zu erfassen, und lassen sich als biografische Muster festhalten.

Noethers Mathematik ist häufig als axiomatisch oder abstrakt charakterisiert worden, Bezeichnungen, deren mathematische Konnotationen eine genauere Analyse ihrer Texte zu verhindern scheinen. Von Noethers Auffassungen und Methoden als begrifflicher Mathematik zu sprechen, erlaubt, einen ungetrübten Blick auf ihre spezifischen Arbeitsweisen zu werfen. Im *zweiten Kapitel* wird anhand der „Idealtheorie in Ringbereichen“ (Noether 1921) und weiterer Originalarbeiten Noethers begriffliches Verständnis von Mathematik entwickelt und gezeigt, wie sich diese Auffassung in einer spezifischen und überaus erfolgreichen Methodik niederschlug. Noethers Veröffentlichungen gegen den mathematischen Strich und aus einer wissenschaftstheoretisch-literaturwissenschaftlichen Perspektive zu lesen, ermöglicht die Dialogizität ihres Schreibens zu erkennen. Sie leitete sich aus Noethers begrifflicher Auffassung ab und führte zu methodischen Ansätzen, deren Allgemeinheit die Anwendbarkeit über die Algebra hinaus in anderen mathematischen Disziplinen erlaubt. Forschungsobjekte einer begrifflichen Mathematik sind die mathematischen Begriffe selbst, die es zu schärfen gilt, und die zwischen ihnen bestehenden Zusammenhänge, die begrifflich zu fassen sind. Damit verbunden ist eine Abstraktheit, die nicht Abstraktion ist, sondern Loslösung von einer wie auch immer gearteten Substanz. Es ist ein Denken in Strukturen und bereitete ein Verständnis von Mathematik als Strukturwissenschaft vor. Noethers Veröffentlichungen zeigen sich als Streitschriften für einen neuen, einen strukturellen Zugang zur Mathematik, die Dialogizität ihres Schreibens als Analogon zu der auf das Gespräch angelegten und den Dialog benötigenden Arbeitsweise.

Mit dem Konzept zur Entstehung und Entwicklung einer wissenschaftlichen Tatsache als theoretischem Hintergrund wird im *dritten Kapitel* das Entstehen des Hasse-Brauer-Noether-Theorems in den Blick genommen (Hasse, Brauer, Noether 1932). Grundlage bildet neben den in diesem Kontext entstandenen Veröffentlichungen die Korrespondenz zwischen Noether und ihrem Kollegen Helmut Hasse. Labortagebüchern gleich entfaltet sich in den Briefen der Spannungsbogen des Ringens um mathematische Erkenntnis, zeigt sich der Entstehungsprozess des Beweises als Zusammentreffen unterschiedlicher Denkstile und mathematisches Forschen als gedankliche Bewegungen zwischen epistemischem Ding und technologischem Objekt. Verweise auf Forschungsergebnisse Richard Brauers, Hasses, Noethers, ihrer Schüler und einzelner Kollegen leiten in einen mathematischen Diskurs hinein, der zur Schaffung eines neuen Forschungsgebiets, der Algebrentheorie, führte. Die Produktivität der begrifflichen Mathematik und des Denkraums Noether-Schule wird sichtbar.

Moderne Algebra kann als ein kultureller Aufbruch, als ein Kulturwandel in den Auffassungen über Mathematik, die Noether-Schule als Teil dieser kulturellen Bewegung ver-

standen werden. In dem Konzept der dichten Beschreibung, das im *vierten Kapitel* verfolgt wird, liegt die Möglichkeit, sich auf unterschiedlichen Bedeutungsebenen der Noether-Schule anzunähern, ihr Entstehen, ihren inneren Zusammenhang, ihre Ausdehnung und ihre Gestaltungskraft mathematischer Wissensvorstellungen zu fassen. Von der Noether-Schule als mathematischer Schule zu sprechen ist zeitgenössisch begründet. Doch hat in der Forschung die Noether-Schule, wenn überhaupt, nur als biografische Konstruktion und Beschreibung formaler Beziehungen zu Noether ihren Niederschlag gefunden. Diese Perspektive einzunehmen reicht nicht aus, um das innere Gefüge der Noether-Schule zu durchdringen sowie ihre Wirkungsgeschichte nachzuzeichnen, sondern simplifiziert, was sich bei genauerer wissenschaftssoziologischer und wissenschaftstheoretischer Betrachtung als eigenständiges und eigenständig zu behandelndes historisches Phänomen herauskristallisiert. Die Noether-Schule war nicht durch eine materielle noch durch eine institutionelle Basis getragen und ist durch die Beschreibung formaler Beziehungen allein nicht zu fassen. Sie war ein Denkraum, entstanden und befördert durch Noethers begriffliche Auffassung und Methodik in ihren Anwendungsmöglichkeiten auf unterschiedlichste mathematische Problemstellungen und verschiedenste Disziplinen. Das Dialogische als Charakteristikum der Arbeitsweise Noethers und der begrifflichen Mathematik erweist sich als konstitutiv für die Noether-Schule.

