

Zusammenfassung

Wir stellen in Kap. 2 eine Reihe typischer Aufgabenstellungen der Netzplanung bzw. Netzoptimierung vor, die sich immer auf die Struktur einer Minimierungsaufgabe mit Randbedingungen zurückführen lassen. Diese Liste ist bei weitem nicht erschöpfend und Kombinationen der diskutierten Probleme führen automatisch auf neue Aufgabenstellungen. In diesem Kapitel geht es vordringlich um die mathematische Formulierung eines Problems, wobei der Typ der jeweils verwendeten Entscheidungsvariablen noch nicht sonderlich herausgestellt wird, obwohl es – wie wir noch in Kap. 3 sehen werden – für die Lösung eines Problems letztlich ungeheuer wichtig ist, ob man es mit kontinuierlichen, ganzzahligen oder binären Variablen zu tun hat. Die Beispiele schlagen einen Bogen von einfachen Platzierungs-, Linkdimensionierungs- und Routingaufgaben bis hin zu optischen Netzen und schichtenübergreifender Optimierung.

Der Begriff der Netzplanung umfasst sehr unterschiedliche Planungsprobleme, die wir im Folgenden exemplarisch vorstellen wollen. Dabei kristallisiert sich eine immer wiederkehrende Grundstruktur heraus: Die Bedarfe der Netznutzer sollen alle durch geeignete Ressourcen befriedigt werden, wobei aber mit den Ressourcen sparsam umgegangen werden soll. Das Planungsproblem lässt sich demgemäß als ein Optimierungsproblem mit Nebenbedingungen (oder: Randbedingungen) formulieren:

Ziel

Minimiere eine Zielfunktion – in der Regel die mit dem Ressourceneinsatz verbundenen Kosten – unter den Nebenbedingungen (u. d. N.)

Bedarfsrandbedingung

Bediene alle Anforderungen durch die eingesetzten Ressourcen.

Kapazitätsrandbedingung

Belaste die eingesetzten Ressourcen nicht stärker, als es ihrer Kapazität entspricht.

Sowohl die Zielfunktion (*objective function*) als auch die Nebenbedingungen (*constraints*) sind mit Hilfe sogenannter Entscheidungsvariablen (*decision variables*) formuliert, deren Werte am Minimum der Zielfunktion Auskunft darüber geben, in welcher Weise Ressourcen genutzt werden sollen. Im Kontext der Netzplanung betrachten wir – wenn nichts Anderes gesagt wird – lineare Optimierungsprobleme, bei denen die Zielfunktion und die Nebenbedingungen Linearkombinationen der Entscheidungsvariablen darstellen. Im Folgenden haben wir die Buchstaben x , y und z für Entscheidungsvariablen reserviert, die je nach Aufgabenstellung reelle, ganzzahlige oder binäre Werte annehmen können.

Ein Beispiel für eine reellwertige Entscheidungsvariable $\in [0, 1]$ wäre x_{vu}^{sd} , wenn damit der Anteil eines Flusses von Knoten s zum Knoten d beschrieben wird, der über den Link $(v, u) \in \mathcal{E}$ ($\mathcal{E}$: Menge aller Links) geführt wird; die ganzzahlige Entscheidungsvariable y_l mag die Anzahl der auf dem Link l zu etablierenden Glasfasern angeben und die binäre Entscheidungsvariable $z_{l\lambda}$ könnte die Entscheidung treffen, ob die Wellenlänge λ auf dem Link l genutzt wird.

Vielfach besteht die Aufgabe darin, den Verkehrsflüssen der Knotenpaare Wege (Routen) im Netz zuzuweisen. Dies führt dann auf eine weitere Randbedingung, die Kontinuitätsrandbedingung, die sicherstellen soll, dass der betrachtete Verkehrsfluss (*flow*) tatsächlich von der Quelle zum Ziel gelangt. Die Kontinuitätsrandbedingung (*flow conservation*) verlangt, dass die Summenrate aller Teilflüsse, die auf ihrem Weg von s nach d den Knoten v passieren, unverändert bleibt. Die folgende Formulierung schließt Startknoten s und Zielknoten d ein:

$$\delta_{sv} + \sum_{(u,v) \in \mathcal{E}} x_{uv}^{sd} = \delta_{vd} + \sum_{(v,u) \in \mathcal{E}} x_{vu}^{sd}, \quad \forall v$$

