
2.1 Die Ausdehnung des Universums in der allgemeinen Relativitätstheorie

In der Einführung haben wir gesehen, dass sich die Galaxien wie in Abb. 1.1 skizziert mit einer Geschwindigkeit v von uns entfernen, die proportional zu ihrer Entfernung d anwächst:

$$v \simeq H_0 d, \quad (2.1)$$

wobei H_0 die Hubblekonstante ist. Wenn man in der Zeit zurückschaut, bedeutet dies, dass die gesamte Materie vor $\sim 10^{10}$ Jahren komprimiert war.

Dieses Phänomen ist besser zu verstehen, wenn man sich eine zweidimensionale anstatt unserer dreidimensionalen Welt vorstellt. Eine zweidimensionale Welt entspricht einer Fläche, und sämtliche physikalischen Objekte (und Lebewesen) in dieser Fläche besitzen nur eine Breite und eine Länge, aber keine Höhe. Lebewesen in dieser Fläche können sich nur innerhalb der Fläche bewegen, Abstände innerhalb der Fläche messen, sich aber eine dritte Dimension nicht einmal vorstellen. (Die Mathematiker dieser zweidimensionalen Welt können sehr wohl Rechnungen in dreidimensionalen Räumen durchführen; sie haben jedoch Schwierigkeiten, ihren Mitbewohnern zu erklären, was das bedeuten soll.)

Stellen wir uns nun eine Fläche von der Form einer Kugeloberfläche vor, die das Universum der zweidimensionalen Lebewesen darstellt. Diese Vorstellung bereitet uns keinerlei Probleme, sie ist jedoch für die zweidimensionalen Lebewesen nicht nachvollziehbar! Nehmen wir weiter an, dass sich diese Kugeloberfläche wie ein aufgeblasener Luftballon wie in Abb. 2.1 ausdehnt.

Dieses Verhalten entspricht dem unseres dreidimensionalen Universums: Jetzt nehmen alle Abstände zwischen Punkten (oder Galaxien) auf dieser Kugeloberfläche zu, und die Relativgeschwindigkeit zwischen zwei Punkten ist proportional zu ihrem Abstand. Dies kann durch eine kleine Rechnung überprüft werden:

Wir führen eine dimensionslose Größe $a(t)$ ein, die proportional zum Durchmesser der betrachteten Kugel ist und im Laufe der Zeit zunimmt. $a(t)$ spielt die Rolle eines *Skalenfaktors*, d. h. alle Skalen bzw. Längen auf der Kugeloberfläche

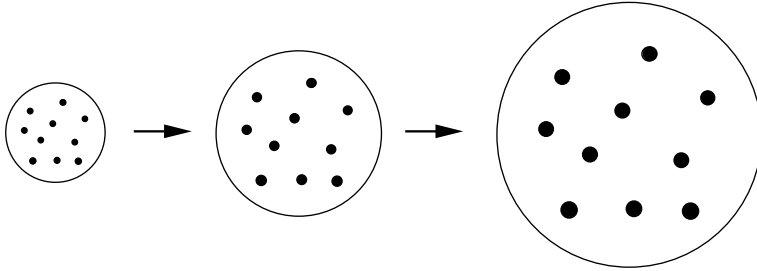


Abb. 2.1 Eine sich ausdehnende Kugeloberfläche, die einem zweidimensionalen expandierenden Universum entspricht

sind proportional zu $a(t)$. Zur Zeit $t = t_0$ wählen wir die Konvention $a(t_0) = 1$. Den zur Zeit t_0 gemessenen Abstand zwischen zwei bestimmten Punkten bezeichnen wir als Δ_0 . Zu einer späteren Zeit $t > t_0$ ist dieser Abstand durch

$$\Delta(t) = a(t)\Delta_0 \quad (2.2)$$

gegeben. Die Geschwindigkeit, mit der sich die zwei Punkte voneinander entfernen, berechnet sich wie folgt (wobei $\dot{a} = da/dt$ bedeutet):

$$v(t) = \frac{d}{dt}\Delta(t) = \dot{a}(t)\Delta_0 = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}a(t)\Delta_0 = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\Delta(t) = H(t)\Delta(t) \quad (2.3)$$

mit

$$H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}. \quad (2.4)$$

Demnach ist $v(t)$ in der Tat proportional zum Abstand $\Delta(t)$, aber der Koeffizient $H(t)$ ist im Allgemeinen zeitabhängig.

