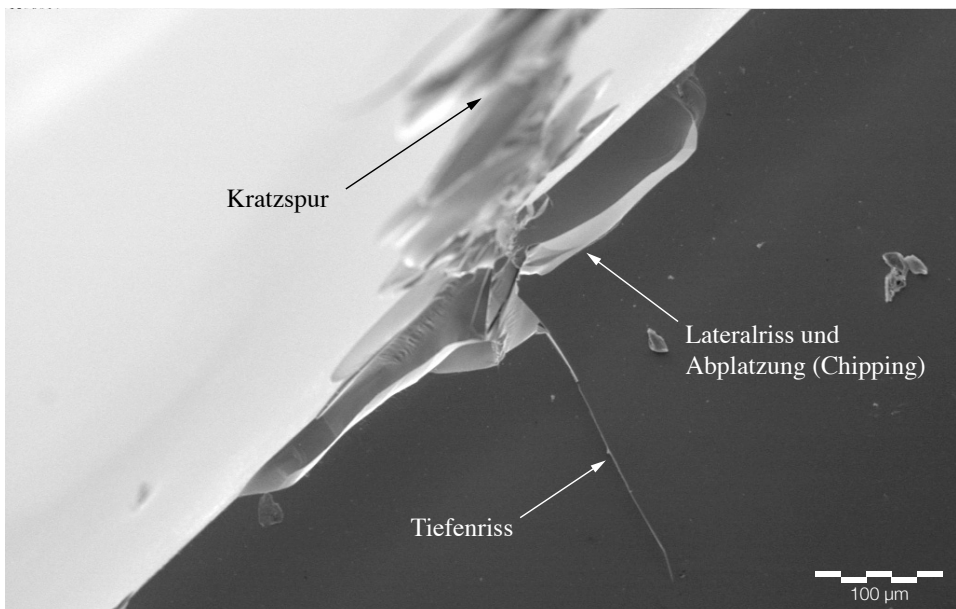


# 2 Festigkeit von Glas

## 2.1 Allgemeines

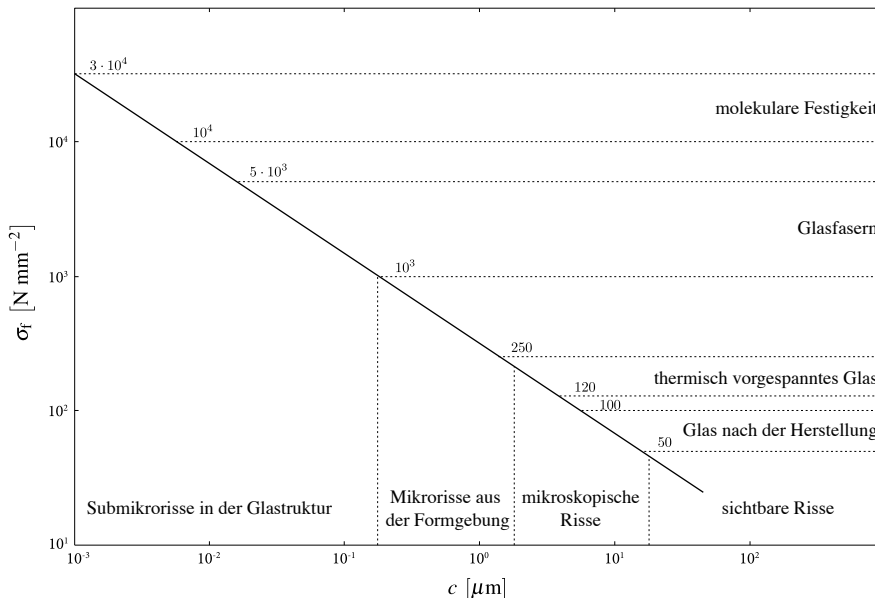
Bei Gläsern ohne thermische oder chemische Vorspannung wird die Festigkeit des Glases im Wesentlichen durch die Kerbempfindlichkeit der unter Zugbelastung stehenden Oberfläche geprägt. Die Druckfestigkeit des Glases ist erheblich größer und für übliche Anwendungen im Baubereich nicht von Interesse. Daher wird in der Praxis der Begriff *Festigkeit* meist als Synonym für die Zug- bzw. Biegezugfestigkeit des Glases verwendet. Festigkeitsverluste sind strukturellen Fehlern im Glas und mikroskopischen Oberflächendefekten (Mikrorissen, Abbildung 2.1) geschuldet. Durch die Kerbwirkung entstehen bei einer Zugbeanspruchung Spannungsspitzen am Rissgrund, die rasch zum Bruch des spröden Werkstoffs führen. Wie auch bei anderen spröden Werkstoffen tritt das Versagen bei Glas nahezu schlagartig



**Abbildung 2.1** Rasterelektronenmikroskop-Aufnahme eines Mikrorisses (Tiefenriss) unter einem Glaskratzer (Querschnitt, Blick auf die dunkelgraue Bruchfläche; die ursprüngliche Glasoberfläche ist hellgrau)

und ohne vorherige Ankündigung auf. Aufgrund der unterschiedlichen Ausprägung von Oberflächendefekten kann die Festigkeit von Glas nicht als absoluter Materialkennwert verstanden werden. Die Besonderheit des Werkstoffs Glas ist zudem, dass seine atomare Struktur mit der Feuchtigkeit aus der Umgebung reagiert. Hierdurch bedingt treten bei unter Zugbeanspruchungen stehenden Glasoberflächen *subkritische Risswachstumseffekte* auf. Insbesondere für dauerhaft wirkende Beanspruchungen resultiert hieraus eine maßgebliche Festigkeitsminderung.

Die theoretische Festigkeit der molekularen Bindung innerhalb des Glasnetzwerks ist sehr hoch. Auf Grundlage der atomaren Bindungsverhältnisse des SiO-Netzwerks berechneten PAVELCHEK et al. (1974) die theoretische Festigkeit zu etwa  $\sigma_{f,theo} \approx 14,0 \text{ GPa}$ . Anhand von Biegezugversuchen in flüssigem Stickstoff ( $-196,2^\circ \text{C}$ ) an »unberührten« (nahezu keine Oberflächendefekte) Glasfasern aus Silikat- und Natriumsilikatglas (ähnlich dem Kalk-Natron-Silikatglas) konnten LOWER et al. (2004) experimentell Festigkeiten von  $\sigma_f \approx 12,6 \text{ GPa}$  für reines Silikatglas und  $\sigma_f \approx 10,0 \text{ GPa} - 13,0 \text{ GPa}$  für Natriumsilikatglas ermitteln, wobei mit steigendem Natriumgehalt auch ein Festigkeitsanstieg beobachtet werden konnte. Diese Werte decken sich sehr gut mit den Untersuchungen von PROCTOR et al. (1967), die zusätzlich zeigen konnten, dass die Festigkeit bei Raumtemperatur auf  $\sigma_f \approx 8,8 \text{ GPa}$  abfällt. In der baupraktischen Anwendung sinkt die Biegefestigkeit des Glases deutlich unterhalb dieser ermittelten Werte. Die tatsächliche technische Kurzzeitfestigkeit



**Abbildung 2.2** Kurzzeitfestigkeit von Glas in Abhängigkeit der wirksamen Risstiefe  $c$  (nach PETZOLD et al., 1990)

von thermisch entspanntem Glas mit einem ungeschützten Oberflächenzustand (»berührte« Oberfläche) liegt bei gewöhnlichen Umgebungsbedingungen im Bereich von etwa  $\sigma_f \approx 30,0 \text{ N mm}^{-2} - 100,0 \text{ N mm}^{-2}$  und ist somit etwa um den Faktor 400 kleiner als die theoretische Festigkeit (Abbildung 2.2). Neben möglichen strukturellen Fehlern im Material wird die Glasoberfläche auch bei der Produktion, bei der späteren Oberflächenbearbeitung und im praktischen Einsatz durch mechanische Einwirkungen geschädigt.

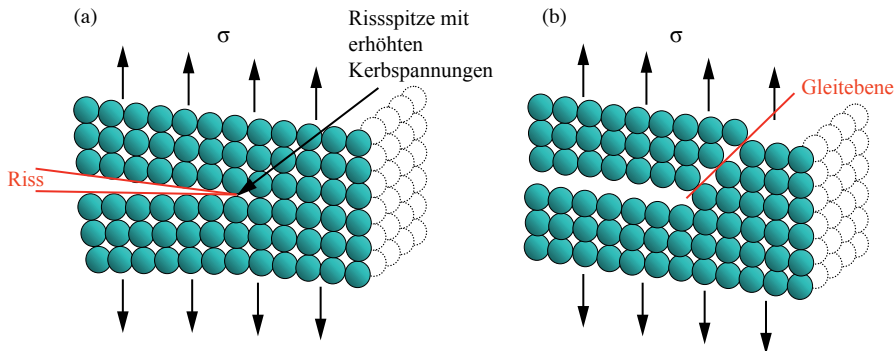
Bei den meisten baupraktisch eingesetzten Gläsern handelt es sich um Kalk-Natron-Silikatglas, das heute überwiegend im sogenannten Floatverfahren auf dem Zinnbad hergestellt wird. Für spezielle Einsatzbereiche (z. B. Brandschutzverglasungen) wird auch Borosilikatglas eingesetzt. Die Bezeichnung Floatglas bezieht sich genau genommen nur auf dieses spezielle Herstellungsverfahren, dennoch wird Kalk-Natron-Silikatglas ohne Vorspannung (thermisch entspannt) üblicherweise als Floatglas bezeichnet. Daneben kommen im Konstruktiven Glasbau auch thermisch (Teilvorgespanntes Glas (TVG) und Einscheiben-Sicherheitsglas (ESG)) sowie chemisch vorgespannte Gläser (CVG) zum Einsatz (s. Kapitel 6).

## 2.2 Versagensmechanismen und Bruchverhalten von Glas

Viele Glaseigenschaften werden von der ungeordneten Struktur im Glaszustand bestimmt. Aus diesem Grund erscheinen Gläser im Gegensatz zu vielen kristallinen Stoffen vollkommen isotrop. Auch das charakteristische spröde Bruchverhalten wird meist der ungeordneten Struktur des amorphen Festkörpers zugeschrieben, da plastische Verformungen, also das Abgleiten von molekularen Schichten, durch die fehlenden Gleitebenen nicht möglich sind. Zugspannungen führen so zu Spannungskonzentrationen an den Rissspitzen vorhandener Oberflächenrisse und zum spröden Versagen ohne vorherige Ankündigung.

Einzig die unregelmäßige Netzstruktur für das spröde Bruchverhalten verantwortlich zu machen, ist nicht ausreichend, da auch kristallines  $\text{SiO}_2$  und die daraus aufgebauten natürlichen Minerale kein duktileres Verhalten zeigen. Viele andere kristalline Stoffe verhalten sich ebenfalls spröde, obwohl sie aus einem regelmäßigen Gitter aufgebaut sind, welches ein Abgleiten von Atomschichten prinzipiell erlaubt. Die Ursache, ob sich ein Stoff eher duktil oder spröde verhält, ist in der Art der atomaren Bindung begründet. In duktilen Werkstoffen brechen die Bindungen nicht entlang der Richtung des Risses, sondern in einer Ebene schräg zur Rissspitze. Hierdurch entsteht eine schräge Gleitbene. Die Atome werden lediglich versetzt und wechseln zum nächsten Bindungspartner, wo die Bindung neu entsteht (Abbildung 2.3). Dadurch wird der Riss »entschärft« und die Gitterstruktur bleibt erhalten.

Ob ein solches plastisches Gleiten stattfinden kann, hängt also weniger von der absoluten Stärke der chemischen Bindung ab, sondern davon, ob die Bindung an der Rissspitze oder



**Abbildung 2.3** Versagensmechanismen bei äußeren Zugspannungen: Spannungskonzentrationen an der Rissspitze (Modus I) führen zum Rissfortschritt und bei spröden Materialien zum Versagen (a). Bei duktilen Materialien können die Atome in einer schrägen Ebene gleiten, wodurch die Spannung an der Rissspitze abgebaut und die mechanische Energie absorbiert wird (b, nach EBERHARDT, 2000).

solche entlang der Gleitebene zuerst nachgeben. Zudem ist von Bedeutung, wie leicht die Bindungen entlang der geneigten Ebene gelöst und anschließend wieder geschlossen werden können.

Aufgrund der spröden und makroskopisch ideal linear-elastischen Materialeigenschaften wird das Bruchversagen von Glas durch die Normalspannungshypothese beschrieben. Diese besagt, dass Versagen eintritt, wenn die größte Hauptnormalspannung den Wert der kritischen Zugfestigkeit ( $\sigma_f$ ) oder Druckfestigkeit ( $\sigma_c$ ) erreicht. Da bei Gläsern die Festigkeit im Wesentlichen durch die Kerbempfindlichkeit der unter Zugbeanspruchung stehenden Oberfläche geprägt ist, wird Versagen angenommen, wenn für die Hauptzugspannung  $\sigma_1$  die Bedingung

$$\sigma_1 = \sigma_f \quad (2.1)$$

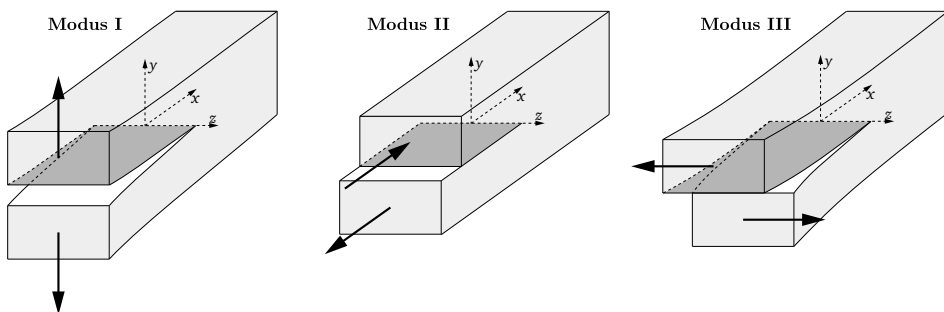
erfüllt ist. Die Zugfestigkeit von Glas hängt im Wesentlichen von der Oberflächenbeschaffenheit (Defektdichte, Defekttiefe) und, bedingt durch Risswachstumseffekte, auch von der Belastungsdauer ab (s. Abschnitt 2.5). Die technische Festigkeit des Glases ist daher kein absoluter Wert. Vielmehr wird sie maßgeblich durch submikroskopische, mikroskopische und makroskopische Oberflächendefekte beeinflusst. Hier entstehen bei einer Zugbeanspruchung Spannungsspitzen am Rissgrund (Kerbwirkung), die zum Bruch führen, wenn die spezifische Bruchzähigkeit  $K_{Ic}$  überschritten wird. Das Versagen tritt, wie bei anderen spröden Werkstoffen auch, nahezu schlagartig ohne merkliche vorherige Ankündigung (z. B. inelastische Deformation) ein.

Die Struktur des Bruchbilds und die Bruchstückgröße sind abhängig von der im Glas gespeicherten Energie. Diese setzt sich zum Zeitpunkt des Bruchs aus der Eigenspannung infolge thermischer oder chemischer Vorspannung und Spannungen aus äußerer Belas-

tung zusammen. Generell gilt, je geringer die thermische Vorspannung im Glas, desto größer ist die Bruchstückgröße. Aufgrund der verhältnismäßig hohen Vorspannung von Einscheiben-Sicherheitsglas (ESG) ergeben sich hier sehr kleine Bruchstücke von etwa  $100 \text{ mm}^2$ , wohingegen bei Floatglas aufgrund der sehr geringen Oberflächendruckspannung (ca.  $-5 \text{ N mm}^{-2}$  bis  $-10 \text{ N mm}^{-2}$ ) die Bruchstücke sehr groß sind (s. Abschnitt 5.4). Unter anderem ist für die Klassifizierung von Teilvorgespanntem Glas (TVG) nach DIN EN 1863-1 und Einscheiben-Sicherheitsglas nach DIN EN 12150-1 die Prüfung der Bruchstruktur durch Auszählung der Anzahl der Bruchstücke bezogen auf eine definierte Fläche und Ausmessen des größten Bruchstücks maßgeblich. Erst wenn die Anforderungen der Norm durch diesen Versuch bestätigt werden, darf das Produkt als TVG bzw. ESG eingestuft werden (s. Abschnitt 6.3).

## 2.3 Grundlagen der linear-elastischen Bruchmechanik

Die *linear-elastische Bruchmechanik* bietet geeignete Modellvorstellungen, um die Spannungskonzentration an der Spitze eines Risses quantitativ zu beschreiben. Ein Riss in einem realen Werkstück kann komplexen Spannungsfeldern unterliegen, die sich durch Überlagerung von drei verschiedenen Rissöffnungsarten (Modi) beschreiben lassen (Abbildung 2.4): *Modus I* kennzeichnet eine Separation in  $x$ - $z$ -Ebene (senkrecht zu den Rissoberflächen) und wird daher auch als symmetrische Rissöffnung bezeichnet. Bedingt durch eine Längsscherung tritt bei *Modus II* eine asymmetrische Separation in  $x$ -Richtung der Rissoberflächen ein. *Modus III* ähnelt Modus II, die asymmetrische Separation resultiert hierbei aus einer Querscherung in  $z$ -Ebene der Rissoberflächen. Für biegebeanspruchte Gläser spielen Modus II und Modus III eine untergeordnete Rolle. Im Allgemeinen wird nur eine Modus-I-Konfiguration berücksichtigt.