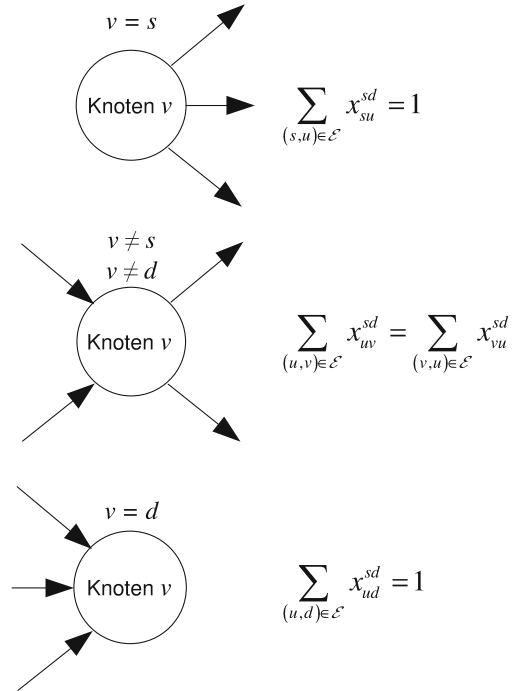
mit

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{für } i = j \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}.$$

Abbildung 2.1 illustriert diese Bedingung für die 3 Fälle $v = s$, $v = d$, $v \neq s$ und $v \neq d$.

In der Praxis hat es sich bewährt, nicht alle mit der Kontinuitätsbedingung vereinbaren Wege zu betrachten, sondern zur Reduzierung der Komplexität des Problems sich auf eine gewisse Auswahl von R_m möglichen Wegen pro Verkehrsfluss m zu beschränken, die im Vorwege durch einen K -Kürzeste-Wege-Algorithmus bestimmt worden sind. Wenn nichts anderes gesagt wird, werden wir im Folgenden immer diese Art der Problemdefinition benutzen: Man spricht dann von einer „Link-Path-Formulierung“ des Problems – im

Abb. 2.1 Illustration der Kontinuitätsbedingung



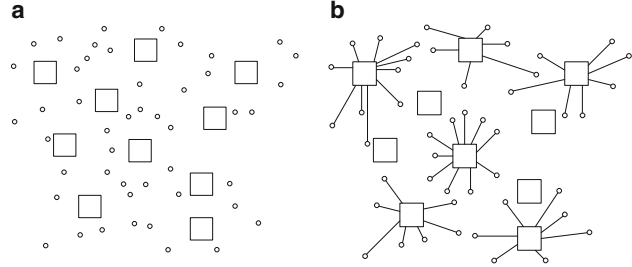
Gegensatz zur „Node-Link-Formulierung“, die die Kontinuitätsrandbedingung nutzt [1]. Ein K -Kürzeste-Wege-Algorithmus findet sich im Anhang (Abschn. 23.1.2).

In den folgenden Abschn. 2.1 bis Abschn. 2.7 formulieren wir in mathematischer Form einige typische Netzplanungsprobleme, ohne schon die zugehörigen Lösungen anzusprechen. Geeignete Lösungsmethoden sind dann der Stoff des Kap. 3.

2.1 Platzierung von Kernnetzknotten

In Abb. 2.2a repräsentieren die Kreise die Positionen von Zugangsroutern oder Multiplexern, die Verkehr aggregiert haben und nun als Quellen für ein zu entwerfendes Kernnetz fungieren. Durch Quadrate sind zehn mögliche Standorte für Router des Kernnetzes angegeben. Die Planungsaufgabe besteht nun darin, jeden Zugangsrouter i mit einem Kernnetzrouter so zu verbinden, dass die Kosten für die Einrichtung von Kernnetzroutern an den möglichen Standorten j sowie die Kosten für die Anbindung der Zugangsroutern an ihre zugeordneten Kernnetzrouter minimiert werden. Das drückt sich formal in dem folgenden Optimierungsproblem aus:

Abb. 2.2 Auswahl von Standorten für Kernnetz-knoten: **a** Ausgangssituation; **b** mögliche Lösung ○: Netzzugangsknoten, □: möglicher Standort für Kernnetz-knoten