Hier haben wir eine sich ausdehnende zweidimensionale Fläche betrachtet, deren Krümmung überall dieselbe ist. Es gibt weitere zweidimensionale Flächen mit dieser Eigenschaft (die als „Homogenität“ bezeichnet wird): Natürlich die flache Ebene, und eine Fläche von der Form eines Sattels. Die Gln. 2.3 und 2.4 sind in all diesen Fällen gültig, genauso wie für unser dreidimensionales Universum: Ein gekrümmter dreidimensionaler Raum (oder ein sich ausdehnender dreidimensionaler Raum) ist für uns ebenso unvorstellbar, wie ein zweidimensionaler Raum mit diesen Eigenschaften für die zweidimensionalen Lebewesen. Die obige Rechnung (2.3) führt aber immer noch zu einer Gleichung von der Form (2.1); es genügt, überall in (2.3) t durch $t = t_{\text{heute}}$ zu ersetzen.

In der heutigen Kosmologie können wir die Zeitabhängigkeit von $H(t)$ sogar messen: Das Verhältnis von relativer Geschwindigkeit zu ihrem Abstand ist für weit entfernte Supernovae nicht exakt konstant, da ihr Licht vor sehr langer Zeit emittiert wurde, und $H(t)$ damals nicht exakt denselben Wert wie heute hatte.

Wir sollten noch bemerken, dass ein zunehmender Skalenfaktor $a(t)$ *nicht* bedeutet, dass sich Objekte im Universum (wie Sterne und Galaxien) ausdehnen: Der Durchmesser derartiger Objekte ist dadurch gegeben, dass sich verschiedene auf ihre Komponenten wirkende Kräfte gerade aufheben (wie die Schwerkraft und die Zentrifugalkraft für Sterne in Galaxien). Solange diese Kräfte dieselben bleiben, bleiben auch die Durchmesser von Objekten unbehelligt von der Ausdehnung des Universums.

Die Zeitabhängigkeit von $a(t)$ – und demnach diejenige von $H(t)$ – kann im Rahmen der allgemeinen Relativitätstheorie berechnet werden. In der allgemeinen Relativitätstheorie wird der Raum (sogar die Raum-Zeit, siehe Kap. 3) im Allgemeinen als gekrümmt angenommen. Die genaue Form eines gekrümmten Raumes ist durch die Abstände zwischen Punkten überall im Raum bestimmt. Die mathematische Größe, die diese Abstände beschreibt, wird als *Metrik* bezeichnet, die wir in Kap. 3 genauer behandeln werden. Für homogene Räume hängt die Metrik nicht vom Ort ab, und ist vollständig durch den oben eingeführten Skalenfaktor $a(t)$ bestimmt.

A. Einstein hat die Metrik zur Beschreibung gekrümmter Räume in der allgemeinen Relativitätstheorie benutzt, und Gleichungen angegeben, die die Metrik in Abhängigkeit von der im Raum verteilten Materie (und Energie) bestimmen [1].

Unter der Annahme eines homogenen Universums kann die gesamte Materie (Galaxien, Sterne, Staub, Atome, Elementarteilchen) als ein homogenes Gas betrachtet werden. Dieses Gas besteht im Allgemeinen aus mehreren Komponenten, aber es ist vollständig durch seine *Materiedichte* ρ (die in kg/m^3 gemessen wird) und seinen Druck p bestimmt. Für ein homogenes Gas hängen diese Größen nicht vom Ort, sondern lediglich von der Zeit t ab.