**Abbildung 2.4** Rissöffnungsarten nach GROSS et al. (2011): *Modus I* symmetrische Separation orthogonal zu den Rissoberflächen infolge Zugbelastung; *Modus II* asymmetrische Separation in Rissebene infolge Längsscherung; *Modus III* asymmetrische Separation in Rissebene infolge Querscherung

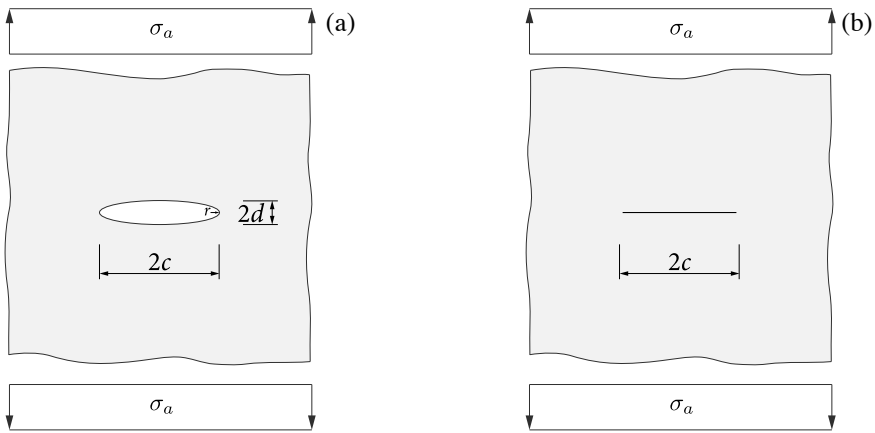
Nach GROSS et al. (2011) wird ein Riss aus makroskopischer und kontinuumsmechanischer Sicht als Schnitt durch einen Körper verstanden. Die gegenüberliegenden Berandungen werden als *Rissoberflächen* bzw. auch als *Rissflanken* oder *Rissufer* bezeichnet. Sie sind in der Regel belastungsfrei und enden mit der *Risspitze*. Das Grundkonzept der linear-elastischen Bruchmechanik basiert auf der Betrachtung des mechanischen Verhaltens eines Einzerrisses in einem linear-elastischen, homogenen und isotropen Kontinuum (KERKHOF, 1970), sodass in der Anwendung ein rissbehafteter Körper im Gesamten als linear-elastisch angesehen wird. Aufgrund des linear-elastischen, spröden Materialverhaltens von Glas eignet sich die lineare Bruchmechanik zur Beschreibung des Materialverhaltens. Nicht zuletzt diene Glas aufgrund seiner Transparenz, der Reproduzierbarkeit von Oberflächen-defekten und kostengünstigen Verfügbarkeit als Ausgangsmaterial zur Entwicklung der linearen Bruchmechanik. Sie geht auf die elementaren Betrachtungen von INGLIS (1913) zurück. Er quantifizierte die Spannungskonzentrationen an elliptischen Defekten in gleichförmig belasteten Glasplatten. Für eine Platte mit innenliegendem, elliptischen Defekt der Breite  $2c$ , beansprucht durch eine gleichförmig verteilte, am Bauteil anliegende Zugspannung  $\sigma_a$  (Abbildung 2.5a), lautet die Spannung  $\sigma_r$  im Bereich der größten Krümmung (Krümmungsradius  $r$ )

$$\sigma_r / \sigma_a = 2 \sqrt{c/r}, \quad (2.2)$$

wobei das Verhältnis  $\sigma_r / \sigma_a$  als Spannungskonzentration zu verstehen ist. Unter Verwendung von Gleichung (2.2) ist es möglich, die Bruchspannung  $\sigma_a = \sigma_f$  zu berechnen, wenn die theoretische Zugfestigkeit  $\sigma_{\text{theo}}$  des Materials erreicht wird. Es gilt

$$\sigma_f = \frac{\sigma_{\text{theo}} \cdot r^{1/2}}{2 \cdot c^{1/2}}. \quad (2.3)$$

Somit konnte Inglis erstmals die Defektgröße für die Festigkeit eines Materials verantwortlich machen. GRIFFITH (1921) entwickelte ein Bruchkriterium auf Grundlage einer energetischen Gleichgewichtsbetrachtung (Energiebilanz). Zwar ließ sich Griffiths Theorie an spröden Materialien (Glas) sehr gut beweisen, trotzdem fand sie erst ab den 1950er Jahren durch weiterführende Überlegungen von IRWIN et al. (1957) infolge der Entwicklung des *K-Konzepts* Anwendung. Dieses Bruchkonzept verfolgt die Hypothese, dass der Zustand an der Risspitze durch *Spannungsintensitäten* (*K-Faktoren*) beschrieben werden kann. Der Spannungsintensitätsfaktor wird hierbei als Zustandsgröße angesehen, die ein Maß für die Belastung im Risspitzenbereich ist (GROSS et al., 2011). Er beschreibt das Maß einer Spannungssingularität und ist für spröde Materialien geeignet, die Versagenshypothese nach Gleichung (2.1) zu beschreiben. Unter Vernachlässigung von subkritischen Risswachstumseffekten (s. Abschnitt 2.5) kommt es zur Separation (Bildung von Rissoberflächen durch instabilen Rissfortschritt bzw. Bruch), sobald die jeweilige Spannungsintensität einen



**Abbildung 2.5** Elliptischer Riss (a) und Griffith-Riss (b) jeweils in einer unendlich ausgedehnten, gleichförmig belasteten Scheibe (b)

materialspezifischen Grenzwert (auch bekannt als *Bruchzähigkeit*) überschreitet. Je nach Rissöffnungsart gilt

$$\begin{aligned} K_I &= K_{Ic}, \\ K_{II} &= K_{IIc}, \\ K_{III} &= K_{IIIc}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Hierbei sind  $K_I$ ,  $K_{II}$  und  $K_{III}$  Spannungsintensitäten und  $K_{Ic}$ ,  $K_{IIc}$  und  $K_{IIIc}$  materialspezifische Bruchzähigkeiten, bei denen es zu einem schlagartigen Bruch des Glases kommt. Die Versagenskriterien nach Gleichung (2.4) gelten für reine *Single-Mode-Beanspruchungen*, bei denen jeweils nur ein Modus-Anteil vorhanden ist. Spannungsintensitätsfaktoren, die aus der gleichen Rissöffnungsart resultieren, können aufgrund des im linear-elastischen Bereich geltenden Superpositionsprinzips addiert werden (LAWN, 1993). Da Quer- und Längsscherung bei Bruchvorgängen von biegebelastetem Glas nur eine untergeordnete Rolle spielen, wird im Allgemeinen nur eine Modus-I-Beanspruchung berücksichtigt. Die Bruchzähigkeit von Glas wird deshalb üblicherweise als  $K_{Ic}$  bezeichnet. In Tabelle 2.1 sind experimentell ermittelte Bruchzähigkeiten für Kalk-Natron-Silikatglas aufgeführt. Der Vergleich mit Stahl, bei dem die Bruchzähigkeit Werte größer als  $100,0 \text{ N mm}^{-2} \text{ m}^{1/2}$  annehmen kann, zeigt, wie gering die Bruchzähigkeit des Glases einzustufen ist.

Unter inerten Umgebungsbedingungen ist die Spannungsintensität eines innenliegenden Risses der Tiefe  $2c$  unter Zugspannung  $\sigma_a$  senkrecht zu den Rissufer (Modus I) bzw. den

Schubspannungen  $\tau_{xy,a}$  (Modus II) und  $\tau_{yz,a}$  (Modus III) in Rissebene in einer unendlich ausgedehnten Scheibe (Griffith-Riss, Abbildung 2.5b) definiert als

$$\begin{aligned} K_I &= \sigma_a \sqrt{\pi \cdot c}, \\ K_{II} &= \tau_{xy,a} \sqrt{\pi \cdot c}, \\ K_{III} &= \tau_{yz,a} \sqrt{\pi \cdot c}. \end{aligned} \tag{2.5}$$

Zur Berücksichtigung weiterer Riss- und Bauteilgeometrien sowie Belastungsarten wird Gleichung (2.5) um einen *Geometriefaktor*  $Y$  (Korrekturfaktor) ergänzt. In Abwesenheit von chemisch reaktionsfähigen Umgebungsbedingungen lautet die allgemeine Darstellung (Modus-I-Beanspruchung) für eine konstante, am Bauteil anliegende Spannung  $\sigma_a$  (Abbildung 2.6a)

$$K_I = \sigma_a \cdot Y \sqrt{\pi \cdot c}. \tag{2.6}$$

Voraussetzung für die Modellvorstellung in Gleichung (2.6) ist, dass die Risstiefe wesentlich kleiner als die Bauteilabmessung ist. Gleichgerichtete Spannungen senkrecht zu den Rissflanken können superponiert werden. Dies ist insbesondere bei Glas mit thermischer bzw. chemischer Vorspannung sinnvoll (s. Kapitel 5).

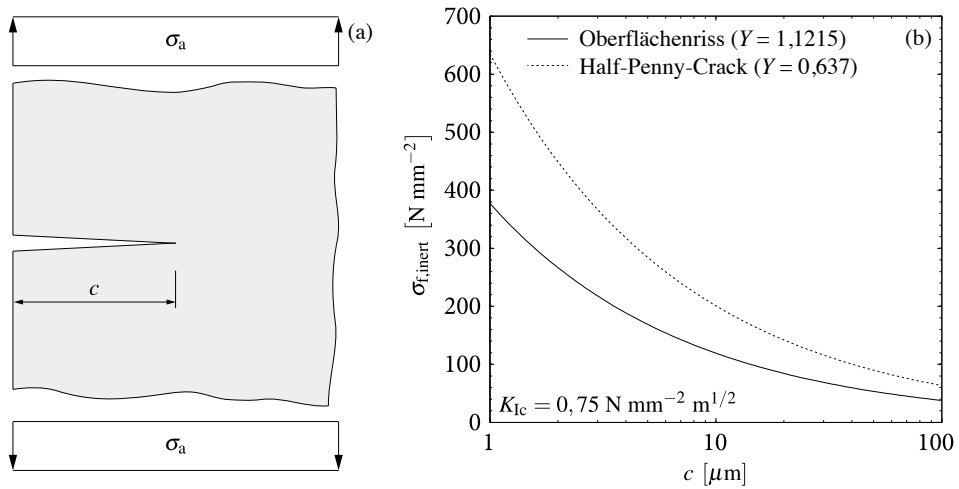
Aus einer Vielzahl von einschlägigen Handbüchern, wie TADA et al. (1985) oder MURAKAMI (1987), können Spannungsintensitätsfaktoren für unterschiedlichste Rissgeometrien und Belastungsarten abgelesen werden. Für den praktischen Einsatz und die Beschreibung von Oberflächendefekten von Glas im Bauwesen, wie beispielsweise einer Kratzspur, wird hauptsächlich der *lange Oberflächenriss am halbunendlichen Körper* (Abbildung 2.7a) unter gleichmäßiger, konstanter Belastung  $\sigma_a$  verwendet (Gleichung 2.6,  $Y = 1,1215$ ). Der Geometriefaktor für einen *halbelliptischen Oberflächenriss (Half-Penny-Crack)* (Abbildung 2.7b), wie er üblicherweise bei Härteeindrücken entsteht, beziffert LAWN (1993) mit  $Y = 2/\pi = 0,637$ .

**Tabelle 2.1** Bruchzähigkeiten (Modus I) für Kalk-Natron-Silikatglas

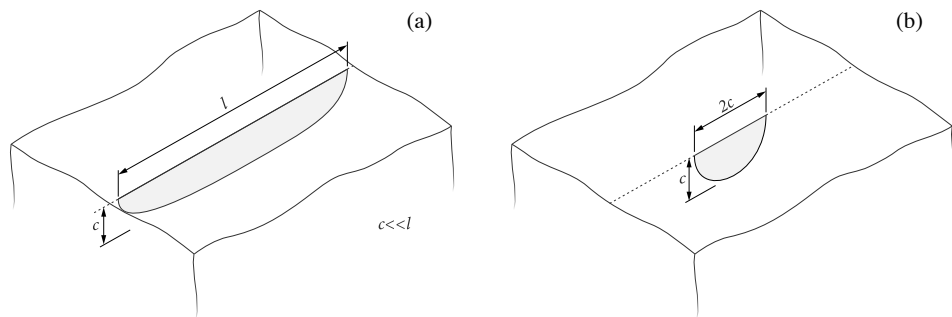
Autor	Jahr	Bruchzähigkeit $K_{Ic}$ [N mm <sup>-2</sup> m <sup>1/2</sup> ]
[–]	[–]	
WIEDERHORN	1967	0,82
GEHRKE, ULLNER und HÄHNERT	1987	0,78
MENČÍK <sup>a</sup>	1992	0,72 – 0,82
ULLNER	1993	0,76
LAWN	1993	0,75

<sup>a</sup> Zusammenfassung unterschiedlicher Literaturquellen.





**Abbildung 2.6** Oberflächenriss am halbunendlichen Körper: Rissgeometrie für eine Modus-I-Beanspruchung (a); Gegenüberstellung der Bruchspannung  $\sigma_{f,inert}$  für einen *langen Oberflächenriss* und einen *halfelliptischen Oberflächenriss* in Abhängigkeit der Risttiefe  $c$  (b)



**Abbildung 2.7** Geometrien von Oberflächendefekten am halbunendlichen Körper: *Langer Oberflächenriss* (a) und *Half-Penny-Crack* (b)

Unter Annahme von chemisch inerten Bedingungen und Vernachlässigung von Risswachstum (s. Abschnitt 2.5) kann durch Verwendung von Gleichung (2.4) und Umformung von Gleichung (2.6) auf die Größenordnung der Risttiefe  $c_{f,inert}$  geschlossen werden, bei der eine Zugbelastung zum Bruch führt:

$$c_{f,inert} = \left( \frac{K_{Ic}}{Y \cdot \sigma_a \sqrt{\pi}} \right)^2. \quad (2.7)$$

Die kritische Risttiefe für ein Bauteil aus Glas mit einem langen Oberflächenriss folgt unter Verwendung einer Bruchzähigkeit  $K_{Ic} = 0,75 \text{ N mm}^{-2} \text{ m}^{1/2}$  und unter Annahme einer

anliegenden, äußeren Biegezugspannung von  $\sigma_a = 45 \text{ N mm}^{-2}$  zu  $c_{f,\text{inert}} = 70 \text{ }\mu\text{m}$ . Für die inerte Festigkeit  $\sigma_{f,\text{inert}}$  gilt in Übereinstimmung mit Gleichung (2.7) (Abbildung 2.6b)

$$\sigma_{f,\text{inert}} = \frac{K_{Ic}}{Y\sqrt{\pi \cdot c}}. \quad (2.8)$$

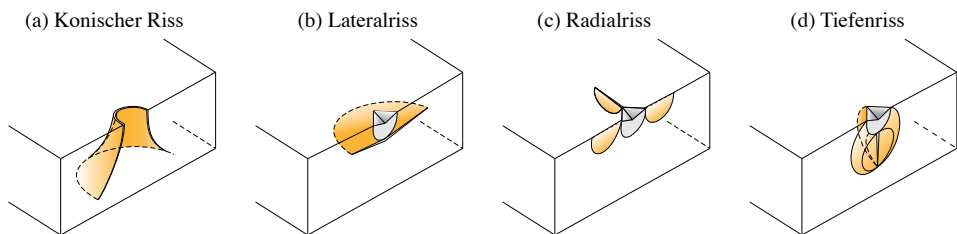
Bei gleichen geometrischen Verhältnissen am Rissgrund gilt für das Verhältnis der kritischen Bruchspannungen in Abhängigkeit von dem Verhältnis der Schadenstiefen

$$\frac{\sigma_{f,2}}{\sigma_{f,1}} = \sqrt{\frac{c_{f,1}}{c_{f,2}}}. \quad (2.9)$$

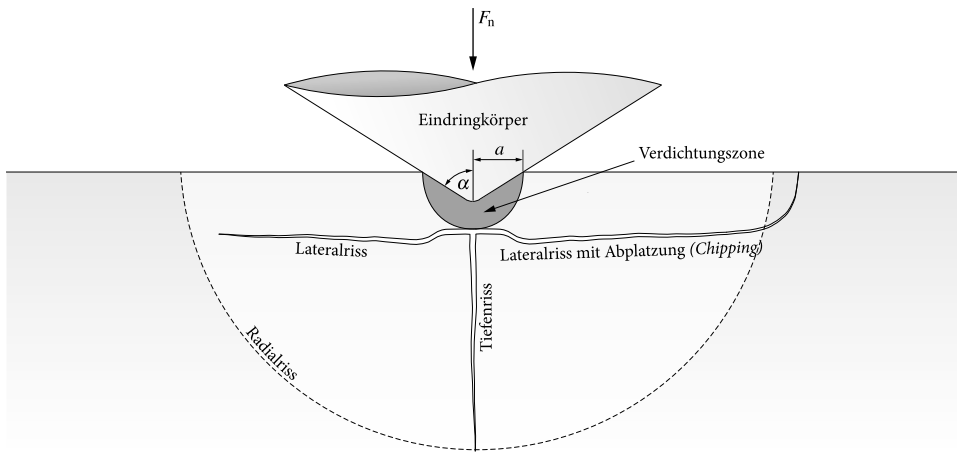
Mithilfe der Bruchmechanik kann die Festigkeitsminderung durch einen einzelnen, definierten Oberflächendefekt quantitativ beschrieben werden. Ein wesentliches Problem bei Glas bleibt jedoch, dass die Tiefe, Form und Häufigkeit von Oberflächenschäden nicht hinreichend sicher quantifizierbar sind. Die in Abschnitt 2.6 genannten Werte zur mechanischen Festigkeit der einzelnen Glasarten sind daher keineswegs als Absolutwerte zu verstehen, sondern sind nur teilweise statistisch aufgrund von großen Stichproben und probabilistischen Überlegungen abgesichert.

## 2.4 Defekte auf der Glasoberfläche und an der Glaskante

Durch den gleitenden Kontakt eines harten Eindringkörpers mit einer Glasoberfläche kommt es neben der Ausbildung einer Kratzfurche zu einer lokalen Beschädigung in Form charakteristischer Rissysteme. Hierbei ist zwischen einem rein *elastischen* und einem *elastisch-inelastischen* Materialverhalten des Grundkörpers zu unterscheiden, wobei eine genaue Differenzierung durch die Geometrie und die Härte des Eindringkörpers sowie



**Abbildung 2.8** Schematische Darstellung möglicher Kontakttrissarten auf Glasoberflächen am Beispiel eines Härteeindrucks: konischer Riss (*Hertzian Cone Crack*) infolge von elastischem Kontakt mit einem stumpfen Eindringkörper, ohne Ausbildung einer dauerhaft verformten Kontaktzone (a), Lateralriss (b), Radialriss (c) und Tiefenriss (d) sowie Ausbildung einer dauerhaft verformten Kontaktzone infolge eines *elastisch-plastischen* Kontakts mit einem scharfen Eindringkörper (nach COOK et al., 1990)

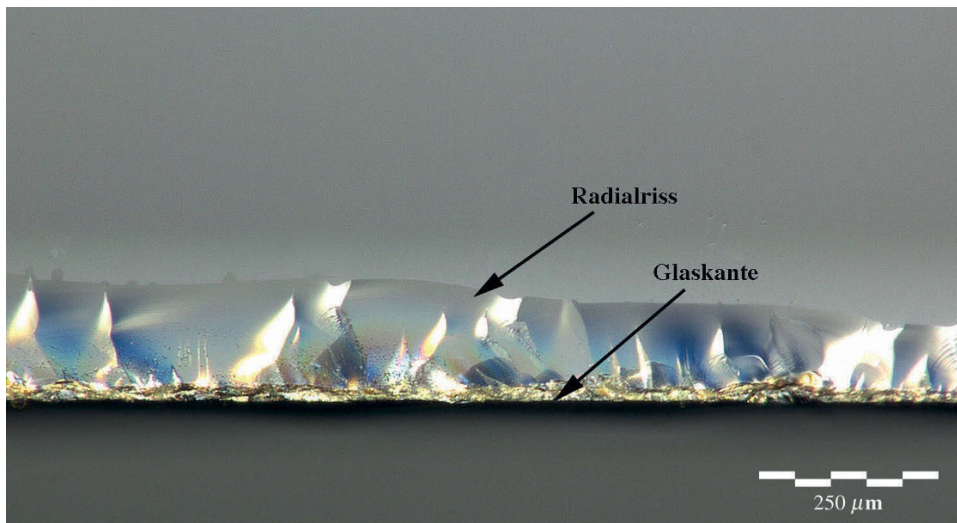


**Abbildung 2.9** Schematische Darstellung des Rissystems eines Kratzers in Glas im Querschnitt (Blickrichtung längs der Kratzspur): dicht unterhalb der Glasoberfläche verlaufende *Lateralrisse* sowie orthogonal zur Glasoberfläche in das Glas eindringender *Tiefenriss* und *Radialriss* (in der Querschnittsebene). Infolge hoher Kontaktspannungen kommt es unterhalb des Eindringkörpers zu einer *Verdichtungszone* (SCHULA, 2015).

die Materialeigenschaften (der Elastizitätsmodul und nicht zuletzt die Bruchzähigkeit) des Grundkörpers vorgenommen werden muss (MARSHALL et al., 1982; LAWN, 1993). Die Beschreibung des elastischen Verhaltens geht auf die fundamentalen Untersuchungen von Heinrich Rudolf Hertz (HERTZ, 1881; 1896) zur Spannungsverteilung in der Kontaktzone zweier elastischer Körper mit gewölbten Oberflächen (*Hertzische Pressung*) zurück und ist nach LAWN et al. (1975) durch ein konisches Rissssystem (*Hertzian Cone Cracks*) unterhalb des Kontaktbereichs charakterisiert (Abbildung 2.8a). Dieses Rissssystem verläuft kreisförmig um den Kontaktbereich, wobei die Risse üblicherweise konisch in die Werkstoffoberfläche eindringen. Da bei dieser Kontaktdefinition ausschließlich elastische Spannungen auftreten, verbleibt nach dem Kontakt kein Eindruck auf der Glasoberfläche, weshalb in diesem Zusammenhang auch von einem *stumpfen Kontakt* gesprochen wird. Diese Rissbildung kann beispielsweise im lokalen Kontaktbereich bei Kugelfallversuchen zur Überprüfung der Widerstandsfähigkeit von Verbundsicherheitsglas gegenüber hartem Stoß nach DIN 52338 beobachtet werden.