Problem 2.1: Platzierung von Kernnetz-knoten

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimiere:} && \sum_i \sum_j \kappa_{ij} x_{ij} + \sum_j \kappa_j x_j . \\
 &\text{Bedarfsrandbedingung:} && \sum_j x_{ij} = 1 , \quad \forall i . \\
 &\text{Kapazitätsrandbedingung:} && \sum_i x_{ij} \leq C_j x_j , \quad \forall j .
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Bei dieser Formulierung werden mit κ_{ij} die Kosten bezeichnet, um den Zugangsrouter i mit dem Standort j zu verbinden und κ_j bezeichnet die Kosten für die Einrichtung eines Kernnetzrouters am Standort j . C_j gibt die „Kapazität“ am Standort j an, d. h. die Maximalanzahl von Zugangsroutern, die hier angeschlossen werden können. Gesucht sind nun die Werte der binären Entscheidungsvariablen x_{ij} und x_j . Dabei nimmt x_{ij} den Wert 1 an, wenn Zugangsrouter i mit dem Standort j verbunden wird. x_j hat den Wert 1, wenn am Standort j ein Kernnetzrouter aufgestellt wird. Die Zielfunktion verlangt die Installationskosten für Kernnetzrouter und für Anschlüsse von Zugangsroutern an das Kernnetz zu minimieren. Die Bedarfsrandbedingung fordert, dass jeder Zugangsrouter i an einen Standort j angeschlossen wird und gemäß der Kapazitätsrandbedingung wird die Anzahl der mit einem Standort j verbundenen Zugangsrouter durch die Anschlusskapazität des entsprechenden Kernnetzrouters beschränkt. Eine Lösung des Problems besteht in der Angabe der Werte für die binären Variablen x_{ij} , x_j und könnte für das Beispiel aus Abb. 2.2a so aussehen wie in Abb. 2.2b gezeigt. Dabei wurde $C_j = 10$ für alle j angenommen. Das gezeigte Ergebnis ist mit Sicherheit zulässig, denn die Randbedingungen sind offenbar erfüllt. Der Eindruck, dass es sich wohl um keine besonders schwere Aufgabe handelt, gerät ins Wanken, wenn man sich die Zahl zulässiger Lösungen in einem realen Netz vergegenwärtigt. Für 100 Zugangsrouter und 10 Standorte der Kernnetz-knoten haben wir bereits mehr als 1000 Entscheidungsvariablen ($|\{x_{ij}\}| = 1000$, $|\{x_j\}| = 10$). Es entsteht also ein großer Lösungsraum, der unter den Aspekten Zulässigkeit, d. h. Erfüllung der Randbedingungen, und Optimalität abgesucht werden muss. An diesem Beispiel wird zum einen klar, dass man sich sehr ernsthaft mit der Methodik zur Lösung derartiger Probleme befassen muss – was wir in Kap. 3 tun werden – und dass zum anderen die von einem „erfahrenen

Planer“ vorgenommene Planung in der Regel nur mit suboptimalen Ergebnissen aufwarten kann.

2.2 Verbindungsnetz

Abbildung 2.2b wirft sofort die nächste Frage auf: Wie soll das Kernnetz aussehen, d. h. wie sollen die mit der Lösung von Problem 2.1 identifizierten Kernnetzknotten verbunden werden? Bei näherer Betrachtung ist die Frage dahingehend zu präzisieren, zwischen welchen Knoten direkte physikalische Verbindungen eingerichtet werden sollen und welche Kapazität die entsprechenden Übertragungssysteme haben sollen. Um eine derartige Frage beantworten zu können, muss eine Verkehrsmatrix bekannt sein, die die Raten der zwischen den Knoten ausgetauschten Verkehrsflüsse angibt. Ein Beispiel für die Gestalt einer derartigen Verkehrsmatrix hatten wir in Abb. 1.2c kennen gelernt. Wir zählen nun die Bedarfe, d. h. die (gerichteten) Flüsse der Knotenpaare durch einen Index m ab und bezeichnen mit f^m die Datenrate des entsprechenden Verkehrsflusses. Die Elemente der Verkehrsmatrix finden sich also in einem Vektor mit den Koeffizienten f^m , $m = 1, \dots, M$ wieder, der alle Flüsse abdeckt. Alle (im Sinne einer Vollvermaschung) möglichen Links werden mit einem Index l , $l = 1, \dots, L$ abgezählt. Die entsprechenden Datenraten werden mit y_l bezeichnet und gehören zu den gesuchten Entscheidungsvariablen. Wir formulieren nun das folgende Problem:

Problem 2.2: Entwurf und Dimensionierung des Verbindungsnetzes

$$\begin{aligned}
 \text{Minimiere:} & \quad \sum_{l=1}^L \kappa_l y_l . \\
 \text{Bedarfsrandbedingung:} & \quad \sum_{r=1}^{R_m} x_r^m = 1 , \quad \forall m . \\
 \text{Kapazitätsrandbedingung:} & \quad \sum_{m=1}^M \sum_{r=1}^{R_m} f^m \delta_{lr}^m x_r^m \leq y_l , \quad \forall l .
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Die Zielfunktion beschreibt die mit der Einrichtung von Übertragungseinrichtungen einhergehenden Kosten, die proportional (Faktor κ_l) zur Datenrate y_l angenommen werden. Der Verkehrsfluss m mit Rate f^m kann über mehrere Wege r mit Anteilen x_r^m aufgeteilt werden (Bedarfsrandbedingung). Die Last auf einem Link (linke Seite der Kapazitätsrandbedingung) darf dessen gesuchte Kapazität y_l nicht übersteigen. Das Kronecker-Symbol δ_{lr}^m nimmt den Wert 1 an, wenn die Route r des Verkehrsflusses m über den Link l läuft und dient damit dazu, die in der Link-Path-Formulierung des Problems getroffene Vorentscheidung über mögliche Routen zu beschreiben. Die Lösung von Problem 2.2 ist gegeben durch die kontinuierlichen Werte von $x_r^m \in [0, 1]$ und $y_l \in \mathbb{R}_+$.

Das Problem ist relativ leicht zu lösen: Die Kosten werden minimiert, wenn man die Gesamtrate f^m eines Flusses einem seiner kürzesten Wege zuweist: Die optimale Lösung muss die Kapazitätsrandbedingung mit dem Gleichheitszeichen erfüllen, da ja keine unnötigen Linkkapazitäten aufgebaut werden sollen. Substituiert man demgemäß y_l in der Zielfunktion, so erhält man:

$$\begin{aligned} \sum_{l=1}^L \kappa_l y_l &= \sum_l \kappa_l \sum_m \sum_r f^m \delta_{lr}^m x_r^m \\ &= \sum_m \sum_r f^m x_r^m \sum_l \delta_{lr}^m \kappa_l \\ &= \sum_m \sum_r f^m x_r^m \kappa_r^m \quad \text{mit} \quad \kappa_r^m = \sum_l \delta_{lr}^m \kappa_l, \end{aligned}$$

wobei die Kosten κ_r^m für einen Weg r proportional zur Anzahl der durchlaufenden Links l („Hop-count“) sind. Dies begründet die oben getroffene Aussage zur optimalen Lösung.

In der hier präsentierten Form ist das Problem etwas praxisfern: Die Raten auf den Verbindungsleitungen sind durch Festlegungen in den Übertragungshierarchien in bestimmten Einheiten „gequantelt“. Damit wird man in der Praxis statt der kontinuierlichen Entscheidungsvariablen y_l eher eine ganzzahlige Variable sehen, die mit einem Basiswert aus der Übertragungshierarchie zu multiplizieren ist (z. B. 155 Mbit/s für STM-1 [2]). Dieses Problem werden wir in Kap. 3 behandeln.

Eine andere Vorgehensweise wäre, die Werte von y_l durch Rundungsoperationen mit den Raten der standardisierten Übertragungssysteme in Einklang zu bringen und dann bei Vorliegen einer Topologie mit spezifizierten Übertragungskapazitäten die Randbedingungen für die vorgelegte Verkehrsmatrix (erneut) zu überprüfen. Wir betrachten dann also das reine Wegezuweisungsproblem, das nur die Zulässigkeit einer Lösung überprüft, ohne den Gesichtspunkt der Optimalität ins Spiel zu bringen.

2.3 Wegezuweisung

Das Problem, den Verkehrsflüssen Wege zuzuweisen, ergibt sich zwanglos aus Problem 2.2, wenn man die Variablen y_l durch feste Kapazitätswerte C_l ersetzt und die Zielfunktion weglässt:

Problem 2.3: Wegezuweisung

$$\begin{aligned} \text{Bedarfsrandbedingung:} \quad & \sum_{r=1}^{R_m} x_r^m = 1, \quad \forall m. \\ \text{Kapazitätsrandbedingung:} \quad & \sum_{m=1}^M \sum_{r=1}^{R_m} f^m \delta_{lr}^m x_r^m \leq C_l, \quad \forall l. \end{aligned} \tag{2.3}$$

Man beachte, dass dieses Problem nicht unbedingt lösbar sein muss: Es kann sein, dass man den vorhandenen Kapazitäten zu viel Verkehr zumutet.