Im Allgemeinen muss man zwischen folgende Formen von Materie und Energie unterscheiden:

- a) Körper, die sich langsam verglichen mit der Lichtgeschwindigkeit bewegen, wie Galaxien, Sterne, Staub und (massive und nicht zu energiereiche) Elementarteilchen. Diese Körper tragen zur Dichte ρ einen als ρ_{nr} bezeichneten Betrag bei. („nr“ steht für nicht-relativistische Objekte mit Geschwindigkeiten $v \ll c$.) Der Beitrag dieser Objekte zum „Druck des Universums“ ist vernachlässigbar klein.
- b) masselose (oder leichte und energiereiche) Teilchen, die sich mit (oder nahezu mit) Lichtgeschwindigkeit fortbewegen, liefern einen Beitrag ρ_{r} zur Dichte sowie einen Beitrag p zum Druck, wobei $p \sim \frac{1}{3} \rho_{\text{r}} c^2$ gilt.
- c) konstante Felder (siehe die Kapitel „Feldtheorie“ und „schwache Wechselwirkung“) können eine potentielle Energie(-dichte) erzeugen, die in der Kosmologie als *dunkle Energie* oder *kosmologische Konstante* Λ bezeichnet wird und in $(\text{kg m}^2/\text{s}^2)/\text{m}^3 = \text{kg}/(\text{m s}^2)$ gemessen wird.

Die Einstein-Gleichungen führen zu zwei Gleichungen für die Zeitableitungen von $a(t)$ in Abhängigkeit von $\rho = \rho_{\text{nr}} + \rho_{\text{r}}$, p und Λ . Es ist hilfreich, eine Gravi-

tationskonstante κ zu definieren, die mit der Newton'schen Konstante G verknüpft ist:

$$\kappa = \frac{8\pi G}{c^2} \simeq 1,866 \cdot 10^{-26} \text{ m kg}^{-1}. \quad (2.5)$$

Unter Verwendung der üblichen Definitionen $\dot{a} = da/dt$ und $\ddot{a} = d^2a/dt^2$ sind diese Gleichungen von folgender Form (unter der Annahme, dass der Raum *nicht* gekrümmt ist, die am besten mit den Beobachtungen übereinstimmt):

$$3\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \kappa (\Lambda + \varrho(t)c^2), \quad (2.6)$$

$$2\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} = \kappa (\Lambda - p(t)). \quad (2.7)$$

Diese Gleichungen werden auch Friedmann-Robertson-Walker-Gleichungen genannt (siehe z. B. A. Friedmann in [2]).

Im heutigen Universum ist der Beitrag des Drucks $p(t)$ zu (2.7) vernachlässigbar. Wenn man Λ ebenfalls vernachlässigt, verschwindet die rechte Seite von (2.7). Die linke Seite kann durch die in (2.4) definierte Funktion $H(t)$ ausgedrückt werden, und man erhält

$$2\dot{H}(t) + 3H^2(t) = 0. \quad (2.8)$$

Die allgemeine Lösung dieser Gleichung ist $H(t) = 2/(3(t - \bar{t}))$, und man kann für den „Ursprung der Zeit“ $\bar{t} = 0$ wählen. Man erhält dann

$$H(t) = \frac{2}{3t}. \quad (2.9)$$

$a(t)$ kann nun aus (2.4) bestimmt werden:

$$a(t) = a_0 t^{\frac{2}{3}}, \quad (2.10)$$

wobei a_0 zunächst eine beliebige Konstante ist. Demzufolge nimmt $a(t)$ mit t zu, was einem sich ausdehnenden Universum entspricht.

$\varrho(t)$ und $p(t)$ erfüllen immer eine Beziehung, die aus der Energieerhaltung sowie aus einer Kombination der Gl. 2.6 und 2.7 hergeleitet werden kann:

$$\dot{\varrho}(t) = -3\frac{\dot{a}}{a} (\varrho(t) + p(t)/c^2). \quad (2.11)$$

Für $p(t) = 0$ folgt daraus

$$\varrho(t) = \frac{\varrho_0}{a^3}, \quad (2.12)$$

wo ϱ_0 eine freie Konstante ist.

Unter der Annahme $\Lambda = 0$ erlauben es nun (2.6) und (2.10) oder (2.12), die (gesamte) Materiedichte $\varrho(t)$ zu bestimmen:

$$\varrho(t) = \frac{4}{3\kappa c^2 t^2} = \frac{\varrho_0}{a_0^3 t^2}. \quad (2.13)$$

Demnach nimmt die Materiedichte ab, was verständlich ist, da das Volumen des Universums zunimmt. ((2.13) kann als eine Gleichung für a_0 für gegebene Konstante ϱ_0 aufgefasst werden: $a_0^3 = \frac{3}{4}\kappa\varrho_0 c^2$.)