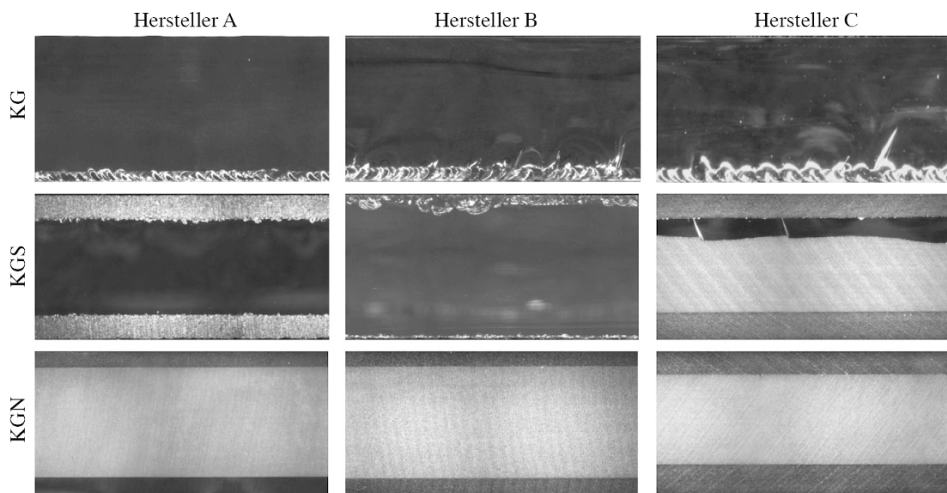
Infolge eines Kontakts mit elastisch-inelastischem Materialverhalten, welcher auch als *scharfer Kontakt* bezeichnet wird, resultiert ein weitaus komplexeres Rissssystem (Abbildung 2.9). Untersuchungen zur Kratzanfälligkeit von Glas im Bauwesen haben gezeigt, dass Kratzspuren und auch lokale Eindrücke üblicherweise dieses Schadensmuster aufweisen (SCHNEIDER et al., 2012a; SCHULA, 2015). Durch den kleinen Kontaktbereich zwischen Eindring- und Grundkörper und die verhältnismäßig hohen Auflasten auf den Eindringkörper resultiert in der Glasoberfläche im Kontaktbereich ein hydrostatisches Spannungsfeld

mit hohen Schubspannungen, welches die Entwicklung einer irreversiblen verformten *Kontaktzone* (*Kratzfurche* oder *-spur*) bedingt. Weiterhin werden bei dieser Kontaktdefinition *Lateral*- (Abbildung 2.8b), *Radial*- (Abbildung 2.8c) und *Tiefenrisse* (Abbildung 2.8d) induziert (LAWN et al., 1976; 1980, MARSHALL et al., 1982; COOK et al., 1990). Während Lateralrisse durch oberflächennahe Materialabplatzungen hauptsächlich einen Verschleiß der Oberfläche hervorrufen und die Sichtbarkeit eines Kratzers maßgeblich beeinflussen, sind Radial- und Tiefenrisse für eine Reduktion der Bauteilfestigkeit verantwortlich (COOK et al., 1986). Die in Abbildung 2.8 gezeigte schematische Darstellung der Ausbildung von Rissen infolge von Härteeindrücken mit einem Eindringkörper facettierter Geometrie ist prinzipiell auf Kratzspuren (Abbildung 2.1) übertragbar. In SCHULA (2015) wurde eine detaillierte Betrachtung des lokalen Spannungszustands unterhalb des Eindringkörpers sowie bruchmechanische Mechanismen der Rissinitiierung untersucht. Es konnte gezeigt werden, dass das Risswachstum von Lateralrisse zeitabhängig aufgrund von subkritischen Risswachstumseffekten (s. Abschnitt 2.5) erfolgt. Bei im Bauwesen üblicherweise vorherrschenden atmosphärischen Umgebungsbedingungen weist thermisch vorgespanntes Glas im Vergleich zu thermisch entspanntem Floatglas eine leicht höhere optische Kratzanfälligkeit auf; unter feuchten Umgebungsbedingungen kann dieser Unterschied kaum beobachtet werden. Hinsichtlich der Auswirkung von Kratzern auf die Biegefestigkeit wurde für thermisch vorgespannte Gläser beobachtet, dass trotz identischer Vorschädigung die effektive Biegefestigkeit mit zunehmender Oberflächendruckspannung steigt respektive die initiierte Risstiefe abnimmt.



**Abbildung 2.10** Radialriss an einer mit einem Glasschneider geschnittenen Kante (Bildnachweis: Jonas Kleuderlein)

Das Rissystem infolge eines scharfen Kontakts ist auch auf den speziellen Fall des Glasschneidens übertragbar (s. Abschnitt 4.2). Durch den Kontakt von Schneidrädchen und Glasoberfläche kommt es zu Lateral-, Radial- und Tiefenrissen. Beim Glasschneiden werden spezielle Schneidöle verwendet, die zum einen das Schneidrädchen schmieren und so das Abrollen des Rädchen auf dem Glas erleichtern sollen und zum anderen in den Anriss eindringen und Rissheilungseffekte (s. Abschnitt 2.5.3) unterbinden sollen. Das einfache Brechen des Glases entlang der Ritzspur ist auf die festigkeitsmindernde Wirkung des Tiefenrisses zurückzuführen. Bereits während des Schneidens entstehen auch Radialrisse senkrecht zur frisch gebrochenen Glaskante und reduzieren so die Kantenfestigkeit für parallel zur Kante wirkende Spannungen (Abbildung 2.10). Zwar können die Radialrisse, wie sie bei einer geschnittenen Kante auf der Seite des Anritzes auftreten, durch weitere Kantenbearbeitungsmaßnahmen (z. B. Säumen, s. Abschnitt 4.3) entfernt bzw. in der risswirksamen Tiefe reduziert werden, allerdings werden durch diese Bearbeitungsschritte weitere Kantenverletzungen mit senkrecht zur Glaskante orientierten Rissen initiiert. In KLEUDERLEIN et al. (2014) wurde die Kantenfestigkeit hinsichtlich verschiedener Kantenqualitäten gemäß DIN 1249-11 und des Einflusses unterschiedlicher Glashersteller untersucht. Es konnte gezeigt werden, dass die optische Kantenqualität stark schwankt (Abbildung 2.11), diese herstellungsbedingten Unterschiede jedoch keine direkte Beurteilung der tatsächlich vorliegenden Kantenfestigkeit zulassen. Speziell für das Säumen der Glaskanten konnte gezeigt werden, dass die gewählte Bearbeitungsmethode (z. B. Säumen mittels Kreuzband oder Topfschleifscheibe) einen signifikanten Einfluss auf die Kantenfes-



**Abbildung 2.11** Glaskanten von 8 mm dickem Glas unterschiedlicher Glashersteller in der Aufsicht: geschnittene (KG), gesäumte (KGS) und geschliffene (KGN) nach DIN 1249-11 (KLEUDERLEIN et al., 2014)

tigkeit hat. Im Vergleich zur geschnittenen Kante (KG) konnte für gesäumte (KGS) und geschliffene (KGN) Kanten eine tendenziell höhere Kantenfestigkeit nachgewiesen werden.

## 2.5 Risswachstum und Ermüdungsverhalten

### 2.5.1 Subkritisches Risswachstum

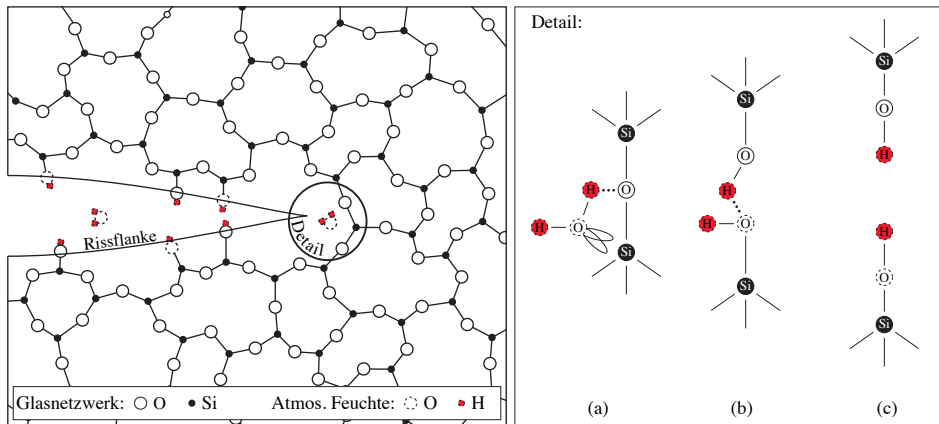
Die Bruchzähigkeit von Kalk-Natron-Silikatglas wurde in Experimenten in chemisch nicht reaktionsfähiger (inert) Umgebung bestimmt. Die Bruchzähigkeit  $K_{Ic}$  allein ist jedoch nicht zur Bestimmung des Widerstands bei beliebigen Lasthistorien ausreichend. Im praktischen Einsatz führen Prozesse an der Spitze des Risses bei geringeren Spannungsintensitäten als  $K_{Ic}$  zu einem langsamen Rissfortschritt, der als *subkritisches Risswachstum* bezeichnet wird. Wird Glas unter gewöhnlichen Umgebungsbedingungen einer Dauerlast ausgesetzt, tritt Versagen hierdurch zeitverzögert auf. Die mittlere Bruchspannung liegt dann unterhalb der mittleren Bruchspannung von schnell belasteten Proben. Glas im Bauwesen ist stark schwankenden relativen Luftfeuchtigkeiten (rF) von bis zu 100 % und direkter Befeuchtung (z. B. durch Regen) ausgesetzt, sodass der Effekt des subkritischen Risswachstums in der Realität einen maßgeblichen Einfluss auf die Festigkeit und somit die Bemessung hat.

Über den Zusammenhang zwischen Belastungsdauer und Bruchfestigkeit von Glas wird erstmals von L. Grenet im Jahr 1899 berichtet<sup>1</sup>. Maßgebende experimentelle Untersuchungen zu subkritischen Risswachstumseffekten in Glas wurden unter anderem von PROCTOR et al. (1967), WIEDERHORN (1967; 1968), WIEDERHORN et al. (1980), GEHRKE et al. (1987; 1990) und ULLNER (1993) durchgeführt. Während die reine *Glaskorrosion* allein auf chemischen Mechanismen beruht (s. Abschnitt 1.3.3), wird aufgrund des komplexen Zusammenhangs zwischen chemischen und mechanischen Vorgängen beim subkritischen Risswachstum dieser Effekt als *Spannungsrissskorrosion* bezeichnet. Demnach wird unter *subkritischem Risswachstum*<sup>2</sup> die Folge der Spannungsrissskorrosion (in der Regel ein langsames Wachstum eines Risses) verstanden.

Die molekulare Beschreibung der Spannungsrissskorrosion in Glas geht wesentlich auf BUDD (1961) und MICHALSKE et al. (1982; 1983) zurück. Sie beschreiben die chemische Reaktion zwischen pH-neutralem Wasser sowie weiteren wässrigen Lösungen mit Silikatglas. In Gegenwart dieser Medien kommt es direkt an der Rissspitze zu einer hydrolytischen Wechselwirkung zwischen den atmosphärischen Wassermolekülen und den SiO-Bindungen im Bereich eines Sauerstoffbrückenatoms. Die Größe der Reaktionszone an der Rissspitze wird in WIEDERHORN (1978) auf  $\sim 10$  nm geschätzt. Grundvoraussetzung für eine Spannungsrissskorrosion ist eine Dehnung des Glasnetzwerks durch eine anliegende

<sup>1</sup> Siehe hierzu: PRESTON (1922).

<sup>2</sup> Der Begriff »subkritisches Risswachstum« ist in der Literatur auch unter *langsam*es Risswachstum oder *statische Ermüdung* bekannt.



**Abbildung 2.12** Spannungsrisskorrosion in Glas: zweidimensionale Darstellung des molekularen Reaktionsmechanismus zwischen Wasser und Silikatglas. Atmosphärisches Wasser diffundiert durch den Riss an die Rissflanke und führt dort zu einer Trennung des Glasnetzwerks (nach MICHALSKE et al., 1983).

mechanische Zugspannung. MICHALSKE et al. (1983) beschreiben den korrosiven Vorgang zwischen Wasser und Glasnetzwerk anhand von drei aufeinanderfolgenden Schritten:

- **Schritt 1 (Adsorption)**

Atmosphärische Wassermoleküle diffundieren durch die Rissöffnung an die (mechanisch gedehnte) Rissflanke (Abbildung 2.12). Aufgrund der Dipolwirkung des  $\text{H}_2\text{O}$ -Moleküls richtet sich eins der Wasserstoffatome dem Brückensauerstoff und das Sauerstoffatom dem Siliziumatom des Glasnetzwerks zu. Bedingt durch die resultierende Van-der-Waals-Wechselwirkung wird das  $\text{H}_2\text{O}$ -Molekül an einer  $\text{SiO}$ -Bindungsstelle an der Rissflanke adsorbiert (Abbildung 2.12a).

- **Schritt 2 (Reaktion)**

Im Folgenden werden die neu eingegangenen Bindungen auf Kosten der ursprünglichen  $\text{SiO}$ -Bindungen verstärkt, bis schließlich das adsorbierte Wasserstoffatom des  $\text{H}_2\text{O}$ -Moleküls eine starke Wasserstoffbrückenbindung mit dem Brückensauerstoffatom und das Sauerstoffatom des  $\text{H}_2\text{O}$ -Moleküls mit dem Siliziumatom eine Ionenbindung eingeht (Abbildung 2.12b).< Hierbei kommt es zu einem Protonen-transfer vom Wasserstoffatom zum Brückensauerstoff und zu einem gleichzeitigen Elektronentransfer des Sauerstoffatoms des  $\text{H}_2\text{O}$ -Moleküls zum Siliziumatom. Da nun zwei wasserstoffgebundene Silanolgruppen vorliegen, ist bereits ab diesem Schritt die ursprüngliche  $\text{SiO}$ -Bindungsstelle nicht mehr intakt.

- **Schritt 3 (Separation)**

Abschließend kommt es zur endgültigen Trennung der ehemaligen Wasserstoffbrückenbindung innerhalb des  $\text{H}_2\text{O}$ -Moleküls (Abbildung 2.12c) und der atomaren

Bindung des Glasnetzwerks. Es entstehen zwei Glasoberflächen aus je einer Oberflächensilanolgruppe. Da die Wasserstoffbrückenbindung des  $\text{H}_2\text{O}$ -Moleküls bereits in Schritt 2 stark geschwächt wurde, folgt Schritt 3 unmittelbar nach Schritt 2.

Im Wesentlichen ist die Reaktionsfähigkeit an der Risspitze durch zwei Faktoren bestimmt: Das eindringende Medium muss die Kapazität besitzen, Elektronen und Protonen abzugeben. Zudem muss das Glasnetzwerk an den Brückenbindungen eine geeignete Polarität aufweisen, um die Reaktion zu ermöglichen. Eindringende Moleküle ohne Ionisierung und Wasserstoff verhalten sich inert (LAWN, 1993).

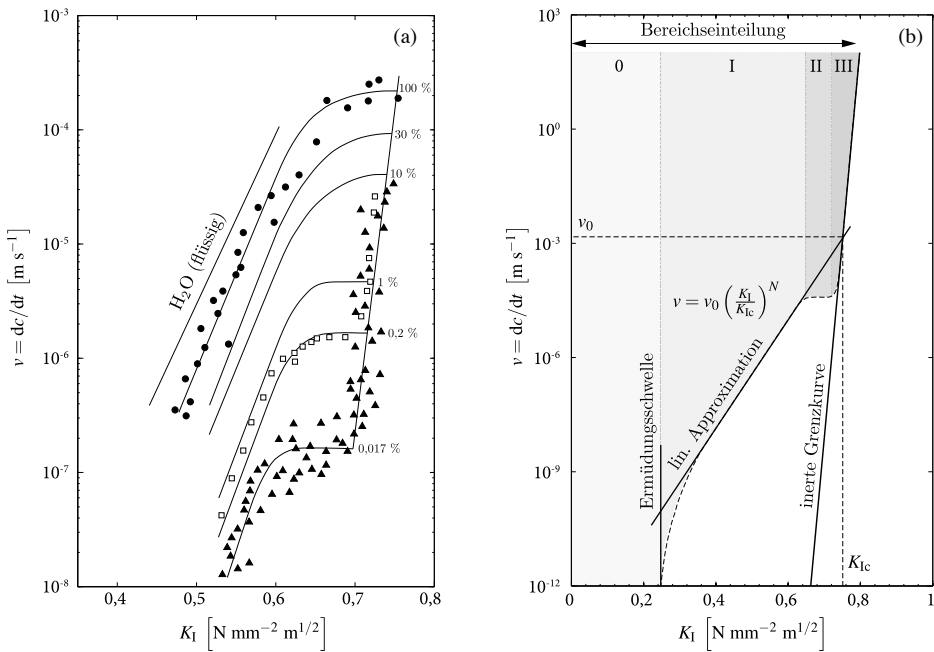
Aufgrund der ringartigen Struktur des Glasnetzwerks rückt ein Riss durch das korrosive Aufbrechen einer  $\text{SiO}$ -Bindung in einer Schrittweite von 0,4 nm bis 0,5 nm voran. Dabei hängt der genaue Wert davon ab, wie viele Tetraeder einen Ring bilden. MICHALSKE et al. (1985) untersuchten den Einfluss der Größe der auf das Glasnetzwerk wirkenden Moleküle. Sie entdeckten, dass Wasser, dessen Molekülgröße nur 0,26 nm im Durchmesser beträgt, Risse wesentlich schneller wachsen lässt als beispielsweise Methanol (Moleküldurchmesser: 0,36 nm). Sie stellten zudem fest, dass das im Durchmesser 0,42 nm messende Anilinmolekül keine messbare Wirkung auf das Risswachstum zeigt. Dies erklärt sich durch die oben beschriebene Spaltöffnung von 0,4 nm bis 0,5 nm.

