
Vorwort

Für Platon war die – später euklidisch genannte – Geometrie ein unverzichtbarer Bestandteil der Bildung. Diese Stellung behauptete sie bis in das erste Viertel des 20. Jahrhunderts. Die renommiertesten Mathematiker widmeten sich ihr und bereicherten sie um neue, oft überraschende Erkenntnisse. Später erhielt diese Geometrie das Attribut *elementar*. Das meinte allerdings nicht, dass sie als grundlegend für die Mathematik betrachtet wurde (wie dies für die Elementarteilchen in der Chemie oder Physik zutrifft); sie galt vielmehr als trivial und damit keiner weiteren Betrachtung wert. Sie wurde in die Schulen und (im günstigsten Fall) die Ausbildung der Lehrer abgeschoben. Inzwischen ist sie auch dort nurmehr rudimentär vertreten.

Andererseits gab es noch nie so viele Geometrien wie heute. Dies ist zum einen der Physik geschuldet, für deren mathematische Fundierung die euklidische Geometrie längst nicht mehr ausreicht. Zum anderen tragen aber viele Teilgebiete der Mathematik die Geometrie im Namen, deren geometrischer Gehalt für den Laien nicht und für den Fachmann kaum erkennbar ist. Dass dort nicht mehr im eigentlichen Sinn geometrisch argumentiert wird, verwundert nicht. Doch auch in der Elementargeometrie geschieht dies immer weniger. Während Felix Klein noch Ende des 19. Jahrhunderts in seinem berühmten „Erlanger Programm“ den eigenständigen Wert der geometrischen Argumentation und der damit verbundenen räumlichen Anschauung hervorhob, wurde im Laufe des 20. Jahrhunderts geometrische Beweisführung immer mehr von algebraischer oder analytischer verdrängt. In den sechziger Jahren des letzten Jahrhunderts war es dann sogar möglich, Bücher über *Elementargeometrie* zu schreiben, die keine einzige Abbildung enthielten. Während früher Generationen von Geometern voller Stolz ihren Hörern in eindrucksvollen Tafelbildern den ästhetischen Wert gelungener geometrischer Illustrationen vor Augen führten, kokettieren heute „Geometer“ damit, keine korrekte Skizze zustande zu bringen.

Der Wert eines rein abstrakten Vorgehens soll keineswegs geleugnet werden. Es ist für die Weiterentwicklung der Mathematik unverzichtbar. Bedenklich ist allerdings die von seinen Vertretern beanspruchte Ausschließlichkeit. Natürlich empfinden Mathematiker auch einen eleganten abstrakten Beweis als „schön“. Doch lässt sich diese Schönheit – im Unterschied zur Schönheit einer geometrischen Figur – Nichtmathematikern nur schwer vermitteln. Indem sie elementargeometrische Argumentation durch analytische und algebraische ersetzen, verschlossen die Mathematiker Außenstehenden jenes Teilge-

biet, das den einladendsten Zugang zu ihrem Reich bietet. Leichtfertig wird dadurch eine Chance vertan, Interesse an dieser interessanten Wissenschaft zu wecken und ihr kaltes Image durch wärmere Töne anziehender zu gestalten.

Das vorliegende Buch versucht, hier ein Stück weit gegen den Strom zu schwimmen, indem es die geometrische Argumentation in den Mittelpunkt stellt. Dies zeigen nicht zuletzt die mehr als 250 Abbildungen, die die Beweise begleiten. Dabei geht es nicht darum, akribisch alle möglichen Fälle abzuarbeiten. Es sollen vielmehr die Beweisideen deutlich und insbesondere deren geometrischer Kern transparent werden. Um dies zu erreichen, werden die mathematischen Fachbegriffe auf ein Minimum beschränkt und neben den Resultaten, die im Buch hergeleitet werden, nur wenige Sätze der Schulgeometrie verwendet, die in jeder Formelsammlung zu finden sind. Auch wird nur selten intensiver algebraisch argumentiert. Meist geht es dabei um weiterführende Resultate, deren Beweis beim ersten Lesen übersprungen werden kann.

Die Kreisgeometrie ist das ideale Gebiet, Interessierten den Reichtum der Geometrie zu erschließen. Kreise sind neben Dreiecken die vertrautesten geometrischen Objekte. Während jedoch die Dreiecksgeometrie (wegen der Erinnerungen an die Schulzeit?) den Ruf hat, langweilig zu sein, bietet die Kreisgeometrie ein großes Feld geometrisch interessanter, vielfach aber kaum bekannter Resultate. Diese dem Leser nahezubringen, ist das Ziel dieses Buches.

Den Auftakt bildet ein Kapitel, das zeigt, dass sich allein schon mit dem Satz des Pythagoras – dem wohl bekanntesten aller geometrischen Sätze – eine Vielzahl kreisgeometrischer Aussagen beweisen lässt, deren Bedeutung weit über die Geometrie hinausreicht.

Im Kap. 2 werden die aus der Schule bekannten, über 2000 Jahre alten klassischen Sätze der Kreisgeometrie nochmals vorgestellt und bewiesen. In der Schulgeometrie bilden sie meist den Schlusspunkt geometrischer Betrachtungen, hier dienen sie als Ausgangspunkt für weite Wanderungen durch das Gebiet der Kreisgeometrie.

Einen kräftigen Schub erfuhr die Kreisgeometrie im 19. Jahrhundert, als die Geometer – etwa der geniale Autodidakt Jacob Steiner – neue Werkzeuge entwickelten. Sie erlaubten es, das Areal der Kreisgeometrie weiter zu erschließen und neue Wege zu beeindruckenden Aussichtspunkten und bisher unerreichbaren Gipfeln anzulegen. Die damals geschaffenen Instrumente stehen im Mittelpunkt der Kap. 3 und 4.

Die Mächtigkeit dieser Werkzeuge zeigt sich in den weiteren Kapiteln, die ein breites Spektrum kreisgeometrischer Themen behandeln. Vielen berühmten Kreisen wird der Leser dabei begegnen, viele prominente Sätze kennenlernen.

G. Aumann

Kreisgeometrie

Eine elementare Einführung

Aumann, G.

2015, VIII, 260 S. 260 Abb. in Farbe., Softcover

ISBN: 978-3-662-45305-6