2.2 Die Geschichte des Universums

Als offensichtliche Folge von (2.13) war die Materiedichte $\varrho(t)$ im jungen Universum (für kleine t) sehr groß. Nach den Gesetzen der Thermodynamik steigt die Temperatur in einem komprimierten Gas, demnach war die Temperatur im jungen Universum sehr hoch. Eine hohe Temperatur eines Gases entspricht einer hohen mittleren Geschwindigkeit seiner Bestandteile. Zusammenstöße dieser Bestandteile können diese in ihre Unter-Bestandteile zerlegen: Mit ansteigender Temperatur und Dichte zunächst Moleküle in Atome, dann Atome in Elektronen und Kerne, dann Kerne in Baryonen (Protonen und Neutronen) und schließlich sogar die Baryonen in Quarks.

Wenn die Entwicklung des Universums durch (2.6) und (2.7) beschrieben wird, hat sich all dies in der umgekehrten Reihenfolge abgespielt: Zu Beginn war das Universum extrem dicht und heiß, angefüllt mit Elementarteilchen wie Quarks und Elektronen. (Solange die mittleren Geschwindigkeiten dieser Teilchen nahe an der Lichtgeschwindigkeit liegen, tragen sie zum Druck $p(t) \sim \frac{1}{3}\varrho_r c^2$ bei. Die Gl. 2.6 und 2.7 ergeben dann (unter der Annahme $\Lambda \sim 0$) $a(t) \sim a_0\sqrt{t}$ anstatt (2.10) während dieser frühen Epoche.) Dieses Universum ist sozusagen explodiert; es hat sich sehr schnell ausgedehnt, wobei Temperatur und Dichte abnahmen. Dieser Prozess wird als „Big Bang“ bezeichnet. Dabei bildeten sich die Baryonen, die Kerne, die Atome und Moleküle und letztendlich die Sterne und Galaxien.

Die Kenntnis der Wechselwirkungen (Kräfte) zwischen den Quarks, Baryonen, Kernen und Elektronen erlaubt es – unter Verwendung von (2.6) und (2.7) und der Thermodynamik, die die Berechnung der Temperatur in Abhängigkeit von der Dichte und des Druckes ermöglicht – die Geschichte des Universums ziemlich genau zu rekonstruieren, und beobachtbare Folgen dieses Szenarios zu studieren.

Während der ersten 10^{-12} Sekunden war die Temperatur dermaßen hoch ($> 10^{15} \text{ }^\circ\text{C}$), dass die stattgefundenen Prozesse von der Existenz und den Eigenschaften bisher noch unbekannter sehr massiver Elementarteilchen abhingen. (Sehr massive Elementarteilchen hätten in den heutigen Beschleunigeranlagen noch nicht produziert werden können, siehe Kap. 8.) Diese Phase ist Gegenstand aktueller Forschungen in der Elementarteilchenphysik und der Kosmologie. Unter anderem würde man gerne die Ursache des Ungleichgewichtes von Materie und Antimaterie verstehen (unser Universum enthält praktisch keine Antimaterie); hierfür können Prozesse, die sich bei dieser Temperatur abgespielt haben, eine wichtige Rolle spielen.

Nach ca. 10^{-6} Sekunden (bei einer Temperatur von ca. $10^{12} \text{ }^\circ\text{C}$) bildeten die Quarks Protonen und Neutronen.

Nach ca. 10 Sekunden (bei einer Temperatur von 10^9 – $10^{10} \text{ }^\circ\text{C}$) bildeten die Protonen und Neutronen die Kerne leichter Elemente wie Deuterium, Helium, das Isotop Helium 3 und Lithium. (Wasserstoff, dessen Kern nur aus einem Proton besteht, blieb das häufigste Element nach dieser Periode.)

Nach ca. $4 \cdot 10^5$ Jahren (bei einer Temperatur von ca. $3000 \text{ }^\circ\text{C}$) entstanden die Atome aus Kernen und Elektronen.

Nach ca. 10^8 Jahren (bei einer Temperatur von ca. $30 \text{ }^\circ\text{Kelvin}$) sind die Sterne und Galaxien entstanden. Innerhalb dieser Sterne, und während der ersten Explosionen von Supernovae, wurden die Kerne schwererer Elemente wie Eisen, Uran usw. erzeugt.