Um den Einfluss der Belastungsdauer auf die Glasfestigkeit zu berücksichtigen, muss das korrosive Rissverhalten, charakterisiert durch die Risswachstumsgeschwindigkeit  $v$  und die Spannungsintensität  $K$ , bekannt sein. Anhand zahlreicher Untersuchungen wurde der Einfluss in verschiedenen chemisch reaktionsfähigen (nicht inerten) Umgebungen bestimmt. Dabei erscheint für das Bauwesen der Einfluss von Wasser als maßgebend. In Abbildung 2.13a ist der Einfluss verschiedener relativer Luftfeuchtigkeiten und von flüssigem Wasser in Abhängigkeit der Spannungsintensität ( $v(K)$ -Diagramm) exemplarisch für Kalk-Natron-Silikatglas dargestellt. Je nach chemischer Reaktionsfähigkeit können diese Kurven in ihrer Lage variieren. Das Risswachstumsverhalten in keramischen Werkstoffen und Glas lässt sich in vier charakteristische Bereiche (Abbildung 2.13b) gliedern:

- **Bereich 0: Spannungsrisskorrosionsgrenze bzw. Rissfestsetzung**

Besonders in alkalireichen Gläsern zeigt sich unterhalb gewisser Spannungsintensitäten auch bei Vorhandensein von reaktionsfähigen Umgebungsmedien kein messbares Risswachstum, weshalb im Bereich 0 auch von einer *Spannungsrisskorrosionsgrenze* bzw. *Ermüdungsgrenze* gesprochen wird. Je nach Glaszusammensetzung können die Rissgeschwindigkeiten im Bereich 0 zwischen  $v^0 = 10^{-8} \text{ m s}^{-1}$  und  $v^0 = 10^{-12} \text{ m s}^{-1}$  liegen (GEHRKE et al., 1991). Die Spannungsintensität, unterhalb derer die Spannungsrisskorrosionsgrenze erreicht ist, wird mit  $K_{10}$  bezeichnet. Für die im Bauwesen relevanten Umgebungsbedingungen liegt die Spannungsrisskorrosionsgrenze im Bereich von  $K_{10} \approx 0,15 - 0,28 \text{ N mm}^{-2} \text{ m}^{1/2}$  (HILCKEN, 2015).





**Abbildung 2.13** Einfluss von Feuchtigkeit auf den Rissfortschritt nach WIEDERHORN, 1967 (a) und charakteristisches  $v(K)$ -Diagramm von Kalk-Natron-Silikatglas für eine relative Luftfeuchtigkeit von 100 % rF (b)

- **Bereich I: subkritisches Risswachstum**

Bereich I ist im Wesentlichen durch die molekularen Mechanismen der Spannungsrisskorrosion an der Risspitze (s. Abbildung 2.12) geprägt. Die Risswachstumsrate ist somit entscheidend von der anliegenden Spannungsintensität und der relativen Luftfeuchtigkeit abhängig. Die Risswachstumsgeschwindigkeit korreliert dabei stark mit der Reaktionsfähigkeit an der Risspitze, d. h. der Interaktion zwischen den Wassermolekülen und dem Glasnetzwerk. Obwohl die kritische Bruchzähigkeit  $K_{Ic}$  des Materials noch nicht erreicht ist, kommt es zu einem langsameren Rissfortschritt. Die Rissgeschwindigkeiten in Bereich I liegen für Kalk-Natron-Silikatglas üblicherweise unterhalb von  $v = 1 \text{ mm s}^{-1}$ . In logarithmischer Darstellung der Ordinate des  $v(K)$ -Diagramms (Abbildung 2.13b) zeigt sich zwischen Rissgeschwindigkeit und Spannungsintensität ein linearer Zusammenhang. In der Literatur werden unterschiedliche Ansätze zur Beschreibung dieses Zusammenhangs zur Verfügung gestellt. Während WIEDERHORN (1967) eine direkte Anpassung an die chemische Reaktionsfähigkeit (Kinetik) im Bereich I vorschlägt, verwenden EVANS et al. (1974) in Bereich I aufgrund der starken Steigung und dem kleinen

Bereich der Spannungsintensität (Abbildung 2.13b) ein empirisches Potenzgesetz zur Beschreibung der Rissgeschwindigkeit

$$v^I = \frac{dc}{dt} = A_K \cdot K_I^N. \quad (2.10)$$

Hierin sind  $A_K$  ( $[m \cdot s^{-1}] \cdot [N \cdot mm^{-2} \cdot m^{1/2}]^N$ ) die Rissausbreitungskonstante und  $N$  der dimensionslose Risswachstumsparameter. Entsprechend MAUGIS (1985) kann die Rissgeschwindigkeit auch durch Einsetzen von  $A_K = v_0 \cdot K_{Ic}^{-N}$  in Gleichung (2.10) bestimmt werden. Es gilt:

$$v^I = v_0 \left( \frac{K_I}{K_{Ic}} \right)^N, \quad (2.11)$$

mit  $v_0$ , welche in der Literatur als Initial- bzw. Anfangsrissgeschwindigkeit bezeichnet wird. In logarithmischer Darstellung kennzeichnet  $v_0$  den  $y$ -Wert bei  $K_{Ic}$  und der Exponent  $N$  die Steigung der Approximationsgeraden für den Bereich I (Abbildung 2.13b). Typische Risswachstumsparameter sind in Tabelle 2.2 genannt. Die starke Abhängigkeit der Rissgeschwindigkeit von der chemischen Reaktionsfähigkeit der Umgebung wird am Beispiel der relativen Luftfeuchtigkeit deutlich (Abbildung 2.13a): Die minimale Rissgeschwindigkeit im Bereich I liegt bei etwa  $v_{min}^I \approx 1 \cdot 10^{-10} \text{ m s}^{-1}$  (WIEDERHORN et al., 1970b). Während für sehr trockene Umgebungen maximale subkritische Rissgeschwindigkeiten von  $v_{rF=0,017\%}^I \approx 1 \cdot 10^{-7} \text{ m s}^{-1}$  (Risswachstum von 1 mm innerhalb von etwa 3 Stunden) erreicht werden, beträgt die subkritische Rissgeschwindigkeit bei maximaler Sättigung der umgebenden Luft  $v_{rF=100\%}^I \approx 1 \cdot 10^{-4} \text{ m s}^{-1}$  (Risswachstum von 1 mm innerhalb von etwa 10 Sekunden). Der Wertebereich des Risswachstumsparameters  $N$  wurde für Kalk-Natron-Silikatglas von vielen Autoren experimentell untersucht. In Abhängigkeit von der Temperatur und von der chemischen Reaktionsfähigkeit der Umgebung wurden Werte im Bereich von  $N = 12 - 100 [-]$  ermittelt.

- **Bereich II: kritisches Risswachstum**

Im Bereich II wird das Risswachstum zwar noch von der chemischen Reaktionsfähigkeit der Umgebung beeinflusst, ist aber von der Spannungsintensität unabhängig. Da die Rissgeschwindigkeit direkt proportional zur relativen Luftfeuchtigkeit ist, nimmt sie im  $v(K)$ -Diagramm einen konstanten Verlauf an (Abbildung 2.13b). Das Risswachstum geht in diesem Bereich von einem subkritischen Risswachstum in ein *kritisches Risswachstum* über. LAWN (1993) geht davon aus, dass das reaktionsfähige Medium durch verschiedene Mechanismen nur noch eingeschränkt an die Rissspitze vordringen kann. Es zeigt sich, dass Bereich II mit zunehmender relativer Luftfeuchtigkeit kleiner wird. Für flüssige Lösungen zeigt sich nur noch ein sehr kleines Plateau. Für die meisten keramischen Materialien, wie auch Glas, tritt

**Tabelle 2.2** Subkritische Risswachstumsparameter für maßgebliche Umgebungsbedingungen von Glas im Bauwesen

Literaturquelle	Umgebungs- medium	Risswachstumsparameter		
		$N$	$A_K$	$v_0$
[—]	[—]	[—]	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s} (\text{N mm}^{-2} \text{ m}^{1/2})^N} \right]$	$[\text{mm s}^{-1}]$
WIEDERHORN (1967) <sup>b</sup>	H <sub>2</sub> O	17,4	0,6	3,8
	100,0 % rF	20,8	1,4	3,6
	30,0 % rF	22,6	1,1	1,7
	10,0 % rF	21,4	0,29	0,6
	0,017 % rF	27,2	0,22	9 · 10 <sup>-2</sup>
	Vakuum	93,3	6 · 10 <sup>7</sup>	0,13
FREIMAN (1974) <sup>b</sup>	H <sub>2</sub> O	15,6	0,8	9,2
KERKHOF et al. (1981) und BLANK (1993)	H <sub>2</sub> O	16	5,0	50,1 <sup>a</sup>
	50,0 % rF	18,1	0,45	2,5 <sup>a</sup>
	Vakuum	70,0	250	4,5 · 10 <sup>-4a</sup>
SIMMONS et al. (1981) <sup>b</sup>	H <sub>2</sub> O	19,2	4,0	16,0
WIEDERHORN et al. (1982) <sup>b</sup>	H <sub>2</sub> O	17,4	1,5	10,0
	Vakuum	98,0	1 · 10 <sup>7</sup>	1 · 10 <sup>-2</sup>
LAWN et al. (1985a) <sup>b</sup>	H <sub>2</sub> O	14,7	—	—
GEHRKE et al. (1987) <sup>b</sup>	H <sub>2</sub> O	15,5	0,28	3,3
	50,0 % rF	16,8	0,12	0,95
GEHRKE et al. (1988) <sup>b</sup>	H <sub>2</sub> O	13,0	4,7 · 10 <sup>-2</sup>	1,1
	50 % rF	14,3	1,0 · 10 <sup>-2</sup>	0,16
GEHRKE et al. (1990) <sup>b</sup>	H <sub>2</sub> O	18,4	0,42	2,14
ULLNER (1993) <sup>b</sup>	H <sub>2</sub> O	18,4	3,4	17,1
	50,0 % rF	19,7	0,82	2,8
SCHNEIDER (2001)	50,0 % rF	17 – 21	—	—
HALDIMANN (2006)	H <sub>2</sub> O	16,0	0,6 <sup>a</sup>	6,0
	0,0 – 100,0 % rF	16,0	0,6 <sup>a</sup>	6,0

<sup>a</sup> Berechnet über den Zusammenhang  $A_K = v_0 \cdot K_{Ic}^{-N}$ , unter Annahme einer Bruchzähigkeit von  $K_{Ic} = 0,75 \text{ N mm}^{-2} \text{ m}^{1/2}$ .

<sup>b</sup> Aus linearer Regression entsprechend Abbildung 2.13a abgeleitet.

Bereich II erst bei sehr hohen Geschwindigkeiten auf, sodass die Rissausbreitung maßgeblich durch Bereich I bestimmt wird (EVANS et al., 1974).

- **Bereich III: instabiles Risswachstum**

Ab einer Rissgeschwindigkeit von  $v_0 \approx 1 \text{ mm s}^{-1}$  laufen alle bei verschiedenen Luftfeuchtigkeiten und Temperaturen gemessenen Kurven in der Grenzkurve für inerte Bedingungen zusammen. Die Rissgeschwindigkeiten liegen im Bereich von  $v^{\text{III}} = 1 \text{ mm s}^{-1}$  bis  $v^{\text{III}} = 1 \cdot 10^3 \text{ mm s}^{-1}$ . Daher wird das Risswachstum im Bereich III auch als *instabil* bezeichnet. Mit steigender Rissgeschwindigkeit ist es dem umgebenden reaktionsfähigen Medium nicht mehr möglich, der Risspitze zu folgen, folglich ist die Rissgeschwindigkeit im Bereich von  $K_{\text{Ic}}$  von den Umgebungsbedingungen unabhängig. Für größere Spannungsintensitäten müsste die Rissgeschwindigkeit theoretisch bis auf die Rayleigh'sche Wellengeschwindigkeit ansteigen. Die charakteristische Maximalgeschwindigkeit für Kalk-Natron-Silikatglas liegt mit  $v_{\text{max}}^{\text{III}} \approx 1.500 \text{ m s}^{-1}$  jedoch nur bei 40 % – 50 % des theoretischen Werts (SCHNEIDER, 2001; NIELSEN et al., 2009). Statt einer weiteren Steigerung der Rissgeschwindigkeit wird eine Energiedissipation in Glas anhand einer Aufrauung der Rissoberflächen, Mikrorissverzweigung und schließlich einer Rissverzweigung erreicht (s. Abschnitt 9.3).

## 2.5.2 Ermüdung von Glas

### 2.5.2.1 Grundlagen

Für Lebensdauerprognosen von Glas im Bauwesen müssen subkritische Risswachstumseffekte berücksichtigt werden. Da im Bereich I des  $v(K)$ -Diagramms der maßgebliche Teil des subkritischen Risswachstums stattfindet, hat dieser für Lebensdauerprognosen eine große Bedeutung. Gleichermäßen relevant ist die Ermüdungsfestigkeit, welche durch die Ermüdungsschwelle (Übergang von Bereich 0 zu Bereich I, Abbildung 2.13) gekennzeichnet ist. Aufgrund der hohen Risswachstumsgeschwindigkeiten in den Bereichen II und III sind diese im Bauwesen nur bei hochdynamischen Beanspruchungen (z. B. weicher Stoß oder Explosionseinwirkungen) maßgebend. EVANS et al. (1974), KERKHOF et al. (1981) und später auch MUNZ et al. (1999) haben aus dem empirischen Potenzgesetz in Gleichung (2.10) ein Rechenmodell hergeleitet, welches die Berechnung der Lebensdauer von Bauteilen aus Glas erlaubt. Hiernach folgt durch Substitution von Gleichung (2.6) in Gleichung (2.11):

$$\frac{dc}{dt} = v = v_0 \left( \frac{\sigma \cdot Y \sqrt{\pi \cdot c}}{K_{\text{Ic}}} \right)^N. \quad (2.12)$$

Zur Lösung dieser gewöhnlichen Differenzialgleichung vereinfachen KERKHOF et al. (1981) und MUNZ et al. (1999) das Risswachstumsverhalten und nehmen an, dass Gleichung (2.6) für den gesamten Bereich  $K_{\text{I0}} \leq K_{\text{I}} \leq K_{\text{Ic}}$  gilt und  $N$  konstant über die Bereiche I bis II ist. Das charakteristische Plateau in Bereich II wird somit vernachlässigt (s. Ap-

proximationsgerade in Abbildung 2.13b). Unter der Annahme, dass die kritische Risstiefe bedingt durch das subkritische Risswachstum viel größer als die Anfangsrisstiefe ( $c_f \gg c_i$ ) ist, folgt

$$\int_0^{t_f} \sigma^N dt = \frac{2 K_{Ic}^N}{(N-2) c_i^{(N-2)/2} \cdot v_0 (Y\sqrt{\pi})^N} \cdot \quad (2.13)$$

Hierin sind

$t_f$	Lebensdauer	[s],
$\sigma$	Spannung	[N mm <sup>-2</sup> ],
$K_{Ic}$	Bruchzähigkeit	[N mm <sup>-2</sup> m <sup>1/2</sup> ],
$N$	Risswachstumsparameter	[-],
$c_i$	Anfangsrisstiefe	[m],
$v_0$	Initialrissgeschwindigkeit	[m/s],
$Y$	Geometriefaktor	[-].

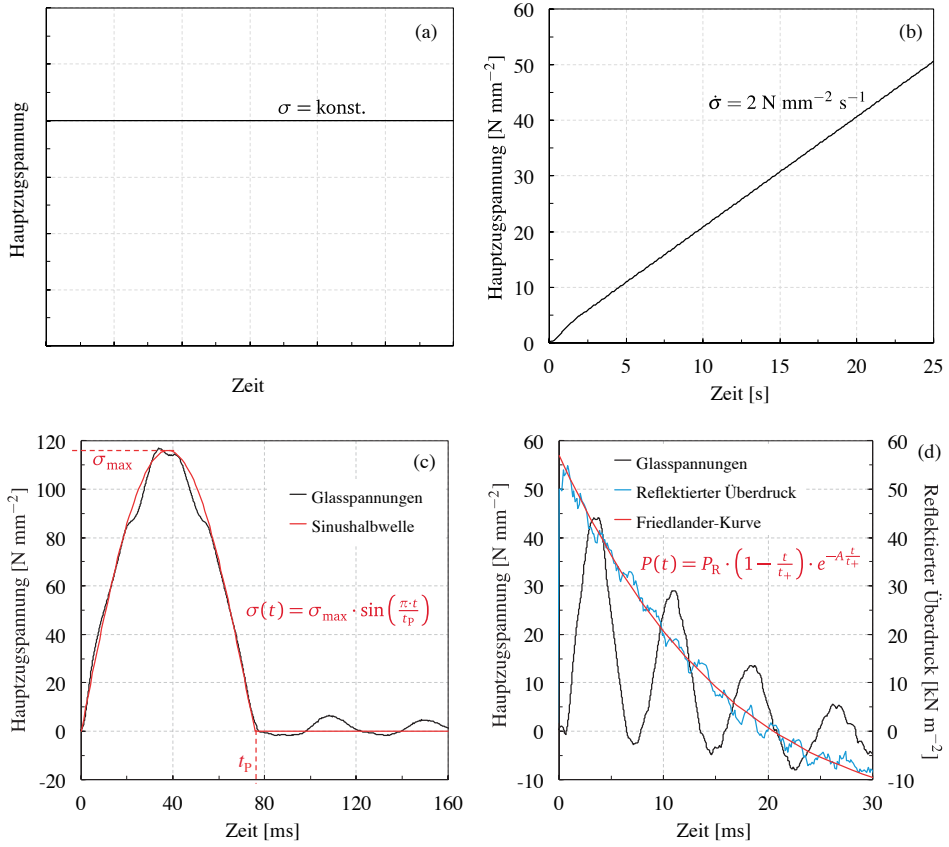
Anhand dieser Gleichung kann die Lebensdauer eines Bauteils unter Vernachlässigung der Ermüdungsschwelle  $K_{I0}$  ermittelt werden.