Die Modernisierung der Algebra und die Algebraisierung der Mathematik waren die Intentionen der Noether-Schule. Mit zahlreichen Publikationen in Zeitschriften und vielfältigen Vorträgen auf Konferenzen wurde hierfür gestritten und geworben. Mit der Analyse einer dieser Vorträge, gehalten von Hasse und gleichsam ein Plädoyer für die moderne algebraische Zugangsweise, wird das *fünfte Kapitel* eröffnet (Hasse 1930). Hasses Rede bereitete den Übergang von der Zeitschrift- zur Handbuchwissenschaft des Wissensgebiets der modernen Algebra vor. Die zwei Jahre später erschienene Monografie „Moderne Algebra“, verfasst von Bartel L. van der Waerden, kann als das Manifest der Noether-Schule gelesen werden; damit wurde die Definitionshoheit über die moderne Algebra beansprucht und gewonnen (van der Waerden 1930/31). Mit der Vorstellung von Handbüchern zur Idealtheorie und zur Algebrentheorie, zur Topologie sowie zur Kategorientheorie werden vier „Gedankenlinien“ innerhalb des Denkraums Noether-Schule verfolgt (Krull 1935; Deuring 1935; Alexandroff, Hopf 1935; Mac Lane 1971). Sie stehen exemplarisch für seine Produktivität und den Erfolg der kulturellen Bewegung in der Formung mathematischer Wissensvorstellungen und der Erweiterungen des mathematischen Wissenskorporus.

In einem *Resümee* nehme ich Flecks Überlegungen zum Schreiben der Geschichte eines Wissensgebiets wieder auf. Exemplarisch werden einige der die Kapitel überschreitenden und sie verbindenden „Entwicklungslinien“, verstanden als Leselinien, vorgestellt, deren „zeitliche Stetigkeit“ in den Einzeluntersuchungen unterbrochen werden muss, um „andere Linien einzuführen, die Entwicklung aufhalten, um Zusammenhänge“ darzustellen. In Zusammenspiel von Kapiteln und Leselinien vervielfältigen sich die Facetten, wird eine Multiperspektivität gezeichnet, an dessen Herstellung ganz im Sinne der Dialogizität begrifflicher Mathematik die Lesenden beteiligt sind. Aus ihr hebt sich als „idealisierte

Hauptlinie“ des „erregten Gesprächs“ die moderne Algebra heraus, deren Gestalt wesentlich durch die Noether-Schule, verstanden als Denkraum und kulturelle Bewegung, geformt wurde.

Mathematik entsteht, mathematische Gegenstände sind Produkte eines Gedankenaustausches zwischen Menschen. Diese Untersuchungen sind auch ein Versuch, Brücken zu bauen zwischen der Mathematik, deren Studium mir Herausforderung und Freude zugleich war, und all jenen, die Mathematik als einen Archipel mit ganz eigener Sprache und zumeist unverständlichen Regeln betrachten. Die Geschichte Emmy Noethers und der Noether-Schule hat mich über viele Jahre beschäftigt. In dieser Zeit haben mich zahlreiche Hinweise von Kolleg/inn/en erreicht, immer wieder waren Freund/inn/e/n bereit, sich auf eine Reise in die Mathematik einzulassen. Ihnen allen gilt mein Dank. Herbert Mehrkens und Karin Hausen kennen das Projekt von Beginn an, sie haben nie einen Zweifel geäußert, dass es erfolgreich zu Ende gebracht werden kann. Dafür möchte ich ihnen herzlich danken. Ohne sie hätte mir manches Mal der Mut gefehlt, meine Forschungen weiterzuführen. Bei Bettina Wahrig bedanke ich mich für ihre Unterstützung, das Vorhaben zu seinem akademischen Abschluss gebracht zu haben. Den Herausgebern dieser Reihe, David Rowe und Klaus Volkert, sei für die zahlreichen Anmerkungen bei der Vorbereitung der Publikation gedankt. Insbesondere aber danke ich den Menschen, die mir nahe stehen und deren Unterstützung und Geduld halfen, dieses Buch zu verfassen.

Emmy Noether, die Noether-Schule und die moderne
Algebra

Zur Geschichte einer kulturellen Bewegung

Koreuber, M.

2015, XV, 368 S. 25 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-662-44149-7