2.4 Optimale Wegezuweisung

In der Regel werden Kommunikationsnetze (zumindest in der Planungsphase) nicht überlastet. Wir haben es vielmehr mit einem Überangebot an Kapazitäten zu tun, das dann aber in intelligenter Art und Weise genutzt werden soll. Die Ergebnisse der Warteschlangentheorie (vgl. Teil II) zeigen, dass Warteschlangenlängen und resultierende Verzögerungen in höchst nichtlinearer Art (nämlich $\sim (1-\rho)^{-1}$) von der Auslastung $\rho \in [0, 1]$ einer Übertragungseinrichtung abhängen, wenn wir es mit einem stochastischen Verkehrsgeschehen zu tun haben. Aus dieser Erkenntnis wächst die Idee als Optimierungsziel vorzugeben, dass der maximale Auslastungsgrad $\rho_{\max}$ minimiert werden soll. Dies hat zur Folge, dass eine möglichst gleichmäßige Auslastung aller Verbindungsleitungen angestrebt wird, wie die nachfolgende Problembeschreibung erwarten lässt.

Problem 2.4: Optimale Wegezuweisung

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimiere:} && \rho_{\max} \cdot \\
 &\text{Bedarfsrandbedingung:} && \sum_{r=1}^{R_m} x_r^m = 1, \quad \forall m. \\
 &\text{Kapazitätsrandbedingung:} && \sum_{m=1}^M \sum_{r=1}^{R_m} f^m \delta_{lr}^m x_r^m \leq C_l \rho_{\max}, \quad \forall l.
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

Eine Implementierung der Lösung von Problem 2.4 ist in einem reinen IP Netz allerdings nicht möglich: Die standardgemäße Wegelenkung in einem IP Netz folgt dem Prinzip des Kürzeste-Wege-Algorithmus, der in Protokollen wie OSPF oder IS-IS implementiert ist [3, 4]. Mit der Festlegung einer Metrik sind auch die Wege zwischen Knoten festgelegt und nichts hält das Routing-Protokoll davon ab, Verkehre auf eine überlastete Strecke zu schicken, wenn der über alle Abschnitte aggregierte Wert der Metrik ein Minimum ausweist. Will man eine für den Netzbetrieb optimale Wegelenkung im Netz erreichen – etwa wie durch eine Lösung von Problem 2.4. vorgegeben – so kann man dies nur dadurch erreichen, dass man den Leitungsabschnitten Metrikwerte oder „Gewichte“ (*weights*) in geeigneter Weise zuweist. Das heißt, die x_r^m in den Gln. 2.4 sind als $x_r^m(\mathbf{w})$ zu lesen, wobei die im Vektor $\mathbf{w}$ zusammengefassten Linkgewichte in diesem Fall die Entscheidungsvariablen repräsentieren, die die Werte der x_r^m (in dann leider nichtlinearer Weise) vollständig bestimmen. Eine weitere Möglichkeit, eine Lösung von Problem 2.4 zu bewerten, besteht in der Einrichtung von virtuellen Pfaden (*tunnels*) im Kontext von MPLS [5]. Allerdings ist diese Möglichkeit, was die Anzahl solcher Pfade angeht, in der Praxis doch sehr begrenzt.

2.5 Optische Netze

Mit der Einführung optischer Netze sind neue Dimensionierungsprobleme bekannt geworden, die über das Wege- und Kapazitätszuweisungsproblem (etwa im Sinne von Problem 2.2. oder seinen Varianten, die genau einen Weg pro Bedarf verlangen) hinausgehen. Jeder Link kann über mehrere Glasfasern verfügen, die ihrerseits eine feste Anzahl N von Wellenlängen unterstützen. Eine sinnvolle Fragestellung ist dann, wie die Bedarfe mit einer minimalen Anzahl von Glasfasern gedeckt werden können. Dabei ist der einfachere Fall der, bei dem jeder Knoten mit Wellenlängenkonvertern ausgestattet ist: VWP(*virtual wavelength path*)-Problem. Damit entfällt eine Randbedingung, die die Kontinuität der Wellenlänge längs des ausgewählten Weges einfordert. Eine Zuweisung von Wellenlängen ist dann im Rahmen des Optimierungsproblems entbehrlich und kann **nach** der Optimierung auf jedem Link separat durchgeführt werden. Der planerisch schwierigere Fall ist der WP(*wavelength path*)-Fall, der mit der Kontinuität der Wellenlänge auch die Zuordnung einer Wellenlänge zum gewählten Weg als Teil des Problems versteht. Dann kann der Netzbetreiber allerdings auch auf die teuren Wellenlängenkonverter verzichten! Im Folgenden formulieren wir das