Allgemein kann mit Gleichung (2.13) bei Kenntnis der Bruchspannung und Belastungsdauer oder bei Kenntnis der Bruchspannung und Belastungsgeschwindigkeit die Lebensdauer eines Bauteils für beliebige Spannungs-Zeit-Verläufe bestimmt werden (Abbildung 2.14). Die Umrechnung einer solchen Belastungsgeschichte  $\sigma(t)$  in eine konstante Beanspruchung kann durch die Einführung einer effektiven Zeit  $t_{eff}$  erfolgen. Diese definiert den Zeitraum, den ein maximaler Spannungswert  $\sigma_{max}$  wirken muss, um die identische Schädigung bzw. Bruchwahrscheinlichkeit zu erreichen, wie sie die eigentliche Spannungsgeschichte  $\sigma(t)$  im Zeitraum 0 bis  $t$  aufweist. Es gilt

$$\int_0^t \sigma^N dt = \sigma_{max}^N \cdot t_{eff}. \quad (2.14)$$

Für die Bemessung von Glas ist die Kenntnis des Risswachstumsparameters  $N$  von entscheidender Bedeutung. Die experimentelle Ermittlung und Anwendung desselben für die Bemessung von Glas kann jedoch fehlerbehaftet sein, wenn

- unterhalb des Bereichs I eine ausgeprägte Rissfestsetzung existiert und diese nicht berücksichtigt wird,
- bei besonders schneller Belastung der Bereich II im Experiment mit erfasst wird,
- Rissheilungseffekte in spannungsfreien Zeiträumen eine Festigkeitssteigerung ermöglichen (s. Abschnitt 2.5.3).



**Abbildung 2.14** Beispiele für typische Spannungs-Zeit-Verläufe: konstante Belastung (a), Normprüfung im Doppelring-Biegeversuch (b), Pendelschlag (c) und Detonationsdruckwelle (d)

### 2.5.2.2 Statische Ermüdung infolge Dauerbelastung

Für eine *konstante Belastung* (z. B. Eigengewicht, s. Abbildungen 2.14a und 2.18a) mit  $\sigma(t) = \sigma_{f,s}$  ergibt sich die Lebensdauer  $t_{f,s}$  entsprechend Gleichung (2.13) zu

$$t_{f,s} = \frac{2 K_{lc}^N}{(N-2) c_i^{(N-2)/2} \cdot v_0 (Y\sqrt{\pi})^N \cdot \sigma_{f,s}^N}, \quad (2.15)$$

bzw. die statische Zeitstandfestigkeit  $\sigma_{f,s}$  zu

$$\sigma_{f,s} = \left[ \frac{2 K_{lc}^N}{(N-2) c_i^{(N-2)/2} \cdot v_0 (Y\sqrt{\pi})^N \cdot t_{f,s}} \right]^{1/N}. \quad (2.16)$$

Für zwei Bauteile unter konstanter Dauerspannung  $\sigma_{f,s,1}$  und  $\sigma_{f,s,2}$  mit gleicher Oberflächenschädigung kann das Verhältnis der Standzeiten bis zum Bruch wie folgt abgeschätzt werden

$$\frac{t_{f,s,1}}{t_{f,s,2}} = \left( \frac{\sigma_{f,s,2}}{\sigma_{f,s,1}} \right)^N. \quad (2.17)$$

Handelt es sich um unterschiedliche Oberflächenschädigungen (Anfangsrisstiefe  $c_i$ ), lautet das Verhältnis der Standzeit

$$\frac{t_{f,s,1}}{t_{f,s,2}} = \left( \frac{\sigma_{f,s,2}}{\sigma_{f,s,1}} \right)^N \cdot \left( \frac{c_{i,2}}{c_{i,1}} \right)^{\frac{(N-2)}{2}}. \quad (2.18)$$

Aus Gleichung (2.17) wird ersichtlich, dass bei Ansatz eines Risswachstumsparameters von  $N = 16$  eine Erhöhung der Spannung um lediglich 10 % eine Verringerung der Lebenserwartung auf 20 % des ursprünglichen Werts zur Folge hat. In Abbildung 2.15 sind Ergebnisse von Dauerstandsversuchen nach FINK (2000) dargestellt, die mit biegebelasteten Floatglasscheiben im Vierpunkt-Biegeversuch (s. Abschnitt 2.6.2.2) durchgeführt wurden. Die Grafik zeigt die Abhängigkeit der Standzeiten bei unterschiedlichen Dauerspannungen in einer logarithmischen Darstellung. Die Belastungsdauer hat folglich bereits einen entscheidenden Einfluss auf die Festigkeit in Zeiträumen, die in den Lastannahmen des Bauwesens im Allgemeinen als *kurz* oder *mittel* bezeichnet werden (z. B. Windlasten, kurzzeitige Verkehrslasten, s. Abschnitt 8.4.1).

### 2.5.2.3 Quasi-statische und dynamische Ermüdung

Für eine *konstante Spannungsrate*  $\dot{\sigma}$ , wie sie bei der Festigkeitsprüfung von Glas für gewöhnlich verwendet wird, nimmt die einwirkende Zugspannung gleichmäßig zu (s. Abbildungen 2.14b und 2.18b). Es gilt

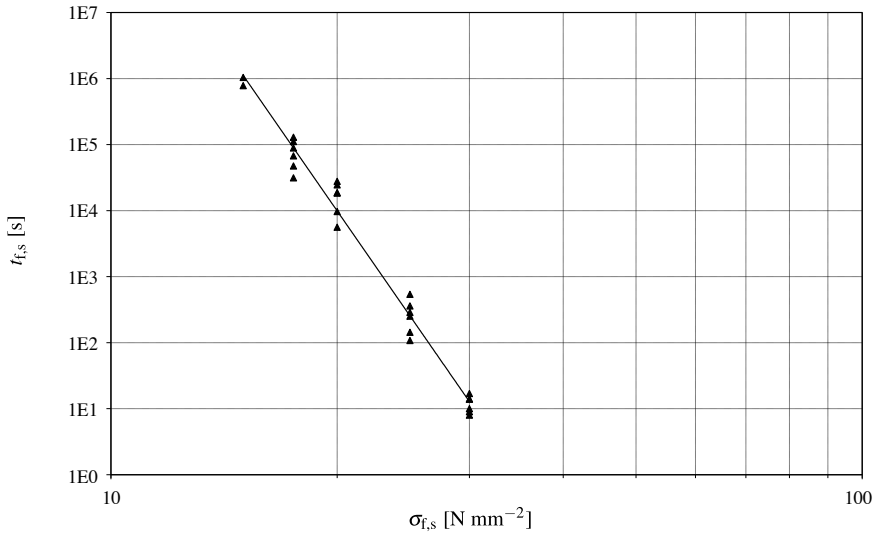
$$\dot{\sigma} = \frac{d\sigma}{dt} = \text{konstant}, \quad (2.19)$$

bzw.

$$\sigma = \dot{\sigma} \cdot t. \quad (2.20)$$

Die Lebensdauer  $t_{f,d}$  ergibt sich durch Einsetzen von Gleichung (2.19) in Gleichung (2.13) zu

$$t_{f,d} = \left[ \frac{2 K_{Ic}^N (N+1)}{(N-2) c_i^{(N-2)/2} \cdot v_0 (Y \sqrt{\pi})^N \dot{\sigma}^N} \right]^{1/(N+1)}. \quad (2.21)$$



**Abbildung 2.15** Lebensdauer  $t_{f,s}$  von biegebeanspruchtem Floatglas mit definierter Oberflächenbeschädigung unter konstanten Umgebungsbedingungen, Achsen in logarithmischer Skalierung (nach FINK, 2000)

Die dynamische Zeitstandfestigkeit  $\sigma_{f,d}$  ergibt sich durch Kombination von Gleichung (2.13) und Gleichung (2.20) zu

$$\sigma_{f,d} = \left[ \frac{2 (N+1) K_{lc}^N \dot{\sigma}}{(N-2) c_i^{(N-2)/2} \cdot v_0 (Y \sqrt{\pi})^N} \right]^{1/(N+1)} \quad (2.22)$$

Durch Umformen von Gleichung (2.22) folgt die Anfangsrisstiefe  $c_i$  zu

$$c_i = \left[ \frac{2 (N+1) K_{lc}^N \dot{\sigma}}{(N-2) v_0 (Y \sqrt{\pi})^N \sigma_{f,d}^{(N+1)}} \right]^{2/(N-2)} \quad (2.23)$$

Für eine konstante Spannungsrate ergibt sich bei gleicher Oberflächenbeschädigung

$$\frac{\sigma_{f,d,1}}{\sigma_{f,d,2}} = \left( \frac{\dot{\sigma}_1}{\dot{\sigma}_2} \right)^{1/(N+1)} \quad (2.24)$$

Eine Verdopplung der Spannungsrate führt mit Gleichung (2.24) bei einem Risswachstumsparameter von  $N = 16$  allerdings nur zu einer Steigerung der Festigkeit von ca. 4 %. Zur Ermittlung des Risswachstumsparameters  $N$  muss daher die Spannungsrate wesentlich stärker gesteigert werden.



### 2.5.2.4 Ermüdung infolge zyklischer Belastung

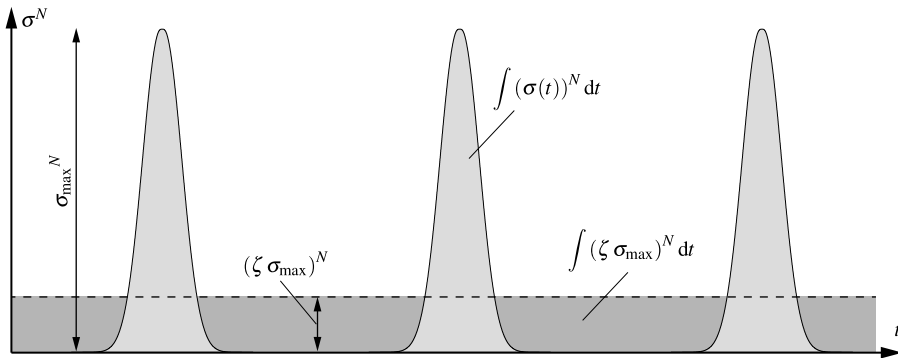
Die Ermüdung von Kalk-Natron-Silikatglas unter zyklischer und periodisch widerkehrender Beanspruchung ergibt sich aus einer Akkumulation des Rissfortschritts der einzelnen Schwingenspiele. Die Lebensdauer unter zyklischer Beanspruchung kann wie die Ermüdung unter statischer Beanspruchung durch Integration über den Spannungs-Zeit-Verlauf prognostiziert werden (HILCKEN, 2015):

$$t_{f,z} = \frac{2 K_{Ic}^N}{(N-2) c_i^{(N-2)/2} \cdot v_0 (Y \sqrt{\pi})^N (\zeta \sigma_{\max})^N} \cdot \quad (2.25)$$

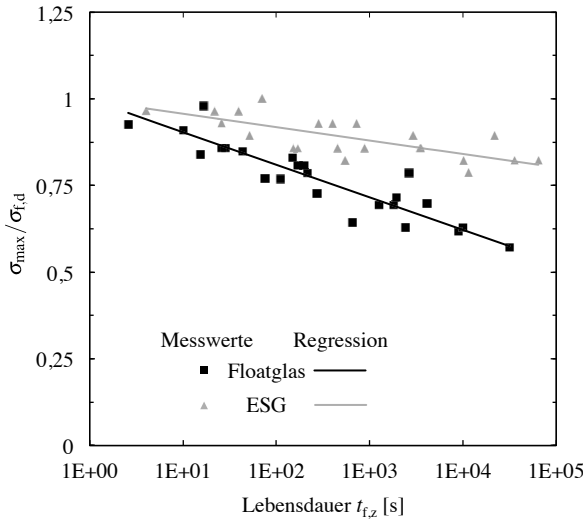
Hierbei ist  $\sigma_{\max}$  die Oberspannung der zyklischen Beanspruchung und  $\zeta$  ein Beanspruchungskoeffizient, der das Verhältnis zwischen dem Integral über die Spannungsfunktion der zyklischen Beanspruchung und der statischen Beanspruchung beschreibt (Abbildung 2.16). Für eine sinusförmige, reine Zugschwellbeanspruchung und  $N = 16$  beträgt  $\zeta = 0,9$ .

$$\int \sigma(t)^N dt = \int (\zeta \sigma_{\max})^N dt \quad (2.26)$$

Nach experimentellen Untersuchungen in HILCKEN (2015) steht die zyklische Ermüdung im direkten Verhältnis zur quasi-statischen Biegezugfestigkeit  $\sigma_{f,d}$  (Abbildung 2.17). Bei der Berechnung der Lebensdauer unter zyklischer Beanspruchung mit Gleichung (2.25) ist jedoch ein etwas geringerer Risswachstumsparameter anzusetzen als unter statischer bzw. dynamischer Beanspruchung. Weitere der wenigen experimentellen Untersuchungen zum Verhalten von Kalk-Natron-Silikatglas bei zyklischer Beanspruchung wurden von GURNEY et al. (1948) und LÜ (1997) vorgenommen.



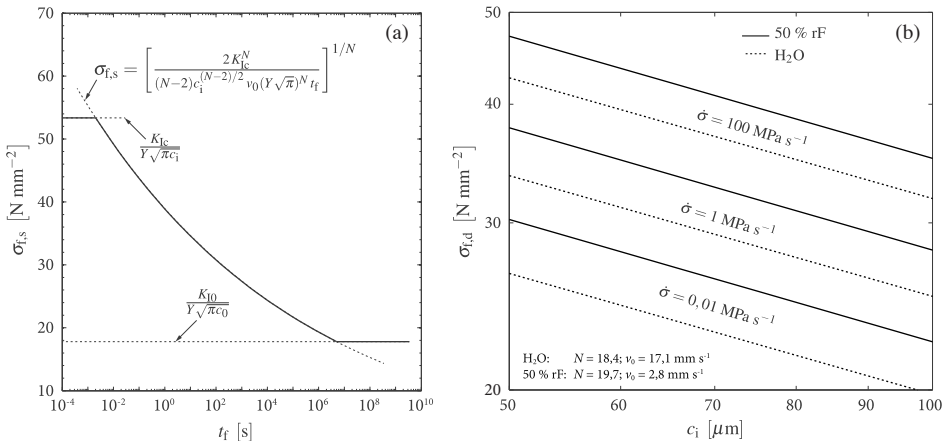
**Abbildung 2.16** Integration der effektiven Spannungsfunktion zur Ermittlung des Beanspruchungskoeffizienten  $\zeta$  (HILCKEN, 2015)



**Abbildung 2.17** Experimentelle Untersuchungen zur zyklischen Ermüdung von Glas: Verhältnis von Oberspannung  $\sigma_{\max}$  und mittlerer Bruchspannung  $\sigma_{f,d}$  aufgetragen gegen die im Schwingversuch erreichte Lebensdauer  $t_{f,z}$  (HILCKEN, 2015)

### 2.5.2.5 Berücksichtigung der Ermüdungsgrenze und inerten Festigkeit

Physikalisch begründet ist die Zeitstandfestigkeit in ihrem Wertebereich nach oben und unten begrenzt: Für eine sehr kleine Lebensdauer  $t_f$  (hohe Rissgeschwindigkeiten) muss die



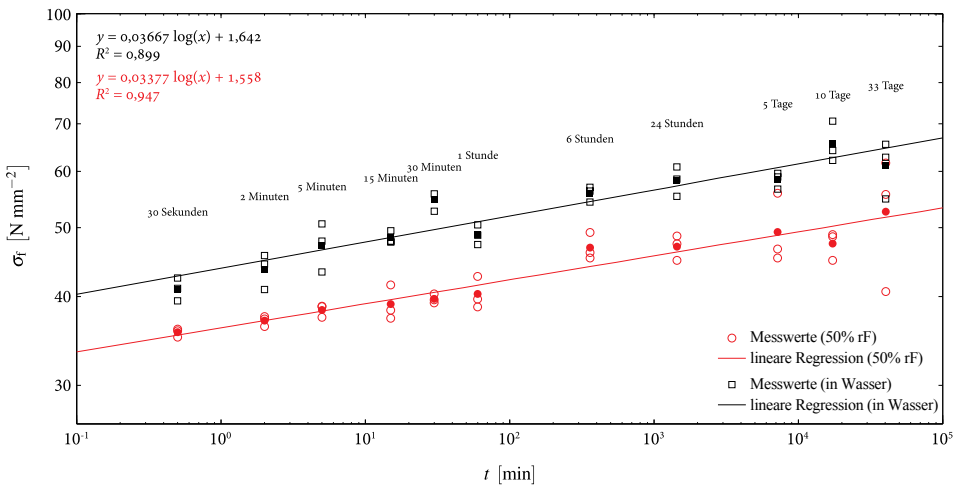
**Abbildung 2.18** Zusammenhang zwischen statischer Zeitstandfestigkeit  $\sigma_{f,s}$  und Lebensdauer  $t_{f,s}$  nach Gleichung (2.16) (a, nach OVEREND et al., 2012); Zusammenhang zwischen Bruchspannung  $\sigma_{f,d}$  und Initialrisstiefe  $c_i$  nach Gleichung (2.23) für konstante Spannungsraten  $\dot{\sigma}$  (b, nach SCHULA, 2015)

Zeitstandfestigkeit gegen den kritischen Grenzwert  $\sigma_{f, \text{inert}}$  (Gleichung 2.8) konvergieren. Gleichzeitig muss sie für sehr langsame Rissgeschwindigkeiten und kleine Spannungintensitäten ( $K_I \leq K_{I0}$ ) mit der Ermüdungsgrenze  $\sigma_{f, I0} = K_{I0} / \left( Y (\pi \cdot c)^{1/2} \right)$  übereinstimmen. Der Zusammenhang zwischen der statischen Zeitstandfestigkeit  $\sigma_{f, s}$  und der Lebensdauer  $t_{f, s}$  ist entsprechend Gleichung (2.16) exemplarisch in Abbildung 2.18 für einen typischen Oberflächenriss in Glas (50 % rF) dargestellt. Es ist ersichtlich, dass die Zeitstandfestigkeit nach Gleichung (2.16) für eine sehr kleine Lebensdauer singulär ( $\sigma_{f, I0} \rightarrow \infty$ ) und im Bereich unterhalb der Ermüdungsgrenze gegen null konvergieren würde. Die physikalischen Grenzwerte sind in Abbildung 2.18 eingezeichnet.