Nach ca. 10^{10} Jahren (bei einer Temperatur von ca. $6 \text{ }^\circ\text{Kelvin}$) bildete sich das Solarsystem, das vor allem in den Planeten schwere Elemente enthält, die in der vorhergehenden Phase erzeugt wurden.

Heute hat das Universum ein Alter von ca. $1,4 \cdot 10^{10}$ Jahren, und hat sich auf eine Temperatur von $2,73 \text{ }^\circ\text{Kelvin}$ abgekühlt.

Gibt es noch heute beobachtbare Phänomene als Folge dieser Geschichte des Universums?

Der erste der oben beschriebenen Prozesse, der zu einer überprüfbaren Vorhersage führt, ist die Bildung der leichten Elemente. Die relative Häufigkeit von Protonen zu Neutronen (etwa $7 : 1$) zu dieser Zeit ist berechenbar und erlaubt die Berechnung der relativen Häufigkeit von Elementen wie Wasserstoff, Helium, Lithium und ihrer Isotope. Die Ergebnisse dieser Berechnungen stimmen gut mit den Messungen der relativen Beiträge dieser Elemente zur Dichte ($\sim 75 \%$ Wasserstoff, $\sim 24 \%$ Helium, siehe Übungsaufgabe 2.2) in aus der Urzeit des Universums stammenden Gaswolken und Sternen überein.

Bis sich Atome aus Kernen und Elektronen gebildet hatten, trugen die Bestandteile des Gases, aus dem das Universum bestand, elektrische Ladungen – anschließend haben sich die elektrischen Ladungen der Kerne und Elektronen innerhalb der Atome neutralisiert. Die hohe Temperatur des Gases entsprach chaotischen Bewegungen mit großen Geschwindigkeiten und großen durch Stöße erzeugten Beschleunigungen. Unter diesen Bedingungen emittieren geladene Teilchen elektromagnetische Strahlung, die bei Temperaturen oberhalb ca. $1000 \text{ }^\circ\text{C}$ sichtbarem Licht entspricht. (Eine Flamme ist ein Gas von so hoher Temperatur, dass durch die

Gewalt der Zusammenstöße zwischen den Atomen Elektronen herausgerissen werden. Dieses Gas enthält dann ionisierte Atome und freie Elektronen; ein derartiges Gas wird als *Plasma* bezeichnet. Beim Einfang der Elektronen durch die ionisierten Atome wird Licht emittiert.)

Bis zur Bindung von Elektronen und Kernen zu Atomen war das Universum also voll von elektromagnetischer Strahlung, die mit den geladenen Teilchen wechselwirkte (d. h. emittiert, absorbiert oder gestreut wurde). Nach der Bildung von (neutralen) Atomen stoppte die Produktion der elektromagnetischen Strahlung.

Was ist aus dem aus dieser Zeit stammenden Licht geworden? Ein großer Teil wurde bis heute nicht absorbiert, und ist im heutigen Universum immer noch vorhanden. Allerdings hat sich das Universum seit der Zeit, zu der dieses Licht produziert wurde, um das gut tausendfache ausgedehnt. Dabei hat sich gleichzeitig die Wellenlänge der Strahlung, die sich im Universum befand, mit der Raumausdehnung verlängert. Diese Wellenlänge betrug ursprünglich $\lambda_{\text{Licht}} \sim 7 \cdot 10^{-7} \text{ m}$, daher entspricht sie heute einer Mikrowellen-Strahlung. Sie wird auch als kosmische Hintergrundstrahlung bezeichnet, und strahlt gleichförmig aus allen Himmelsrichtungen (im wörtlichen Sinne). Die Abhängigkeit der Intensität der Strahlung von der Wellenlänge stimmt mit den Berechnungen bis zu einer Genauigkeit von 10^{-5} überein, und entspricht der elektromagnetischen Strahlung eines Körpers einer Temperatur von $2,73 \text{ }^\circ\text{Kelvin}$. Aus diesem Grund kann man diese Temperatur als die Temperatur des Universums bezeichnen: Jedes Objekt im leeren Raum (weit genug entfernt von der Strahlung der Sterne und Galaxien) wird sich auf diese Temperatur abkühlen.

