

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Struktur und Einsatz von Optimierungsmethoden	2
1.2	Einsatz der Optimierung in der Steuerungs- und Regelungstechnik	6
	Literatur	7
 <b>Teil I Statische Optimierung</b>		
<b>2</b>	<b>Allgemeine Problemstellung der statischen Optimierung</b>	<b>11</b>
2.1	Übungsaufgaben	18
	Literatur	18
<b>3</b>	<b>Minimierung einer Funktion einer Variablen</b>	<b>21</b>
3.1	Notwendige Bedingungen für ein lokales Minimum	21
3.2	Numerische Verfahren	24
3.2.1	Eingrenzungsphase	25
3.2.2	Interpolations-Verfahren	26
3.2.3	Goldener-Schnitt-Verfahren	30
3.3	Übungsaufgaben	34
<b>4</b>	<b>Minimierung einer Funktion mehrerer Variablen ohne Nebenbedingungen</b>	<b>37</b>
4.1	Notwendige Bedingungen für ein lokales Minimum	37
4.2	Numerische Verfahren	40
4.2.1	Algorithmische Struktur	41
4.2.2	Linienuche	43
4.2.3	Gradientenverfahren	45
4.2.4	Newton-Verfahren	46
4.2.5	Konjugierte-Gradienten-Verfahren	51
4.2.6	Trust-Region-Verfahren	52
4.2.7	Skalierung	54

4.2.8	Ableitungsfreie Verfahren	56
4.2.9	Stochastische Verfahren	60
4.3	Beispiel: Optimale Festlegung von Reglerparametern	63
4.4	Übungsaufgaben	67
	Literatur	71
<b>5</b>	<b>Minimierung einer Funktion mehrerer Variablen unter Nebenbedingungen</b>	<b>73</b>
5.1	Minimierung unter Gleichungsnebenbedingungen	73
5.1.1	Notwendige Bedingungen für ein lokales Minimum	74
5.1.2	Reduzierter Gradient	80
5.1.3	Beispiel: Optimale statische Prozesssteuerung	83
5.2	Minimierung unter Ungleichungsnebenbedingungen	84
5.2.1	Notwendige Bedingungen für ein lokales Minimum	86
5.2.2	Sattelpunkt-Bedingung und Dualität	94
5.2.3	Beispiel: Optimale Festlegung von Reglerparametern unter Beschränkungen	96
5.3	Konvexe Probleme	102
5.4	Numerische Verfahren	103
5.4.1	Penalty-Verfahren	103
5.4.2	Verfahren der Multiplikatoren-Penalty-Funktion	107
5.4.3	QP-Verfahren	111
5.4.4	SQP-Verfahren	113
5.4.5	Innere-Punkte-Verfahren	117
5.5	Übungsaufgaben	120
	Literatur	130
<b>6</b>	<b>Methode der kleinsten Quadrate</b>	<b>133</b>
6.1	Lineare kleinste Quadrate	133
6.1.1	Kleinste Quadrate unter Gleichungsnebenbedingungen	136
6.1.2	Gewichtete kleinste Quadrate	137
6.1.3	Rekursive kleinste Quadrate	138
6.1.4	Adaptive kleinste Quadrate	141
6.2	Probleme der Parameterschätzung	144
6.2.1	Parameterschätzung statischer Systeme	144
6.2.2	Parameterschätzung linearer dynamischer Systeme	146
6.3	Nichtlineare kleinste Quadrate	147
6.4	Übungsaufgaben	148
	Literatur	151
<b>7</b>	<b>Lineare Programmierung</b>	<b>153</b>
7.1	Simplex-Methode	155