### 2.5.3 Rissheilungseffekte

Neben der Spannungsrissskorrosion (Abschnitt 2.5) kann die Reaktion von  $\text{H}_2\text{O}$  mit dem Glasnetzwerk bei spannungsfreier Lagerung ( $K \leq K_{I0}$ ) auch zu einer *Rissheilung* führen. LEVENGOOD (1958) berichtete erstmals von experimentellen Ergebnissen, bei denen mit ansteigender Lagerungsdauer auch eine Festigkeitserhöhung beobachtet werden konnte. Weitere Experimente mit gleicher Erkenntnis wurden von WIEDERHORN et al. (1970a) durchgeführt. ULLNER (1993) bezifferte die Steigerung der Inertfestigkeit vorgeschädigter Gläser durch Wasserlagerung mit dem Faktor 1,3 bis 1,54. Dabei nähert sich die Festigkeit im Verlauf von mehreren Tagen einem Grenzwert an. In Abbildung 2.19 sind Ergebnisse von Festigkeitsuntersuchungen (identisch) planmäßig vorgeschädigter Gläser dargestellt. Mit zunehmender Lagerungsdauer (Wasserlagerung und bei 50 % rF) sind ähnlich ULLNER (1993) Festigkeitssteigerungen nach 24 Stunden von etwa 32 % (50 % rF) bzw. 42 % (Wasserlagerung) zu beobachten. Nach einer Lagerungsdauer von 33 Tagen wurde eine gesamte Festigkeitssteigerung von jeweils etwa 50 % beobachtet. Jedoch sind die physikalischen Hintergründe von Rissheilungseffekten noch nicht ausreichend erforscht. Daher können diese in einer Bemessung für Bauteile aus Glas nicht berücksichtigt werden.

MICHALSKE (1977) untersuchte systematisch das Risswachstumsverhalten im Bereich der Spannungsrissskorrosionsgrenze bzw. Rissfestsetzung (Bereich 0 in Abbildung 2.13b). In Risswachstumsversuchen, identisch zu denen von WIEDERHORN (1967), wurde zunächst für Risse in Kalk-Natron-Silikatglas eine Spannungsintensität von  $K_I = 0,45 \text{ N mm}^{-2} \text{ m}^{1/2}$  gewählt (Bereich I in Abbildung 2.13b), sodass subkritisches Risswachstum einsetzt. Anschließend wurde die Spannungsintensität auf  $K_I = 0,225 \text{ N mm}^{-2} \text{ m}^{1/2}$  dicht unterhalb der Spannungsrissskorrosionsgrenze verringert. Nach einer Lagerungsdauer von 16 Stunden und keinem weiteren Risswachstum wurde die anliegende Spannungsintensität auf den ursprünglichen Wert erhöht. Dabei wurde festgestellt, dass sich ein erneutes subkritisches Risswachstum zeitlich verzögert fortsetzt. Je höher die Spannungsintensität für die Wiederbelastung gewählt wurde, desto kürzer ist die Zeitverzögerung, mit der erneut subkritisches Risswachstum einsetzt. Die gemessene Zeitverzögerung lag dabei im Bereich von einigen

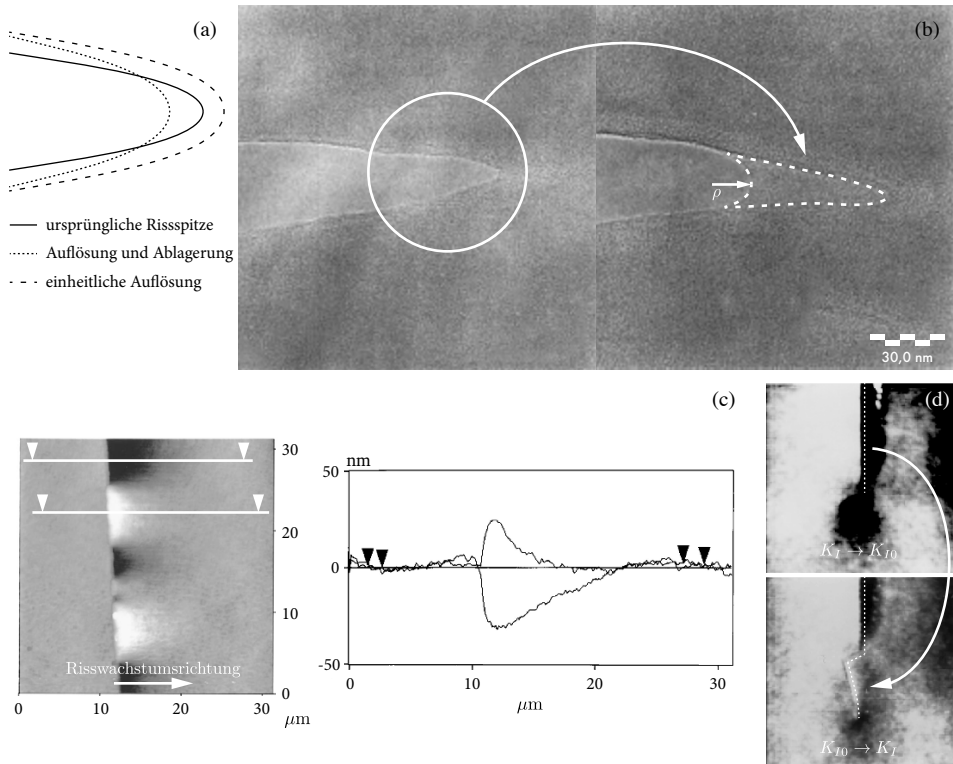


**Abbildung 2.19** Steigerung der Biegefestigkeit in Abhängigkeit der Lagerungsdauer (SCHULA, 2015)

Minuten bis hin zu einer Stunde; für eine sofortige Wiederbelastung konnte Michalske keine Zeitverzögerung registrieren.

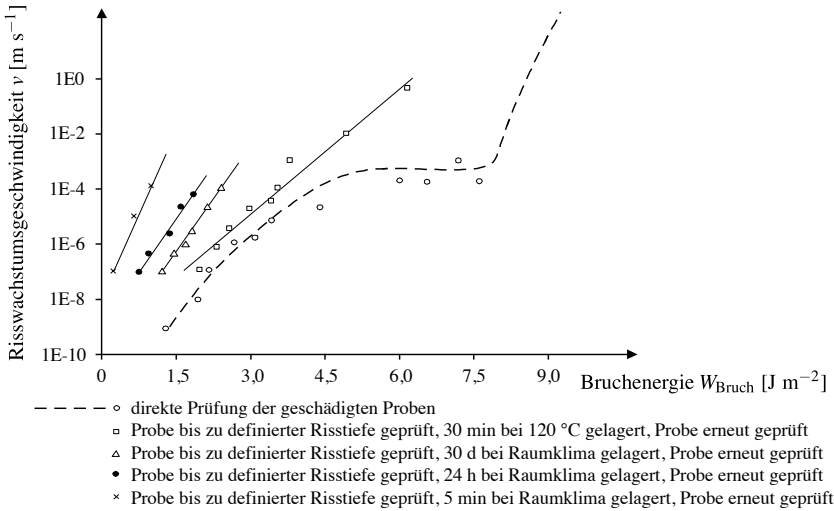
In der Literatur finden sich zwei wesentliche Interpretationen zur Beschreibung des Rissheilungseffekts: zum einen die phänomenologische Vorstellung einer *Rissspitzenausrundung* und zum anderen die chemische Deutung auf Grundlage eines *Auslaugungsprozesses* im Bereich der Rissspitze und entlang der Rissflanken. Basierend auf der Modellvorstellung der Rissspitzenausrundung nach CHARLES et al. (1962) gehen ITO et al. (1982) von einer Auflösung und Ablagerung des Glasnetzwerks im Bereich der Rissspitze aus (Abbildung 2.20a). Bislang als einzigartig erweisen sich die Untersuchungen von BANDO et al. (1984). Sie haben an spannungsfrei, in Wasser gelagerten Probekörpern anhand hochauflösender Transmissionselektronenmikroskopie<sup>3</sup> (TEM) Rissspitzenausrundungen sichtbar gemacht (Abbildung 2.20b), welche mit der Modellvorstellung von ITO et al. (1982) erklärbar sind. Auch MICHALSKE (1977) begründet die Zeitverzögerung zur Fortsetzung des subkritischen Risswachstums mit der Tatsache, dass eine Rissspitzenausrundung stattgefunden hat, die zunächst durch eine »Verschärfung der Rissspitze« kompensiert werden muss. LAWN et al. (1984) bezweifeln die Ergebnisse von BANDO et al. (1984). Sie berechneten für die gezeigte initiale Spitzenausrundung von 1,5 nm eine korrespondierende Bruchzähigkeit von  $K_{Ic} = 2,7 \pm 0,2 \text{ N mm}^{-2} \text{ m}^{1/2}$ , welche etwa drei- bis viermal größer als die material-spezifische Bruchzähigkeit ist. Stattdessen vermuten sie, dass es bei den Versuchen von BANDO et al. (1984) zu systematischen Fehlern in der Versuchsdurchführung gekommen ist

<sup>3</sup>Bei der Transmissionselektronenmikroskopie handelt es sich um eine spezielle Betriebsart der Rasterelektronenmikroskopie. Die Probe wird hierbei durch die Elektronen durchstrahlt und muss daher ausreichend dünn präpariert sein.



**Abbildung 2.20** Beobachtete Rissheilungseffekte an Kalk-Natron-Silikatglas: Phänomenologische Vorstellung einer Risspitzenausrundung (a, nach ITO et al., 1982); in BANDO et al. (1984) mittels Transmissionselektronenmikroskopie dargestellte Risspitzenausrundung vor (links) und nach einer spannungsfreien Lagerung in Wasser (rechts) (b); Topografie (links) einer Rissfront, welche nach einer Lagerung unterhalb der Spannungsrissskorrosionsgrenze durch Erhöhung der Spannungsintensität vorangeschritten ist, und Höhenprofil (rechts) der in der Topografie dargestellten Profile (c, WIEDERHORN et al., 2002). Mit einem AFM vermessene Risspitze (HÉNAUX et al., 1997): Durch Reduzierung der Spannungsintensität unter die Spannungsrissskorrosionsgrenze wurde das Risswachstum für etwa eine Stunde unterbrochen (oben) und anschließend mit Rückbelastung auf die ursprüngliche Spannungsintensität erneut fortgesetzt (d). In (c) und (d) sind trotz einer reinen Modus-I-Beanspruchung Abweichungen der Risspitze vom tangentialen Verlauf zu beobachten.

und sehen daher keinen konstituierten Beweis für die Theorie der Risspitzenausrundung. Anhand einer bruchmechanischen Betrachtung stellen LAWN et al. (1985b) fest, dass die Risspitzen bei Spannungsintensitäten unterhalb der Spannungsrissskorrosionsgrenze keine Spitzenausrundung erfahren. Vielmehr entsteht eine Festigkeitssteigerung durch den Abbau von Eigenspannungen im Bereich der Risspitzen, wie sie beispielsweise durch Eindringversuche (Indentation) entstehen. Hierbei kommt es zu einem Risswachstum auch unterhalb der Spannungsrissskorrosionsgrenze. Probekörper, deren Eigenspannungen infolge des Eindringversuchs durch einen thermischen Entspannungsprozess, auch als *Tempern* bezeichnet



**Abbildung 2.21** Rissgeschwindigkeiten unterschiedlich ausgeheilter Proben aus Kalk-Natron-Silikatglas in Abhängigkeit von der Bruchenergie bei Raumklima (nach STAVRINIDIS et al., 1983)

(engl. *annealing*), entfernt wurden, zeigen nach thermischer Behandlung kein Risswachstum unterhalb  $K_{I0}$  und auch keine messbare Festigkeitssteigerung bzw. Rissheilungseffekte.

Untersuchungen mit der Doppel-Torsions-(DT-)methode und der Double-Cantilever-(DC-)methode in STAVRINIDIS et al. (1983) und WIEDERHORN et al. (1970a) zeigen, dass neben der Festigkeitssteigerung und Lagerung in Raumklima (50 % rF bis 70 % rF) auch durch Erwärmung der Proben auf ca. 120 °C nahezu wieder das Verhalten von Proben mit dem ursprünglichen Schädigungsgrad erreicht werden kann. Bei diesen Experimenten wurden Proben mit einem definierten Riss versehen, zunächst die (ursprüngliche) Risswachstumsgeschwindigkeit des Risses unter Last gemessen, die Probe mit Riss unterschiedlich lang gelagert (»geheilt«) und erneut belastet. Bei erneuter Belastung zeigte sich eine geringere Bruchenergie  $W_{Bruch}$  (Abbildung 2.21), die mit zunehmender Lagerungsdauer oder bei Temperaturbehandlung nahezu wieder das Niveau der Proben mit ursprünglichem Schädigungsgrad erreichte. Auch bei mehrmaligem Be- und Entlasten konnte bei diesen Versuchen kein Unterschied im Risswachstumsverhalten festgestellt werden. Es wird vermutet, dass durch die Temperaturbehandlung Wasser, das mit der Bruchoberfläche reagiert hat, wieder entfernt wird und dadurch eine effektivere Rissheilung möglich ist (BRUNGS, 1995). In theoretischen Modellen, wie z. B. GRIFFITH (1921), ist bei idealen Bedingungen eine vollständige Rissheilung möglich.

GEHRKE et al. (1991) begründen den Effekt der Rissheilung durch die Entstehung einer ausgelaugten Alkalisicht nach Gleichung (1.8) entlang der Rissflanken und an der Risspitze. Diese ausgelaugten Bereiche weisen eine höhere Bruchzähigkeit als das

Glasnetzwerk auf. Nach ihren experimentellen Erkenntnissen ist die Zeitverzögerung zur Fortsetzung des subkritischen Risswachstums neben der Spannungsintensität und der Alterungsdauer auch durch das Auslaugungsverhalten des Glases begründet. Somit sind die Mengenanteile der alkalischen Bestandteile ein wichtiger Einflussparameter auf die Rissheilung. HÉNAUX et al. (1997), WIEDERHORN et al. (2002; 2003) und GUIN et al. (2005) untersuchten das subkritische Risswachstum nach Lagerung unterhalb der Spannungsrissskorrosionsgrenze mithilfe von hochauflösenden AFM-Aufnahmen. Obwohl in ihren Experimenten eine reine Modus-I-Beanspruchung vorlag, konnten sie anschaulich zeigen, dass die Rissausbreitung an der Risspitze zunächst einer Richtungsänderung unterworfen ist, um dann anschließend wieder die vorherige Richtung einzunehmen (Abbildung 2.20c–d). Der Ursprung des Rissfortschritts befindet sich aufgrund der hohen Spannungsintensität an der Risspitze. Dies konstituiert die Theorie von GEHRKE et al. (1991); einen Hinweis auf eine Rissspitzenausrundung konnten sie hingegen in ihren Experimenten nicht finden.

## 2.6 Biegefestigkeit von Glas

### 2.6.1 Biegefestigkeit von Glas in Normen und Regelwerken

#### 2.6.1.1 Nationale Ebene

Bei der Glasproduktion, der Oberflächenbearbeitung und durch spätere mechanische Einwirkungen entstehen an der Glasoberfläche Schäden, welche die Festigkeit des Glases herabsetzen. Die Oberflächenqualität wird durch die Häufigkeit, Art und Form von Oberflächendefekten sowie Fehlern im strukturellen Aufbau des Glases geprägt. Auch Unterschiede in der Materialzusammensetzung, Entmischung und Einschlüsse im Material können die Biegefestigkeit beeinflussen. Des Weiteren hat die Größe der auf Zug belasteten Oberfläche einen Einfluss auf die Festigkeit. Mit der Größe der Oberfläche steigt die Wahrscheinlichkeit einer relevanten Kerbstelle an einer relativ hoch beanspruchten Stelle (s. Abschnitt 2.6.4). Chemische Prozesse an der Spitze des Risses und Spannungskorrosion verursachen zudem einen langsamen Rissfortschritt und haben damit entscheidenden Einfluss auf die Festigkeit des Glases bei Dauerlasten. Für thermisch entspanntes Floatglas kann die charakteristische Biegefestigkeit somit nicht als deterministischer Materialkennwert angesehen werden (s. Abschnitt 8.4.1). Die Einflüsse der Belastungsdauer, der Belastungsgeschwindigkeit, der chemischen Einwirkungen durch das umgebende Medium und der Umgebungstemperatur auf die Biegefestigkeit müssen berücksichtigt werden (s. Abschnitt 2.5).

Bei den meisten baupraktisch eingesetzten Gläsern handelt es sich um Kalk-Natron-Silikatglas, das heute überwiegend im sogenannten Floatverfahren (s. Abschnitt 6.2.1) auf dem Zinnbad hergestellt wird. Da baupraktische Bemessungszeiträume bis zu 50 Jahre betragen können, sind die zu erwartenden, festigkeitsmindernden mechanischen Oberflächenschädigungen nur sehr schwer abschätzbar. Eine Bemessung auf Grundlage von Festigkeits-

werten, ermittelt an handelsüblichen Oberflächenbeschaffenheiten nach der Produktion, erscheint diesbezüglich nicht sinnvoll. Ausgehend von thermisch nicht vorgespanntem Floatglas sind die Ergebnisse aus BLANK (1993) und MELLMANN et al. (1989) Grundlage für die Bemessungs- und Konstruktionsregeln von Glas im Bauwesen (DIN 18008). Die charakteristische Biegefestigkeit wurde für thermisch entspanntes Floatglas anhand kontrolliert vorgeschädigter Gläser (Berieseln mit Korund und Schmirgeln mit Schleifpapier) im Doppelring-Biegeversuch (s. Abschnitt 2.6.2.3) bestimmt. Dabei wurde davon ausgegangen, dass der herbeigeführte Schädigungsgrad höher ist als ein solcher, der bei realer Nutzung zu erwarten ist. Auch wenn dies nach heutigen Erkenntnissen nicht immer zutrifft und durch die gleichmäßige Vorschädigung die statistische Streuung stark herabgesetzt wird, sind die so ermittelten Werte in die Bemessungsregeln eingeflossen. Charakteristische Biegefestigkeiten für thermisch vorgespannte Glasarten, also Teilvorgespanntes Glas (TVG) und Einscheiben-Sicherheitsglas (ESG) werden hingegen im Vierschneiden-Biegeversuch (s. Abschnitt 2.6.2.2) ermittelt. Genormte Werte charakteristischer Biegefestigkeiten  $f_k$  (5%-Fraktil) für Floatglas, Teilvorgespanntes Glas, Einscheiben-Sicherheitsglas und chemisch vorgespanntes Glas sind entsprechend den jeweiligen Produktnormen in Tabelle 2.3 genannt.

Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass die Biegefestigkeit für chemisch vorgespanntes Glas aufgrund der geringen Druckzonenhöhe der chemischen Eigenspannung von meist etwa 40  $\mu\text{m}$  stark vom Oberflächenzustand abhängt, sodass bei starker Oberflächenschädigung mit einer Reduktion der Biegefestigkeit auf das Niveau von gewöhnlichem Floatglas zu rechnen ist. Für weitere Glasprodukte wie beispielsweise Ornamentglas nach DIN EN 572-5 oder poliertes Drahtglas nach DIN EN 572-3 ist die in DIN EN 572-1 angegebene Festigkeit von  $f_k = 45\text{ N mm}^{-2}$  nicht anwendbar. Die Bauregelliste fordert für diese Glaserzeugnisse einen Mindestwert der Festigkeit von  $f_k = 25\text{ N mm}^{-2}$  (DIBT, 2015b).