Die aus der Theorie des Big Bang folgende kosmische Hintergrundstrahlung wurde u. a. von R. Dicke und G. Gamow vorhergesagt und 1964–65 von A. A. Penzias und R. W. Wilson nachgewiesen, wofür letztere 1978 den Nobelpreis erhielten.

Die Entstehung von Sternen und Galaxien nach etwa 10^8 Jahren fand unter dem Einfluss der Schwerkraft statt, die erst dann eine Rolle spielen konnte, nachdem die durch die Temperatur erzeugten chaotischen Bewegungen genügend weit abgeklungen waren. Die Bildung von Materiekumpen unter dem Einfluss der Schwerkraft setzte jedoch schon kleine Dichteschwankungen im damaligen Gas voraus. Man kann die Größenordnung der damaligen Dichteschwankungen bestimmen, und daraus die Dichteschwankungen zu dem sehr viel früheren Zeitpunkt der Bildung von Atomen herleiten. Diese Dichteschwankungen der Elektronen und geladenen Kerne schlugen sich wiederum in Inhomogenitäten der Strahlung (des Lichtes) zum damaligen Zeitpunkt nieder, die zu Inhomogenitäten der heute beobachteten kosmischen Hintergrundstrahlung führen. Dies bedeutet, dass die Intensität der heute beobachteten kosmischen Hintergrundstrahlung leicht von der Himmelsrichtung abhängen sollte; die vorhergesagten relativen Intensitäts-Schwankungen $\Delta I/I$ von der Größenordnung von ca. 10^{-5} wurden 1992 von auf dem Satelliten Cobe platzierten Messinstrumenten zum ersten Mal nachgewiesen [3, 4], wofür J. C. Mather und G. F. Smoot 2006 der Nobelpreis zuerkannt wurde.

Die Theorie des Big Bang – zumindest ab 10^{-6} Sekunden nach dem Ursprung des Universums – ist daher durch mehrere Beobachtungen und Messungen, die auf sehr verschiedenen physikalischen Phänomenen beruhen, bestätigt worden.

2.3 Die dunkle Materie und die dunkle Energie

Wir kehren nun zu den Friedmann-Robertson-Walker-Gleichungen (2.6) und (2.7) zurück, aus denen wir weitere Konsequenzen ziehen wollen. Die Lösungen (2.9) für $H(t)$, (2.10) für $a(t)$ und (2.13) für $\varrho(t)$ wurden unter der Annahme hergeleitet, dass die Beiträge des Drucks $p(t)$ und der kosmologischen Konstante Λ in (2.6) und (2.7) vernachlässigt werden können. Auch wenn der Druck im sehr frühen Universum eine Rolle spielt, erlaubt die Lösung (2.9) eine relativ genaue Abschätzung des Alters des heutigen Universums:

Das Alter des Universums t_{heute} lässt sich unter der Verwendung des heutigen Wertes $H_0 \simeq 70 \text{ km/s} \cdot 1/\text{Mpc}$ für die Hubblekonstante bestimmen. Nach einer Umrechnung von Mpc in km erhält man

$$t_{\text{heute}} \equiv t_0 \sim 1,4 \cdot 10^{10} \text{ Jahre}, \quad (2.14)$$

was auch in etwa dem Alter der ältesten Sterne und Galaxien entspricht.

Für die Materiedichte $\varrho(t_0)$ erhält man dann aus (2.13)

$$\varrho(t_0) \sim 2 \cdot 10^{-27} \text{ kg m}^{-3}. \quad (2.15)$$

Dieser Wert kann mit der Dichte von Galaxien und Abschätzungen ihrer Massen (über die Zahl der enthaltenen Sterne und der Menge an Staub) verglichen werden. Diese Dichte an bekannter Materie ϱ_{bek} ist um etliches kleiner als der Wert (2.15):

$$\varrho_{\text{bek}} \sim \frac{\varrho(t_0)}{6}. \quad (2.16)$$

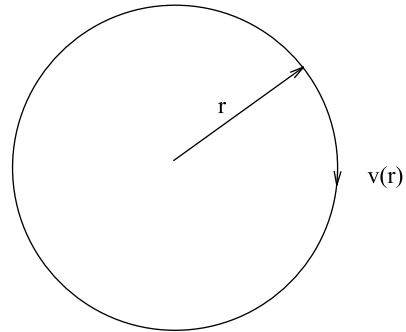
Dies bedeutet, dass neben der bekannten Materie eine unbekannte Form von „dunkler Materie“ existieren sollte („dunkel“, da sie offensichtlich kein Licht abstrahlt). Der Beitrag dieser dunklen Materie zur gesamten Materiedichte scheint sogar um das etwa fünffache größer als der Beitrag der bekannten Materie zu sein.