Problem 2.5: Linkdimensionierung, Wellenlängenzuweisung und Routing

$$\begin{array}{ll}
 \text{Minimiere:} & \sum_{l=1}^L y_l . \\
 \text{Bedarfsrandbedingung (VWP):} & \sum_{r=1}^{R_m} x_r^m = f^m , \quad \forall m . \\
 \text{Bedarfsrandbedingung (WP):} & \sum_{r=1}^{R_m} \sum_{\lambda=1}^N x_{r\lambda}^m = f^m , \quad \forall m . \quad (2.5) \\
 \text{Kapazitätsrandbedingung (VWP):} & \sum_{m=1}^M \sum_{r=1}^{R_m} \delta_{lr}^m x_r^m \leq N \cdot y_l , \quad \forall l . \\
 \text{Kapazitätsrandbedingung (WP):} & \sum_{m=1}^M \sum_{r=1}^{R_m} \delta_{lr}^m x_{r\lambda}^m \leq y_l , \quad \forall l, \forall \lambda . \\
 \text{Ganzzahligkeitsrandbedingungen:} & x_{r\lambda}^m, x_r^m, y_l \in \mathbb{Z}_+ .
 \end{array}$$

(x_r^m : Anzahl genutzter Wellenlängen auf der Route r des Knotenpaares m ; $x_{r\lambda}^m$: Anzahl von Zuweisungen von λ zu der Route r des Knotenpaares m , $x_r^m = \sum_{\lambda} x_{r\lambda}^m$; y_l : Anzahl von Glasfasern auf dem Link l ; N : Anzahl möglicher Wellenlängen; Lösung: Werte von x_r^m , $x_{r\lambda}^m$ und y_l).

Hier sind die Bedarfe f^m ganzzahlige Werte, die die Anzahl der für das Knotenpaar m benötigten optischen Pfade angeben. Ein solcher optischer Pfad ist durch die Auswahl

einer geeigneten Route und die Zuweisung einer Wellenlänge gekennzeichnet. Mit den Bedarfsgleichungen wird ausgedrückt, dass die Anzahl aller auf den Routen r genutzten Wellenlängen den Bedarf an optischen Pfaden decken muss. Im WP-Fall legen sie auch die Zuordnung von Wellenlänge und Route fest. Die Kapazitätsrandbedingung besagt im VWP-Fall, dass die Menge optischer Pfade, die den Link l nutzen, das Produkt aus Anzahl von Glasfasern und auf den Glasfasern etablierten Wellenlängen auf diesem Link nicht überschreiten darf. Im WP-Fall wird diese Bedingung auf die Verwendung einer bestimmten Wellenlänge λ eingeschränkt, die nur so oft verwendet werden darf, wie es der Anzahl y_l von Glasfasern auf dem Link l entspricht. Das Minimum der Zielfunktion minimiert die Summe aller benötigten Glasfasern im Netz.

2.6 Behandlung von Netzausfällen

Bisher haben wir die Netze so betrachtet, wie sie „im Normalfall“ funktionieren sollen. Dieser Normalfall wird in der Praxis aber immer wieder durch Ausfälle von Knoten oder Ausfälle von Links unterbrochen. Vorzugsweise sollten die Kunden gar nichts (oder doch: möglichst wenig) von einem solchen Ausfall mitbekommen. Das bedeutet aber, dass auch unter den Bedingungen eines Ausfalls noch genug Ressourcen vorhanden sein müssen, um den aktuellen Verkehr zu bewältigen. In der Praxis ist die Unterscheidung wichtig, ob Ersatzwege für bestimmte Ausfälle vorgeplant sind und auf sie automatisch umgeschaltet werden kann (*protection*) oder ob im Fehlerfall ein neuer Weg gesucht werden muss (*restoration*). Für die Planungsaufgabe werden wir diesen Aspekt außer Acht lassen und uns auf die Frage beschränken, ob ausreichende Kapazitäten zur Verfügung stehen. Im folgenden Problembeispiel beschränken wir uns auf den Fall der Pfadsicherung (Wegesicherung, Routensicherung) im Gegensatz zur Linksicherung. Beide Konzepte sind in Abb. 2.3 dargestellt. Die Linksicherung schaltet um auf einen oder mehrere Alternativwege zwischen den Endpunkten eines ausgefallenen Links und löst damit die Probleme aller Verkehrsflüsse, die diesen Link nutzten. Die Pfadsicherung schafft für jeden betroffenen Verkehrsfluss einen individuellen Ersatzpfad gleicher Kapazität und ist demgemäß nicht