**Tabelle 2.3** Charakteristische Biegefestigkeiten von Glas im Bauwesen

Glasart	Norm	Charakteristische Biegefestigkeit <sup>a</sup>
[–]	[–]	$f_k$ [N mm <sup>–2</sup> ]
Floatglas (FG)	DIN EN 572-1	45,0
Teilvorgespanntes Glas (TVG)	DIN EN 1863-1	70,0
Emailliertes TVG	DIN EN 1863-1	45,0
Einscheiben-Sicherheitsglas (ESG)	DIN EN 12150-1	120,0
Emailliertes ESG	DIN EN 12150-1	75,0
Chemisch vorgespanntes Glas (CVG)	DIN EN 12337-1	150,0

<sup>a</sup> 5%-Fraktilwert bei 95 % Aussagewahrscheinlichkeit.



Aufgrund der im Gegensatz zur Glasoberfläche resultierenden geringeren Kantenfestigkeit ist die Materialfestigkeit gemäß DIN 18008-1 für planmäßig unter Zugbeanspruchung stehende Kanten (z. B. bei zweiseitiger linienförmiger Lagerung) von Scheiben ohne thermische Vorspannung pauschal um 20 % zu reduzieren.

Auch bei gebogenem Floatglas (s. Abschnitt 4.5) ist aufgrund des Oberflächenzustands zwischen der Biegefestigkeit in der Fläche und der am Rand zu unterscheiden (ENSSLEN et al., 2010). Wegen der Geometrie der Scheiben kann zur Messung in der Fläche der sonst übliche Doppelring-Biegeversuch (s. Abschnitt 2.6.2.3) nicht angewendet werden. Die Bestimmung der Biegefestigkeiten erfolgt daher im Vierpunkt-Biegeversuch (s. Abschnitt 2.6.2.2) und mit Unterdruckversuchen an Großscheiben. Grundsätzlich hängt die Biegefestigkeit für gebogenes Glas von der Güte des Herstellprozesses ab. Für gebogenes Floatglas, welches im Schwerkraftbiegeverfahren hergestellt wurde, existieren allgemeine bauaufsichtliche Zulassungen, aus welchen die charakteristische Biegefestigkeit von  $f_k = 40,0 \text{ N mm}^{-2}$  (5%-Fraktilwert bei 95 % Aussagewahrscheinlichkeit) abgeleitet werden kann. Wie auch bei ebenem Floatglas ist die Kantenfestigkeit für gebogenes Floatglas abzumindern, wobei üblicherweise eine Reduktion von 30 % vorgenommen wird.

BUCAK et al. (2009) nennen für gebogenes Teilvorgespanntes Glas  $f_k = 55,0 \text{ N mm}^{-2}$  und für Einscheiben-Sicherheitsglas  $f_k = 105,0 \text{ N mm}^{-2}$ , jeweils als 5%-Fraktilwert bei 95 % Aussagewahrscheinlichkeit. Diese Festigkeitswerte konnten in Übereinstimmung mit den Herstellern mit einer akzeptablen Maßhaltigkeit produziert werden. Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass die resultierenden Biegefestigkeiten von gebogenem thermisch vorgespannten Glas wesentlich von der Güte des Herstellprozesses abhängt. Für gebogenes ESG wurde im Jahr 2016 erstmals eine allgemeine bauaufsichtliche Zulassung erteilt (DIBT, 2016).

### 2.6.1.2 Europäische und nordamerikanische Ebene

Sollen Bemessungen von Verglasungen für Projekte im Ausland durchgeführt werden, sind grundsätzlich die lokalen Normen und spezifischen Richtlinien zu beachten. In Österreich gilt die ÖNORM B 3716-1, welche wie auch die DIN 18008 auf einem semiprobabilistischen Sicherheitskonzept (Teilsicherheitskonzept, s. Abschnitt 8.3) beruht. Als Grundlage für die charakteristischen Festigkeiten dienen die europäischen Produktnormen der Basisgläser. In der Schweiz existiert bislang kein verbindliches Normenwerk zur Bemessung von Glasbauteilen. Dort sind zulässige Festigkeiten (globales Sicherheitskonzept) von Glas in den Normen SIA 331 und SIA 329 definiert. Diese orientieren sich an der in Deutschland mittlerweile bauaufsichtlich nicht mehr gültigen Richtlinie TRLV. Für Nordamerika sind zulässige Biegezugspannungen für Glas im Bauwesen in Abhängigkeit der Lasteinwirkungsdauer in ASTM E1300 geregelt. Eine Gegenüberstellung von charakteristischen Festigkeiten bzw. zulässigen Biegezugspannungen ist in Tabelle 2.4 dargestellt.

**Tabelle 2.4** Gegenüberstellung charakteristischer Festigkeiten (Teilsicherheitskonzept) und zulässiger Biegezugspannungen (globales Sicherheitskonzept) für Glas im Bauwesen auf europäischer und nordamerikanischer Ebene

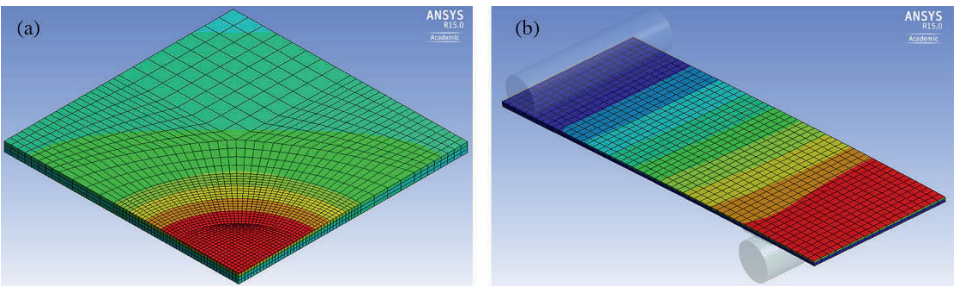
Glasart	Deutschland	Österreich	Schweiz		Nordamerika
	DIN 18008	ÖNORM	SIA 329 & SIA 331		ASTM
	$f_k$ N mm <sup>-2</sup>	B 3716-1 $f_k$ N mm <sup>-2</sup>	Horizontal $\sigma_{zul}$ N mm <sup>-2</sup>	Vertikal $\sigma_{zul}$ N mm <sup>-2</sup>	E1300 <sup>a</sup> $\sigma_{zul}$ N mm <sup>-2</sup>
Floatglas	45,0	45,0	12,0	18,0	23,3
TVG	70,0	70,0	29,0	29,0	46,6
ESG	120,0	120,0	50,0	50,0	93,1

<sup>a</sup> Bezogen auf eine Lasteinwirkungsdauer von 3 s und eine Versagenswahrscheinlichkeit von  $P_f = 8/1000$ .

2.6.2 Prüfmethoden

2.6.2.1 Allgemeines

Die experimentelle Bestimmung der charakteristischen Biegefestigkeit  $f_k$  für Glas erfolgt entsprechend DIN EN 1288 im Vierschneiden-Verfahren (s. Abschnitt 2.6.2.2) oder mittels Doppelring-Biegeversuch (s. Abschnitt 2.6.2.3). Aufgrund der o. g. Einflüsse auf die Biegefestigkeit von Glas sollte die Prüfung ausschließlich unter konditionierten Bedingungen erfolgen. Entsprechend DIN EN 1288 soll die Temperatur während der Biegeprüfung  $T = 23 \pm 5 \text{ °C}$  betragen. Die relative Luftfeuchtigkeit sollte zwischen 40 % und 70 % liegen. Für die Prüfung ist eine konstante Spannungsrate von  $\dot{\sigma} = 2 \pm 0,4 \text{ N mm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  zu wählen. Dabei ist zu berücksichtigen, dass insbesondere beim Doppelring-Biegeversuch aufgrund größerer Verformungen ein nichtlinearer Zusammenhang zwischen Prüfkraft und Biegezugspannung bestehen kann. Da die tatsächliche Dicke der Probekörper erfahrungsgemäß



**Abbildung 2.22** FEM-Modellierung zur Ermittlung der Hauptzugspannungen: Vierschneiden-Biegeversuch (a) und Doppelring-Biegeversuch (b). Abgebildet ist jeweils die Unterseite eines Viertel-Modells unter Ausnutzung der Doppelsymmetrie. Die Bereiche mit der größten Hauptzugspannung sind rot eingefärbt.

von der Nenndicke abweicht, sollte diese für jeden Probekörper gemessen und bei der Rückrechnung der bruchauslösenden Biegespannung verwendet werden. Zur Bestimmung des Bruchursprungs bietet es sich an, die Probekörper auf der Zugspannung abgewandten Oberfläche mit einer selbstklebenden Folie zu versehen. Durch geeignete Zwischenmaterialien ist der unmittelbare Kontakt zwischen Stahl und Glas während der Biegeprüfung zu vermeiden.

Neben analytischen Zusammenhängen zur Berechnung der Bruchspannung sind numerische Berechnungsverfahren mit der Methode der finiten Elemente grundsätzlich geeignet (Abbildung 2.22). Hierbei wird jedoch empfohlen, an einer Auswahl von Probekörpern Dehnungsmessungen mittels Dehnmessstreifen in relevanten Spannungsbereichen durchzuführen und anhand dieser eine Kalibrierung des numerischen Modells vorzunehmen.

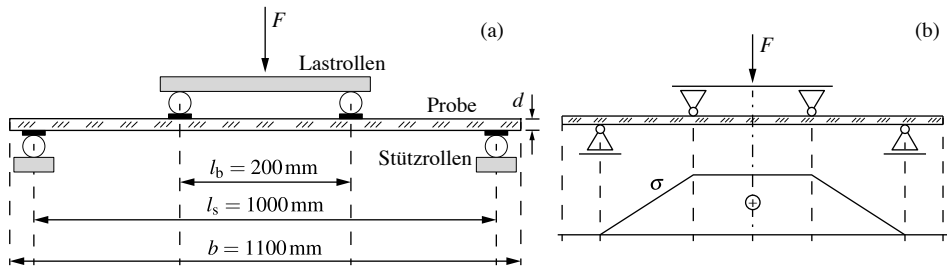
### 2.6.2.2 Vierschneiden-Biegeversuch

Beim Vierschneiden-Biegeversuch nach DIN EN 1288-3, auch bekannt als Vierpunkt-Biegeversuch, wird der Probekörper auf zwei Auflagerschneiden gelenkig gelagert und im Mittenbereich durch zwei Lastschneiden belastet, sodass aufgrund des konstanten Biegemoments zwischen den beiden Lastschneiden eine nominell gleichförmige Biegezugspannung vorliegt (Abbildung 2.23). Wie bereits geschildert sind neben der Glasoberfläche auch die Kanten einer Zugbeanspruchung ausgesetzt. Während nach der linearen Biegetheorie für einen schmalen Balken keine Spannungen über die Breite des Probekörpers auftreten, ist der Einfluss für breite Platten aufgrund des Einflusses der Querkontraktion nicht mehr gültig: Die über die Breite auftretende Biegezugspannung in Längsrichtung einer Glasprobe sind nicht mehr konstant verteilt, sondern an den Glaskanten erhöht und zur Scheibenmitte hin reduziert, da sich die Platte in Querrichtung konvex verformt (s. Abbildung 2.22b).

Die Probenabmessungen für die Versuchsdurchführung nach DIN EN 1288-3 betragen  $(a \times b) 360 \pm 5 \text{ mm} \times 1.100 \pm 5 \text{ mm}$ . Der Abstand der Auflagerschneiden beträgt  $l_s = 1.000 \text{ mm}$  und zwischen den Lastschneiden  $l_b = 200 \text{ mm}$ . Entsprechend DIN EN 1288-3 wird zwischen einer Biegefestigkeit der Oberfläche unter Einschluss der Kanten und einer Biegefestigkeit der Kanten differenziert.

Für Dünngläser und gebogene Gläser ist das tatsächliche Verformungsverhalten des Probekörpers zu berücksichtigen. Experimentelle Untersuchungen haben gezeigt, dass zur Ermittlung der korrekten Bruchspannung die Reibung in den Rollen bzw. zwischen den Auflagerrollen und dem Probekörper zu berücksichtigen ist. Hierzu haben sich Referenzmessungen mittels Dehnmessstreifen und vergleichende numerische Simulationen, bei denen zwischen den Auflagerrollen und der Glasoberfläche Kontaktelemente vorgesehen sind, als geeignet erwiesen.

Neben dem Vierschneiden-Biegeversuch existiert auch noch das Dreischneiden-Biegeverfahren, bei welchem der Probekörper mit nur einer Lastschneide belastet wird. Aufgrund des von den Auflagern zur Lastschneide stets linear zunehmenden Biegemoments bzw. Biegespannungsverlaufs ist eine eindeutige Korrelation von Bruchursprung und Bruch-



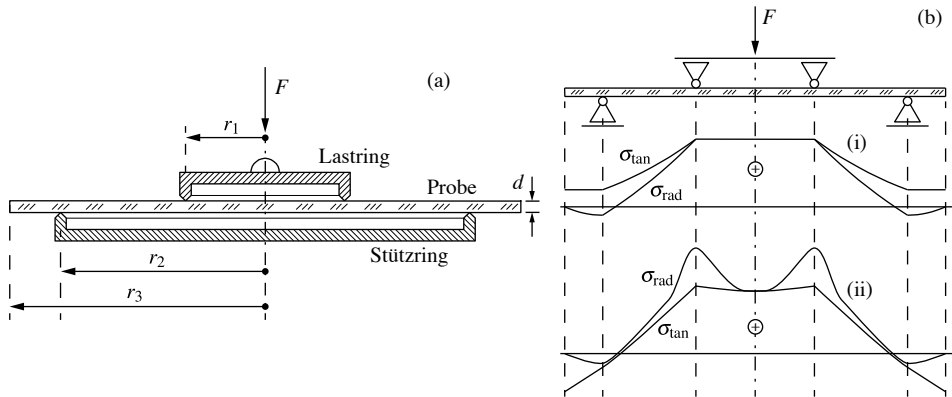
**Abbildung 2.23** Prüfanordnung im Vierschneiden-Biegeversuch in Anlehnung an DIN EN 1288-3 (a) sowie qualitativer Verlauf der Biegezugspannungen (b)

spannung nur schwer möglich. Außerdem wird hierdurch nur der sehr kleine Bereich unterhalb der Lastschneide mit einem konstanten Biegemoment belastet, sodass resultierende Festigkeitswerte nicht ohne Weiteres mit dem Vierschneiden-Biegeverfahren oder dem Doppelring-Biegeverfahren verglichen werden können. Grundsätzlich ist das Vierschneiden- gegenüber dem Dreischneiden-Biegeverfahren zu bevorzugen.

### 2.6.2.3 Doppelring-Biegeversuch

Durch den besonderen Aufbau des Doppelring-Biegeversuchs wird gewährleistet, dass ein kreisförmig begrenztes Flächenstück der Probe eine hohe Biegebeanspruchung erfährt. Durch die zentralsymmetrische Belastung ergibt sich ein hinreichend gleichmäßiges Zugspannungsfeld, dessen Flächengröße vom Lastring begrenzt wird. Die Ränder der Probe unterliegen hierbei nur einer untergeordneten Beanspruchung (Abbildung 2.24). Die Festigkeitsminderungen durch Kantenschäden sind damit weitgehend unterdrückt, sodass dieses Prüfverfahren besonders geeignet ist, um die Festigkeit der biegebeanspruchten Glasoberfläche zu ermitteln und damit den Einfluss der Oberflächenbeschaffenheit zu erfassen. Der Einfluss der Kantenbeschaffenheit, wie sie beim Vierschneiden-Verfahren (s. Abschnitt 2.6.2.2) einen erheblichen Einfluss auf die Biegefestigkeit hat, ist hierbei ausgeschlossen.

In DIN 1288 sind zwei Versuchsaufbauten für Doppelring-Biegeversuche vorgesehen (Tabelle 2.5). Während das Verfahren nach DIN EN 1288-2 sehr große Probekörper erfordert und aufgrund der zusätzlich notwendigen Druckregulierung innerhalb des Versuchsaufbaus sehr anspruchsvoll in der Durchführung ist, sind die in DIN EN 1288-5 betrachteten Prüfflächen für die üblichen Anwendungen im Bauwesen als zu klein anzusehen. Zudem sind die in DIN EN 1288-5 genannten Probenabmessungen so klein, dass diese in konventionellen Vorspannöfen nicht thermisch vorgespannt werden können. Daher wird für die anwendungsorientierte Ermittlung von Biegefestigkeiten empfohlen, eine Prüfung an einer von DIN 1288 abweichenden Prüfgeometrie durchzuführen.



**Abbildung 2.24** Prüfanordnung im Doppelring-Biegeversuch in Anlehnung an DIN EN 1288-2 und DIN EN 1288-5 (a) sowie qualitativer Verlauf der Radial- und Tangentialspannungen an der Plattenunterseite (b) unter Annahme kleiner Verformungen (lineare Plattentheorie, i) und großer Verformungen (nichtlineare Plattentheorie, ii)

Für den Doppelring-Biegeversuch können die Biegespannungen  $\sigma_{\text{rad}}$  und  $\sigma_{\text{tan}}$  in der vom Lastring begrenzten Oberfläche entsprechend DIN EN 1288-1 nach

$$\sigma_{\text{rad}} = \sigma_{\text{tan}} = \frac{3(1+\nu)}{2\pi} \left[ \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1-\nu}{1+\nu} \frac{r_2^2 - r_1^2}{2r_3^2} \right] \frac{F_{\text{max}}}{d^2} \quad (2.27)$$

berechnet werden. Hierin sind

$r_1$	Radius des Lastrings	[mm],
$r_2$	Radius des Stützrings	[mm],
$r_3$	Radius des kreisförmigen Probekörpers	[mm],
$\nu$	Querkontraktionszahl Glas	[-],
$F_{\text{max}}$	Prüfkraft bei Bruch	[N],
$d$	Glasdicke	[mm].

Aufgrund des rotationssymmetrischen Spannungszustands gilt für die Hauptspannungen im Bereich des Lastrings  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_{\text{rad}} = \sigma_{\text{tan}}$ . Da Gleichung (2.27) auf einer analytischen Plattenlösung basiert, ist die Lösung streng genommen nur für rotationssymmetrische (kreisförmige) Probekörper anwendbar. Außerdem werden hierbei bei dünnen Probekörpern bzw. großen Verformungen Membranspannungen aus geometrisch nichtlinearem Verhalten vernachlässigt (s. Abschnitt 8.4.3). Aufgrund der nicht rotationssymmetrischen Geometrie quadratischer Probekörper besteht eine geringfügige Richtungsabhängigkeit der Spannungsverteilung. In Abhängigkeit der Geometrie des Doppelring-Biegeversuchs und der Dicke des Probekörpers kommt es außerdem aufgrund geometrisch nichtlinearer Effekte zu einer Spannungserhöhung von  $\sigma_{\text{rad}}$  im Bereich der Lastschneide, sodass in diesem lokalen Bereich nicht von einer konstanten Spannungsverteilung auszugehen ist (Abbildung 2.24b).