Bei dieser Gelegenheit sollten wir ein Phänomen aus dem Bereich der Dynamik von Sternen innerhalb von Galaxien diskutieren: Die nahezu kreisförmige Bewegung von Sternen um die Zentren von Galaxien wird durch die Schwerkraft zwischen den Sternen verursacht. Aus der bekannten Form der Schwerkraft lässt sich die in Abb. 2.2 skizzierte Rotationsgeschwindigkeit $v(r)$ eines Sterns berechnen, die von seinem Abstand r zum Zentrum der Galaxie und der Masse $M(r)$ innerhalb einer fiktiven Kugel mit Radius r abhängt (G ist die Newton'sche Gravitationskonstante):

$$v^2(r) = \frac{GM(r)}{r}. \quad (2.17)$$

In der Praxis kann man für eine große Zahl von Galaxien die Rotationsgeschwindigkeiten $v(r)$ von Sternen mit verschiedenen Abständen r zu den galaktischen Zentren messen, und $M(r)$ abschätzen. Überraschenderweise stimmen diese Beobachtungen nicht mit (2.17) überein: Entweder sind die gemessenen Werte von

Abb. 2.2 Radius r und Rotationsgeschwindigkeit $v(r)$ eines Sternes um das Zentrum einer Galaxie



$v(r)$ systematisch zu groß, oder die Abschätzungen von $M(r)$ sind systematisch zu klein! (Besonders für große r , wo die Sterndichte abnimmt und $M(r)$ kaum mit r anwachsen sollte, nimmt $v(r)$ *nicht* wie $1/\sqrt{r}$ ab, sondern bleibt näherungsweise konstant.) Diese Diskrepanz hat noch vor der Kosmologie zu dem Verdacht geführt, dass zusätzliche dunkle (unsichtbare) Materie existiert, die besonders für große r zu $M(r)$ und damit zur Anziehungskraft der Galaxien beiträgt – es gibt daher zwei voneinander unabhängige Gründe, die Existenz dunkler Materie anzunehmen.

In den letzten Jahren gelang die Beobachtung sehr weit entfernter Supernovaexplosionen, die ihr Licht vor sehr langer Zeit emittiert hatten [5, 6, 7, 8]. Durch die Messung ihrer Radialgeschwindigkeiten über den Doppler-Effekt, sowie ihrer Entfernungen mit Hilfe der bekannten Leuchtkraft derartiger Supernovaexplosionen, ließ sich zum ersten Mal eine Zeitableitung von $H(t)$ bestimmen und mit den Lösungen der Friedmann-Robertson-Walker-Gleichungen vergleichen. Es zeigte sich, dass $\dot{H}(t)$ etwas größer ist, als nach der obigen unter der Annahme $\Lambda = 0$ erhaltenen Lösung zu erwarten gewesen wäre; der gemessene Wert von $\dot{H}(t)$ ist nur mit einem positiven Wert von Λ (einer „dunklen Energie“) in (2.6) und (2.7) verträglich:

$$\Lambda \sim 4 \cdot 10^{-10} \text{ kg s}^{-2} \text{ m}^{-1}. \quad (2.18)$$

Zunächst ist zu überprüfen, ob dieser Wert die oben unter der Annahme $\Lambda = 0$ erhaltenen Ergebnisse ungültig macht. Dies ist zum Glück nicht der Fall: Wenn man die beiden Terme auf der rechten Seite von (2.6) vergleicht, findet man zwar, dass sie heute von derselben Größenordnung sind:

$$\Lambda \sim 2 \cdot \varrho(t_0) c^2. \quad (2.19)$$

Die Zeitabhängigkeit der beiden Terme ist jedoch sehr verschieden: $\varrho(t)$ verhält sich wie $1/t^2$, Λ kann aber als konstant angenommen werden (siehe Abb. 2.3).