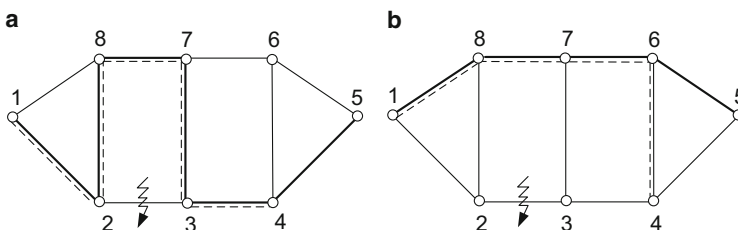


Abb. 2.3 Ersatzwegeschaltung für die Verbindungen 1–2–3–4–5 (durchgezogen) und 1–2–3–4 (gestrichelt): **a** Linksicherung; **b** Pfadsicherung

auf den Fall eines einzelnen Linkausfalls beschränkt. So wäre die in Abb. 2.3b angegebene Lösung auch gültig, wenn zusätzlich noch der Link 3–4 ausgefallen wäre. Wir knüpfen an die Beschreibung von Problem 2.2 an und behandeln die Pfadsicherung, indem wir die Gültigkeit der Bedarfs- und Kapazitätsgleichungen nunmehr für jeden betrachteten Netzzustand z fordern, wobei die Zustände $z \in \{0, 1, \dots, Z\}$ den fehlerfreien Fall und die fehlerhaften Situationen des Netzes beschreiben.

Problem 2.6: Pfadsicherung

$$\begin{aligned}
 \text{Minimiere:} & \quad \sum_{l=1}^L \kappa_l y_l . \\
 \text{Bedarfsrandbedingung:} & \quad \sum_{r=1}^{R_m} x_{rz}^m = 1 , \quad \forall m, \forall z . \\
 \text{Kapazitätsrandbedingung:} & \quad \sum_{m=1}^M \sum_{r=1}^{R_m} f^m \delta_{lr}^m x_{rz}^m \leq \alpha_{lz} y_l , \quad \forall l, \forall z .
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

mit $\alpha_{lz} \in \{0, 1\}$, um die Verfügbarkeit von Link l im Zustand z anzuzeigen. x_{rz}^m gibt den Anteil des Flusses m an, der im Zustand z über die Route r geführt wird. Es sei angemerkt, dass die einfache Zuweisungsregel des Problems 2.2 (Zuweisung der Gesamtrate f^m zu einem der kürzesten Wege) hier nicht mehr zutrifft! Die Bedarfe werden immer durch mehrere Pfade r (Routen) befriedigt.

2.7 Schichtenübergreifende Optimierung

Im Kap. 1, Abb. 1.4 hatten wir bereits die Schichtenmodellierung von Kommunikationsnetzen angesprochen und dabei gesehen, wie die Modellvorstellung unterschiedlicher Schichten die Kommunikation gleichartiger Netzelemente und deren logische Verknüpfung zu modellieren gestattet. Dies könnte dazu verführen, in jeder Schicht das dort beschriebene Netz zu optimieren. Die Verknüpfung der Schichten untereinander, die einen Router nicht direkt mit einem anderen entfernten Router, sondern (beispielsweise) mit einem im gleichen Gebäude befindlichen optischen Cross-Connect-System kommunizieren lässt (vgl. Abb. 1.4b), verdeutlicht, dass die Optimierung schichtenübergreifend zu lösen ist. Dabei ist jeweils eine zur Abdeckung der Bedarfe der oberen $(n + 1)$ -Schicht notwendige Kapazität als ein Bedarf für die darunter liegende Schicht (n) zu verstehen. Der Investitionsbedarf zum Aufbau von Verbindungen in der $(n + 1)$ -Schicht ergibt sich aus den Kosten für die Verbindung der entsprechenden Knoten der (n) -Schicht und den Kosten für die Schnittstelleneinrichtungen (Knotenpaare aus (n) - und $(n + 1)$ -Schicht) an den beiden involvierten Standorten: Dabei ist zu beachten, inwieweit die jeweilig be-