7.2	Initialisierungsphase . . . . .	160
7.3	Beispiele . . . . .	161
7.3.1	Netzplantechnik . . . . .	162
7.3.2	Transportproblem . . . . .	163
7.3.3	Maximalstromproblem . . . . .	166
7.4	Übungsaufgaben . . . . .	167
	Literatur . . . . .	170
<b>8</b>	<b>Weitere Problemstellungen . . . . .</b>	<b>173</b>
8.1	Minimierung von Vektorfunktionen . . . . .	173
8.2	Kombinatorische Optimierung . . . . .	177
8.3	Spieltheorie . . . . .	180
8.4	Übungsaufgaben . . . . .	181
	Literatur . . . . .	182
 <b>Teil II Dynamische Optimierung</b>		
<b>9</b>	<b>Variationsrechnung zur Minimierung von Funktionalen . . . . .</b>	<b>185</b>
9.1	Notwendige Bedingungen für ein lokales Minimum . . . . .	186
9.1.1	Feste Endzeit . . . . .	187
9.1.2	Freie Endzeit . . . . .	191
9.1.3	Allgemeine Endbedingung . . . . .	192
9.2	Legendresche Bedingung . . . . .	195
9.3	Starke lokale Minima . . . . .	195
9.4	Weitere Nebenbedingungen . . . . .	199
9.4.1	Gleichungsnebenbedingungen . . . . .	199
9.4.2	Ungleichungsnebenbedingungen . . . . .	203
9.5	Übungsaufgaben . . . . .	204
	Literatur . . . . .	206
<b>10</b>	<b>Optimale Steuerung dynamischer Systeme . . . . .</b>	<b>207</b>
10.1	Notwendige Bedingungen für ein lokales Minimum . . . . .	208
10.2	Behandlung der Randbedingungen . . . . .	211
10.2.1	Feste Endzeit . . . . .	211
10.2.2	Freie Endzeit . . . . .	213
10.3	Optimale Steuerung und optimale Regelung . . . . .	214
10.4	Beispiele . . . . .	216
10.5	Weitere Nebenbedingungen . . . . .	223
10.5.1	Integrationsnebenbedingungen . . . . .	223
10.5.2	Gleichungsnebenbedingungen an internen Randpunkten . . . . .	225
10.5.3	Diskontinuierliche Zustandsgleichungen . . . . .	228

10.6	Hybride dynamische Systeme . . . . .	231
10.7	Übungsaufgaben . . . . .	233
	Literatur . . . . .	239
<b>11</b>	<b>Minimum-Prinzip . . . . .</b>	<b>241</b>
11.1	Notwendige Bedingungen für ein lokales Minimum . . . . .	242
11.2	Bedingungen an die Hamilton-Funktion . . . . .	253
11.3	Weitere Nebenbedingungen . . . . .	254
11.3.1	Gleichungsnebenbedingungen . . . . .	254
11.3.2	Ungleichungsnebenbedingungen der Zustandsgrößen . . . . .	257
11.4	Singuläre optimale Steuerung . . . . .	261
11.5	Beispiele . . . . .	266
11.5.1	Zeitoptimale Steuerung . . . . .	266
11.5.2	Verbrauchsoptimale Steuerung . . . . .	275
11.5.3	Periodische optimale Steuerung . . . . .	280
11.6	Übungsaufgaben . . . . .	282
	Literatur . . . . .	293
<b>12</b>	<b>Lineare-Quadratische (LQ-)Optimierung dynamischer Systeme . . . . .</b>	<b>295</b>
12.1	Zeitvarianter Fall . . . . .	296
12.2	Zeitinvarianter Fall . . . . .	302
12.3	Rechnergestützter Entwurf . . . . .	307
12.4	Robustheit zeitinvarianter LQ-Regler . . . . .	309
12.5	LQ-Regler mit vorgeschriebener minimaler Stabilitätsreserve . . . . .	310
12.6	Regelung der Ausgangsgrößen . . . . .	313
12.7	LQ-Regelung mit Störgrößenreduktion . . . . .	317
12.7.1	Bekannte Störgrößen . . . . .	317
12.7.2	Messbare Störgrößen . . . . .	319
12.7.3	Bekanntes Störgrößenmodell . . . . .	322
12.8	Optimale Folgeregelung . . . . .	323
12.8.1	Zeitvarianter Fall . . . . .	323
12.8.2	Zeitinvarianter Fall . . . . .	326
12.9	LQ-Regelung mit Integralrückführung . . . . .	328
12.9.1	Stationäre Genauigkeit von LQ-Reglern . . . . .	328
12.9.2	LQI-Regler . . . . .	328
12.9.3	LQI-Regelung von Mehrgrößensystemen . . . . .	331
12.10	Optimale Regelung linearisierter Mehrgrößensysteme . . . . .	336
12.11	Übungsaufgaben . . . . .	338
	Literatur . . . . .	342
<b>13</b>	<b>Optimale Steuerung zeitdiskreter dynamischer Systeme . . . . .</b>	<b>343</b>
13.1	Notwendige Bedingungen für ein lokales Minimum . . . . .	344