Früher, d. h. für $t \ll t_0$, war demnach $\varrho(t) c^2$ sehr viel größer als Λ , und der Term $\sim \Lambda$ in (2.6) war numerisch vernachlässigbar. (Dies gilt in der Tat auch für (2.7) wie man – für $p(t) = 0$ und unter Einsetzen der obigen Lösung für $a(t)$ – explizit nachrechnen kann.) Aus diesem Grund hat Λ die Entwicklung des Univer-

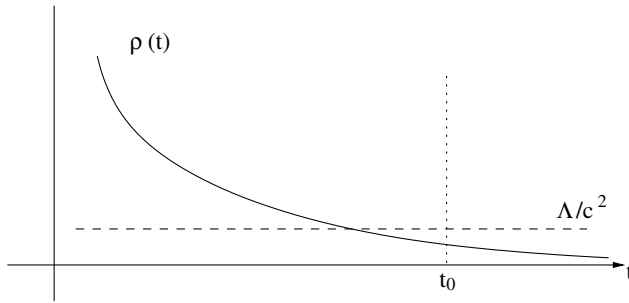


Abb. 2.3 Schematische Zeitabhängigkeit von $\rho(t)$ ($\sim 1/t^2$) und Λ (konstant)

sums erst in letzter Zeit beeinflusst; entsprechende kleinere Korrekturen wurden im Wert (2.14) für das Alter des Universums bereits berücksichtigt.

Wegen der verschiedenen Zeitabhängigkeiten von $\rho(t)$ und Λ erscheint es als bemerkenswerter Zufall, dass – wie in (2.19) angegeben – $\rho(t_0) c^2$ und Λ heute von derselben Größenordnung sind. Demnach befinden wir uns gerade in einer Art Übergangsperiode: In der (immer noch sehr fernen) Zukunft wird die Entwicklung des Universums fast ausschließlich durch die Λ -Terme in (2.6) und (2.7) bestimmt, wonach $a(t)$ im Gegensatz zu (2.10) exponentiell mit t zunehmen wird (siehe das nächste Kapitel). Das Universum wird dann unendlich groß, leer und kalt – vorher (in etwa fünf Milliarden Jahren) wird sich unsere Sonne jedoch erst zu einem roten Riesenstern aufblähen, dann zu einem weißen Zwerg kollabieren.

2.4 Inflation

Die praktisch gleichförmige Verteilung der Galaxien sowie der kosmischen Hintergrundstrahlung im heute beobachtbaren Teil des Universums stellt im Grunde genommen ein Rätsel dar. Diese gleichförmige Verteilung der Galaxien und der kosmischen Hintergrundstrahlung ist nur zu verstehen, wenn zu Beginn des Universums, als es noch aus einem heißen komprimierten Gas aus Elementarteilchen bestand, dieses Gas ebenfalls sehr gleichmäßig verteilt war.

Nun kann sich ein Gas jedoch nur dann gleichmäßig verteilen, wenn seine Bestandteile hin- und herfließen können. Die Flussgeschwindigkeit dieser Bestandteile ist – unabhängig von ihrer genauen Natur – immer durch die Lichtgeschwindigkeit begrenzt. Innerhalb einer gegebenen Zeitspanne Δt können diese Bestandteile daher höchstens eine Distanz $\Delta d = c\Delta t$ durchfließen.

Zu Beginn des Universums, während der Zeitspanne des Big Bang, war diese Distanz nicht groß genug, um den gesamten heute beobachtbaren Teil des Universums zu umfassen. (Selbst das Licht braucht hierzu Milliarden von Jahren.) Da sich das damalige Gas während der Zeitspanne des Big Bang innerhalb des heute beobachtbaren Bereichs nicht gleichförmig verteilen konnte, ist die heutige nahezu



<http://www.springer.com/978-3-662-46645-2>

Vom Universum zu den Elementarteilchen
Eine erste Einführung in die Kosmologie und die
fundamentalen Wechselwirkungen

Ellwanger, U.

2015, XI, 202 S. 86 Abb., 1 Abb. in Farbe., Softcover

ISBN: 978-3-662-46645-2