trachteten Bedarfe als reellwertige oder ganzzahlige Größen zu betrachten sind, d. h. inwieweit man Bedarfe in standardisierten Übertragungssystemen und deren Kapazitäten ausdrücken muss. Im nachfolgenden Beispiel betrachten wir reellwertige Flüsse f^m in der Schicht $(n + 1)$, die mit Modulen der Kapazität C_M auf den Links l des Netzes $(n + 1)$ abgedeckt werden sollen. Die entsprechend benötigten Anzahlen von Modulen C_M auf jedem Link l , y_l , repräsentieren die Bedarfe auf der Schicht (n) und werden dort auf mehreren Wegen p befriedigt. Die Kapazität auf einem der Links e der Schicht (n) ist durch $y_e \cdot C_M$ beschränkt. Das Problem einer Zwei-Schicht-Optimierung lässt sich mit gedoppelten Bedarfs- und Kapazitätsrandbedingungen dann wie folgt beschreiben:

Problem 2.7: Zwei-Schicht-Optimierung

$$\begin{aligned}
 \text{Minimiere:} & \quad \sum_{l=1}^L \kappa_l y_l + \beta \cdot \sum_{l=1}^L \sum_{p=1}^P \kappa_{lp} z_p^l . \\
 \text{Bedarfsrandbedingung: } (n + 1): & \quad \sum_{r=1}^{R_m} x_r^m = 1 , \quad \forall m . \\
 \text{Kapazitätsrandbedingung } (n + 1): & \quad \sum_{m=1}^M \sum_{r=1}^{R_m} f^m \delta_{lr}^m x_r^m \leq C_M y_l , \quad \forall l . \quad (2.7) \\
 \text{Bedarfsrandbedingung } (n): & \quad \sum_p z_p^l = y_l , \quad \forall l . \\
 \text{Kapazitätsrandbedingung } (n): & \quad \sum_l \sum_p \delta_{ep}^l z_p^l \leq y_e , \quad \forall e .
 \end{aligned}$$

In der Kapazitätsrandbedingung der $(n + 1)$ -Schicht ist die Kapazität des Links l nunmehr in Vielfachen (y_l) einer Modulkapazität C_M gegeben. Entsprechend sind auch die z_p^l in Vielfachen dieser Einheit angegeben: z_p^l gibt die Anzahl von Modulen an, die über den Weg p im Netz (n) geroutet werden und damit einen Beitrag zu Realisierung des Bedarfs y_l leisten. Betrachtet man in der letzten Gleichung alle Bedarfe, die mit den Links l verknüpft sind und über die Kante e des Netzes (n) geroutet werden, so darf hier wiederum die in Einheiten von C_M angegebene Kapazitätsgrenze y_e nicht überschritten werden.

Die Zielfunktion betrachtet die mit der Einrichtung eines Übertragungsmoduls im Netz $(n + 1)$ einhergehenden Schnittstellenkosten κ_l wie auch die mit dem Routing der Module des Links l aus Netz $(n + 1)$ über den Weg p im Netz (n) verbundenen Kosten κ_{lp} und will deren Gesamtsumme minimieren. Man sieht in dieser Zielfunktion ein Beispiel für das Auftreten von Investitionskosten (κ_l) sowie von Wartungskosten (κ_{lp}), die man mit der Konstanten β noch unterschiedlich gewichten kann.

Literatur

1. M. Pioro, and D. Medhi: „Routing, Flow and Capacity Design in Communication and Computer Networks“, Morgan Kaufmann Publishers (2004)
2. ITU-T G.707/Y.1322: Network node interface for the synchronous digital hierarchy (SDH) (2007)
3. Open Shortest Path First Version 2, RFC 2328 (1998)
4. ISO 10589, RFC 1195: Use of OSI IS-IS for Routing in TCP/IP and Dual Environments (1990)
5. RFC3031 Multiprotocol Label Switching Architecture (2001), RFC3945 Generalized Multi-Protocol Label Switching (GMPLS) Architecture (2004)

Entwurf und Analyse von Kommunikationsnetzen
Netzplanung - Wartesysteme - Network Calculus
Killat, U.

2015, XIII, 303 S. 119 Abb. Mit 27 Beispielen und 58
Übungsaufgaben., Softcover
ISBN: 978-3-8348-2530-8