13.2	Zeitdiskrete LQ-Optimierung	348
13.2.1	Zeitvarianter Fall	348
13.2.2	Zeitinvarianter Fall	350
13.3	Übungsaufgaben	353
	Literatur	355
<b>14</b>	<b>Dynamische Programmierung</b>	<b>357</b>
14.1	Bellmansches Optimalitätsprinzip	357
14.2	Kombinatorische Probleme	359
14.3	Zeitdiskrete Probleme	362
14.4	Diskrete dynamische Programmierung	367
14.5	Zeitkontinuierliche Probleme	374
14.6	Übungsaufgaben	380
	Literatur	386
<b>15</b>	<b>Numerische Verfahren für dynamische Optimierungsprobleme</b>	<b>387</b>
15.1	Zeitdiskrete Probleme	388
15.2	Anfangswertprobleme	391
15.3	Indirekte Verfahren	393
15.3.1	Indirekte Schießverfahren	395
15.3.2	Indirekte Gradienten-Verfahren	398
15.3.3	Quasilinearisierung	407
15.4	Direkte Verfahren	411
15.4.1	Parameteroptimierung	412
15.4.2	Direkte Einfachschießverfahren	417
15.4.3	Direkte Kollokationsverfahren	419
15.4.4	Direkte Mehrfachschießverfahren	423
15.5	Übungsaufgaben	425
	Literatur	427
 <b>Teil III Stochastische optimale Regler und Filter</b>		
<b>16</b>	<b>Stochastische dynamische Programmierung</b>	<b>433</b>
16.1	Zeitdiskrete stochastische dynamische Programmierung	440
16.2	Diskrete stochastische dynamische Programmierung	443
16.3	Zeitinvarianter Fall	446
16.4	Approximate dynamic Programming	450
16.5	Stochastische LQ-Optimierung	456
16.6	Stochastische Probleme mit unvollständiger Information	459
16.7	Übungsaufgaben	463
	Literatur	465

<b>17</b>	<b>Optimale Zustandsschätzung dynamischer Systeme</b>	467
17.1	Zustandsschätzung zeitkontinuierlicher linearer Systeme	467
17.1.1	Kalman-Bucy-Filter	469
17.1.2	Zeitinvarianter Fall	473
17.1.3	Korrelierte Störungen	476
17.2	Zustandsschätzung zeitdiskreter linearer Systeme	477
17.2.1	Kalman-Filter	478
17.2.2	Zeitinvarianter Fall	483
17.2.3	Korrelierte Störungen	484
17.3	Zustandsschätzung statischer Systeme	484
17.3.1	Konstanter Zustand	485
17.3.2	Adaptive Schätzung	486
17.4	Zustandsschätzung nichtlinearer Systeme	487
17.4.1	Erweitertes Kalman-Filter	488
17.4.2	Zustands- und Parameterschätzung	489
17.4.3	Unscented Kalman-Filter	491
17.5	Übungsaufgaben	495
	Literatur	498
<b>18</b>	<b>Lineare quadratische Gaußsche (LQG-)Optimierung</b>	499
18.1	Zeitkontinuierliche Probleme	499
18.2	Zeitdiskrete Probleme	506
18.3	Übungsaufgaben	511
	Literatur	511
<b>19</b>	<b>Mathematische Grundlagen</b>	513
19.1	Vektoren und Matrizen	513
19.1.1	Notation	513
19.1.2	Definitionen	514
19.1.3	Differentiationsregeln	515
19.1.4	Quadratische Formen	516
19.1.5	Transponieren und Invertieren von Matrizen	518
19.1.6	Übungsaufgaben	518
19.2	Mathematische Systemdarstellung	519
19.2.1	Dynamische Systeme	519
19.2.2	Statische Systeme	524
19.3	Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitstheorie	524
19.3.1	Wahrscheinlichkeit	524
19.3.2	Zufallsvariablen	525
19.3.3	Bedingte Wahrscheinlichkeit	528
19.3.4	Stochastische Prozesse	529

---

**Sachverzeichnis** . . . . . 531

Optimierung

Statische, dynamische, stochastische Verfahren für die  
Anwendung

Papageorgiou, M.; Leibold, M.; Buss, M.

2015, XIX, 538 S. 151 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-662-46935-4