**Tabelle 2.5** Gegenüberstellung der Doppelring-Biegeversuchseinrichtung nach DIN EN 1288-2 und DIN EN 1288-5

Referenz	Belastungs- einrichtung	Radius Lastring	Radius Stützring	Prüffläche <sup>a</sup>	Halbe Kan- tenlänge PK
[–]	[–]	$r_1$ [mm]	$r_2$ [mm]	$A$ [mm <sup>2</sup> ]	$r_3'^b$ [mm]
DIN EN 1288-2	–	300 ± 1	400 ± 1	240.000	500 ± 2
DIN EN 1288-5	R45	9	45	254	50 ± 1
	R30	6	30	113	33 ± 0,5

<sup>a</sup> Fläche unter quasi-gleichförmiger Spannungsverteilung ( $\sigma_{\text{rad}} = \sigma_{\text{tan}} = \text{konstant}$ ).  
<sup>b</sup> Die halbe Kantenlänge  $r_3'$  eines quadratischen Probekörpers (PK) ist vereinfachend dem Radius  $r_3$  eines rotationssymmetrischen (kreisförmigen) Probekörpers gleichzusetzen.

Zur Ermittlung der Biegespannungen wird daher ein anhand von Dehnungsmessungen kalibriertes FE-Modell empfohlen (s. Abbildung 2.22a).

## 2.6.3 Statistische Auswertung und charakteristische Biegefestigkeit

### 2.6.3.1 Allgemeines

Entsprechend DIN EN 1990 sind im Bauwesen sehr geringe Versagenswahrscheinlichkeiten für tragende Bauteile gefordert. Üblicherweise wird für Bauteile die Zuverlässigkeitsklasse RC 2 zugrunde gelegt. Diese ist verbunden mit der Schadensfolgeklasse CC 2, welche durch mittlere Folgen für Menschenleben, beträchtliche wirtschaftliche, soziale oder umweltbeeinträchtigende Folgen (z. B. Wohn- und Bürogebäude, öffentliche Gebäude) gekennzeichnet ist (s. Abschnitt 8.3.1). Die Versagenswahrscheinlichkeit für einen Betrachtungszeitraum von einem Jahr lautet  $P_{f,RC2} = 1,3 \cdot 10^{-6} a^{-1}$  bzw. für einen Betrachtungszeitraum von 50 Jahren  $P_{f,RC2} = 7,2 \cdot 10^{-5} (50a)^{-1}$ . Diese Zuverlässigkeit wird im Wesentlichen durch die Berücksichtigung der statistischen Streuungen von Einwirkung und Widerstand probabilistisch bestimmt (s. Abschnitt 8.3). Der Variationskoeffizient von Floatglas mit unbehandelter Glasoberfläche beträgt in etwa  $V = 0,3$ , sodass eine Prüfung an einer geringen Anzahl von Proben ( $n \leq 30$ ) als statistisch nicht aussagekräftig bzw. repräsentativ zu betrachten ist. Statistisch können diese Unsicherheiten in Form von Vertrauensgrenzen ausgedrückt werden, innerhalb derer der gesuchte Wert mit vorgegebener Wahrscheinlichkeit liegt. Wenn sich der gesuchte Wert im mittleren Bereich der Verteilung der Biegefestigkeit befindet (z. B. der Mittelwert), kann dieser Vertrauensbereich sogar mit nur wenigen Proben ziemlich eng sein. Hingegen ist zur Bestimmung einer charakteristischen Biegefestigkeit  $f_k$  eine große Anzahl  $n$  von Stichproben (gleichartige Proben  $\{x_1, \dots, x_n\}$ ) der gleichen untersuchten Eigenschaft (Zufallsvariable  $X$ ), geprüft nach einem

einheitlichen Verfahren, notwendig, damit der untere Bereich der Verteilung durch eine ausreichende Anzahl an Messgrößen gesichert ist. Grundlage der statistischen Auswertung ist somit eine ausreichend fundierte Datengrundlage, welche beispielsweise anhand der in Abschnitt 2.6.2 genannten Prüfmethoden gewonnen werden kann. Nach DIN EN 1990 bzw. DIN 18008-1 entspricht die charakteristische Biegefestigkeit dem 5%-Fraktile der Biegefestigkeit mit einer Aussagewahrscheinlichkeit von 95 % (einseitige Abgrenzung). Da für das Verfahren zur statistischen Auswertung von Stichproben in DIN EN 1990, Anhang D, eine Aussagewahrscheinlichkeit von 75 % zugrunde gelegt ist, ist dieses zur Bestimmung einer charakteristischen Biegefestigkeit von Glas nicht anwendbar, sodass eine Auswertung anhand einer statistischen Verteilungsfunktion notwendig ist (s. Abschnitt 8.5). In der Literatur wird üblicherweise die zweiparametrische Weibull-Verteilung als Verteilungsfunktion verwendet. SCHNEIDER (2001) und auch SCHULA (2015) untersuchten zur Auswertung von Biegefestigkeiten mehrere statistische Verteilungsfunktionen, wobei sich speziell für die Betrachtungen von Festigkeitswerten von Glas die *Lognormal*- und *Weibull-Verteilung* als geeignet erwiesen haben. Beide Verteilungsfunktionen finden auch in DIN EN 1990 Anwendung.

### 2.6.3.2 Normalverteilung

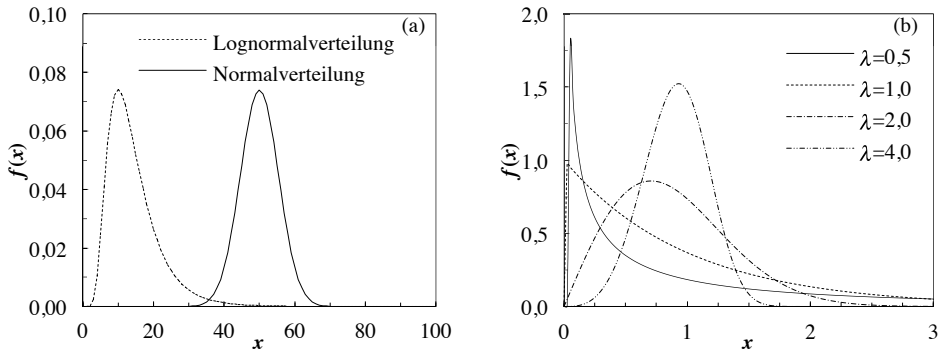
Die *Normalverteilung*, auch als *Standardnormalverteilung* oder *Gauß'sche Normalverteilung* bekannt, ist die gängigste stetige Wahrscheinlichkeitsverteilung. Die Wahrscheinlichkeitsdichte  $f_N$  (Abbildung 2.25a) der Normalverteilung ist definiert als

$$f_N(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-1/2 \left[ \frac{x-\mu}{\sigma} \right]^2}. \quad (2.28)$$

Durch Integration von Gleichung (2.28) folgt die kumulative Verteilungsfunktion  $F_N$  der Normalverteilung zu

$$F_N(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-1/2 \left[ \frac{t-\mu}{\sigma} \right]^2} dt. \quad (2.29)$$

Die Normalverteilung ist durch den Erwartungswert  $\mu$  und die Standardabweichung  $\sigma$  vollständig charakterisiert. Dabei definiert der Erwartungswert die Lage der Verteilung und die Standardabweichung die Breite der Verteilungsfunktion. An der Stelle  $x = \mu \pm \sigma$  befinden sich die Wendepunkte der Wahrscheinlichkeitsdichte. Innerhalb dieses Intervalls liegen 68,27 % der Gesamtfläche. Im Intervall  $x = \mu \pm 1,65 \cdot \sigma$  befinden sich 90 %, im Intervall von  $x = \mu \pm 1,96 \cdot \sigma$  95 % und im Intervall von  $x = \mu \pm 2,58 \cdot \sigma$  99 % der Gesamtfläche.



**Abbildung 2.25** Vergleich der Wahrscheinlichkeitsdichte der Normal- und Lognormalverteilung (a) sowie der zweiparametrischen Weibull-Verteilung unter Berücksichtigung verschiedener Formparameter (b)

### 2.6.3.3 Lognormalverteilung

Mit der asymmetrischen, einseitig schiefen Lognormalverteilung lassen sich Merkmale sehr gut beschreiben, die einen bestimmten Schrankenwert nicht unter- bzw. überschreiten können. Durch Logarithmieren der experimentell bestimmten Biegefestigkeiten ( $\{x_1, \dots, x_n\}$ ) werden annähernd normalverteilte Werte erreicht. Eine stetige Zufallsvariable  $X(> 0)$  heißt somit logarithmisch normalverteilt, wenn  $\ln(x)$  normalverteilt ist (SACHS et al., 2012). Die Wahrscheinlichkeitsdichte  $f_{LN}$  (Abbildung 2.25a) der Lognormalverteilung lautet

$$f_{LN}(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma_{LN} x \sqrt{2\pi}} \exp \left( -\frac{(\ln x - \mu_{LN})^2}{2\sigma_{LN}^2} \right) & \text{für } x > 0, \\ 0 & \text{für } x \leq 0. \end{cases} \quad (2.30)$$

Hierin sind  $\mu_{LN}$  und  $\sigma_{LN}^2$  die charakteristischen Parameter zur Beschreibung der Lognormalverteilung. Durch Integration von Gleichung (2.30) folgt die kumulative Verteilungsfunktion  $F_{LN}$  zu

$$F_{LN}(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma_{LN} \sqrt{2\pi}} \int_0^x t^{-1} \exp \left( -\frac{(\ln t - \mu_{LN})^2}{2\sigma_{LN}^2} \right) dt & \text{für } x > 0, \\ 0 & \text{für } x \leq 0. \end{cases} \quad (2.31)$$

### 2.6.3.4 Weibull-Verteilung

Für die Beschreibung von Lebensdauern, Ausfallhäufigkeiten und Materialfestigkeiten entwickelte WEIBULL (1939; 1951) die nach ihm benannte Weibull-Verteilung. Speziell im



Bereich der Materialwissenschaft findet diese für spröde Materialien wie Keramiken und Glas häufig Anwendung. Eine stetige Zufallsvariable  $X(> 0)$  heißt Weibull-verteilt, wenn ihre Wahrscheinlichkeitsdichte  $f_{WB}$  (Abbildung 2.25b) gegeben ist durch

$$f_{WB}(x) = \begin{cases} \left(\frac{\lambda}{\beta}\right) \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\lambda-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\lambda}\right] & \text{für } x > 0, \\ 0 & \text{für } x \leq 0. \end{cases} \quad (2.32)$$

Hierin sind  $\beta$  der *Skalenparameter* (engl. *scale*) und  $\lambda$  der *Formparameter* (engl. *shape*). Der Skalenparameter symbolisiert die charakteristische Größe der Zufallsvariable  $X$  bei einer Wahrscheinlichkeit von  $P_f = 0,6321$ . Der Formparameter ist ein Maß für die Streuung innerhalb der Zufallsvariablen. Die kumulative Verteilungsfunktion  $F_{WB}$  der Weibull-Verteilung folgt durch Integration von Gleichung (2.32) zu

$$F_{WB}(x) = \begin{cases} 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\lambda}\right] & \text{für } x > 0, \\ 0 & \text{für } x \leq 0. \end{cases} \quad (2.33)$$

Die Weibull-Verteilung zeichnet sich durch ihre besondere Anpassungsfähigkeit aus und kann sowohl steigende, konstante als auch fallende Ausfallraten beschreiben. Durch die variable Ausfallrate  $\lambda$  hat die Weibull-Verteilung große Ähnlichkeit zu verschiedenen Verteilungsfunktionen (s. Abbildung 2.25b). Für eine konstante Ausfallrate von  $\lambda = 1$  nimmt die Weibull-Verteilung die Form einer Exponentialverteilung an. Für eine linear steigende Ausfallrate  $\lambda = 2$  hat sie die Form einer Rayleigh-Verteilung und für einen Wert von  $\lambda = 3,6$  ergibt sich eine Verteilung mit geringer Schiefe ähnlich der Normalverteilung.

### 2.6.3.5 Bestimmung charakteristischer Biegefestigkeiten

Zur Anpassung an eine Verteilungsfunktion muss für die in aufsteigender Reihenfolge sortierten Stichprobenwerte ( $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ ) mittels einer Schätzfunktion die kumulative Ausfallwahrscheinlichkeit  $P_{f,i}$  eines jeden Messwerts bestimmt werden. Nach MAKONEN (2008) ist hierfür ausschließlich die Schätzfunktion von WEIBULL (1939) für Extremwertbetrachtungen geeignet. Es gilt

$$P_{f,i} = \frac{i}{n+1}. \quad (2.34)$$

Hierin sind  $i$  die Rangnummer der sortierten Stichprobe  $x_i$  und  $n$  der Stichprobenumfang. Eine Darstellung im Wahrscheinlichkeitsnetz bietet sich zur Beurteilung der Güte einer Anpassung von Stichproben an eine Verteilungsfunktion an (s. Abbildungen 2.27 und 2.28). Dabei wird auf der Ordinatenachse die kumulative Ausfallwahrscheinlichkeit nach Gleichung (2.34) und/oder die Linearisierung der Verteilungsfunktion äquidistant aufgetragen.

Die Skalierung der Achse wird durch die Verteilungsfunktion bestimmt. Auf der für die Lognormal- und Weibull-Verteilung logarithmisch skalierten Abszissenachse werden die zugehörigen Werte der Stichprobe aufgetragen. Lassen sich die Daten durch eine lineare Regression anpassen, kann die gewählte Verteilungsfunktion als geeignet betrachtet werden. Als Maß für die Abweichung zwischen den Stichprobenwerten  $x_i$  und der Regressionsgeraden wird der Korrelationskoeffizient  $R^2$  (Bestimmtheitsmaß) herangezogen. Damit wird der Anteil der Streuung der  $Y$ -Variablen beschrieben, der durch die lineare Regression aus den  $X$ -Variablen erklärt werden kann. Der Korrelationskoeffizient ist definiert als

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}. \quad (2.35)$$

Eine Anpassung von Stichprobenwerten an eine **Lognormalverteilung** kann über die linearisierte Form der Verteilung erfolgen. Für die einzelnen Stichprobenwerte gilt

$$\begin{aligned} x_i &= \ln(\sigma_{f,i}), \\ y_i &= F^{-1}. \end{aligned} \quad (2.36)$$

Hierin ist  $F^{-1}$  die Umkehrfunktion der kumulativen Verteilungsfunktion der Gauß'schen Normalverteilung unter Verwendung des Erwartungswerts  $\mu$  und der Standardabweichung  $\sigma = 1$  für die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten  $P_{f,i}$ . Die Parameter der Lognormalverteilung ( $\mu_{LN}$ ,  $\sigma_{LN}^2$ ) stimmen nicht mit dem Erwartungswert und der Varianz der entsprechenden Zufallsvariablen überein. Da sie nicht durch eine lineare Regression im Wahrscheinlichkeitsnetz ermittelt werden können, schlagen SACHS et al. (2012) eine Schätzung der Parameter vor. Für die Schätzwerte  $\hat{\mu}$  und  $\hat{\sigma}$  gilt

$$\begin{aligned} \hat{\mu} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(x_i), \\ \hat{\sigma}^2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\ln(x_i) - \hat{\mu})^2. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Die Datenpunkte  $x_i$  und  $y_i$  können mit der Methode der kleinsten Quadrate approximiert werden.

Eine Anpassung von Stichprobenwerten an eine zweiparametrische **Weibull-Verteilung** kann über die linearisierte Form der Verteilung erfolgen. Für die einzelnen Stichprobenwerte gilt nach SACHS et al. (2012)

$$\begin{aligned} x_i &= \ln(\sigma_{f,i}), \\ y_i &= \ln\left(\ln\left(\frac{1}{1 - P_{f,i}}\right)\right). \end{aligned} \quad (2.38)$$

Die kumulative Verteilungsfunktion der Weibull-Verteilung nach Gleichung (2.33) ist in linearisierter Darstellung gegeben durch

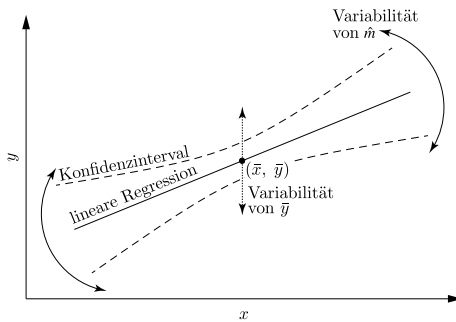
$$y = -\lambda \cdot \ln(\beta) + \lambda \cdot x. \quad (2.39)$$

Gleichung (2.39) kann mit der Methode der kleinsten Quadrate approximiert werden. Schätzung des Achsenabschnitts  $\hat{a}$  und der Steigung  $\hat{m}$  der linearen Geradengleichung  $y = a + mx$  führen mit  $\hat{\lambda} = \hat{m}$  und  $\hat{\beta} = \exp(-\hat{a}/\hat{m})$  direkt zu den Schätzwerten der beiden Parameter  $\lambda$  und  $\beta$  der Weibull-Verteilung.

Die Ermittlung eines statistisch aussagefähigen 5%-Fraktilwerts der Biegefestigkeit  $f_k$  ist über das zugehörige **Konfidenzintervall** möglich. Das Konfidenzintervall liefert einen durchschnittlichen Prognosewert anhand der ermittelten Regressionsgerade, während das Prognoseintervall einen Prognosewert anhand der individuellen Messwerte liefert. Gemäß DIN EN 1990 wird zur Bestimmung charakteristischer Biegefestigkeiten das Konfidenzintervall verwendet. Jede gegebene Regressionsgerade erfährt durch eine Veränderung vom Mittelwert  $\bar{y}$  eine vertikale Parallelverschiebung bzw. durch eine Veränderung der Steigung der Regression eine Rotation um ihren Mittelpunkt  $(\bar{x}, \bar{y})$  (Abbildung 2.26). Das Konfidenzintervall  $C$  liefert somit einen durchschnittlichen Prognosewert und erfasst hierdurch die Variabilität der Regressionsgeraden im Wahrscheinlichkeitsnetz. Es wird berechnet durch

$$C = t_{l;n-2} \cdot s_e \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}. \quad (2.40)$$

Hierin sind  $t_{l;n-2}$  das Quantil der Student-Verteilung (der Index verweist auf das Konfidenzniveau:  $l = 1 - \alpha$  für eine einseitige und  $l = 1 - \alpha/2$  für eine zweiseitige Abgrenzung),  $s_e$  der Standardfehler des Schätzwerts infolge der Approximation an eine Regressionsgerade,  $n$  der Stichprobenumfang,  $\bar{x}$  das arithmetische Mittel der beobachteten Stichprobenwerte und  $x$  die unabhängige Variable an der Stelle  $X = x$ . Zur Bestimmung eines 5%-Fraktilwerts ist für eine einseitige Abgrenzung  $t_{1-\alpha;n-2}$  eine Aussagewahrscheinlichkeit von 95 %, bzw.



**Abbildung 2.26** Schematische Darstellung des Konfidenzintervalls für die lineare Regression (nach SACHS et al., 2012)

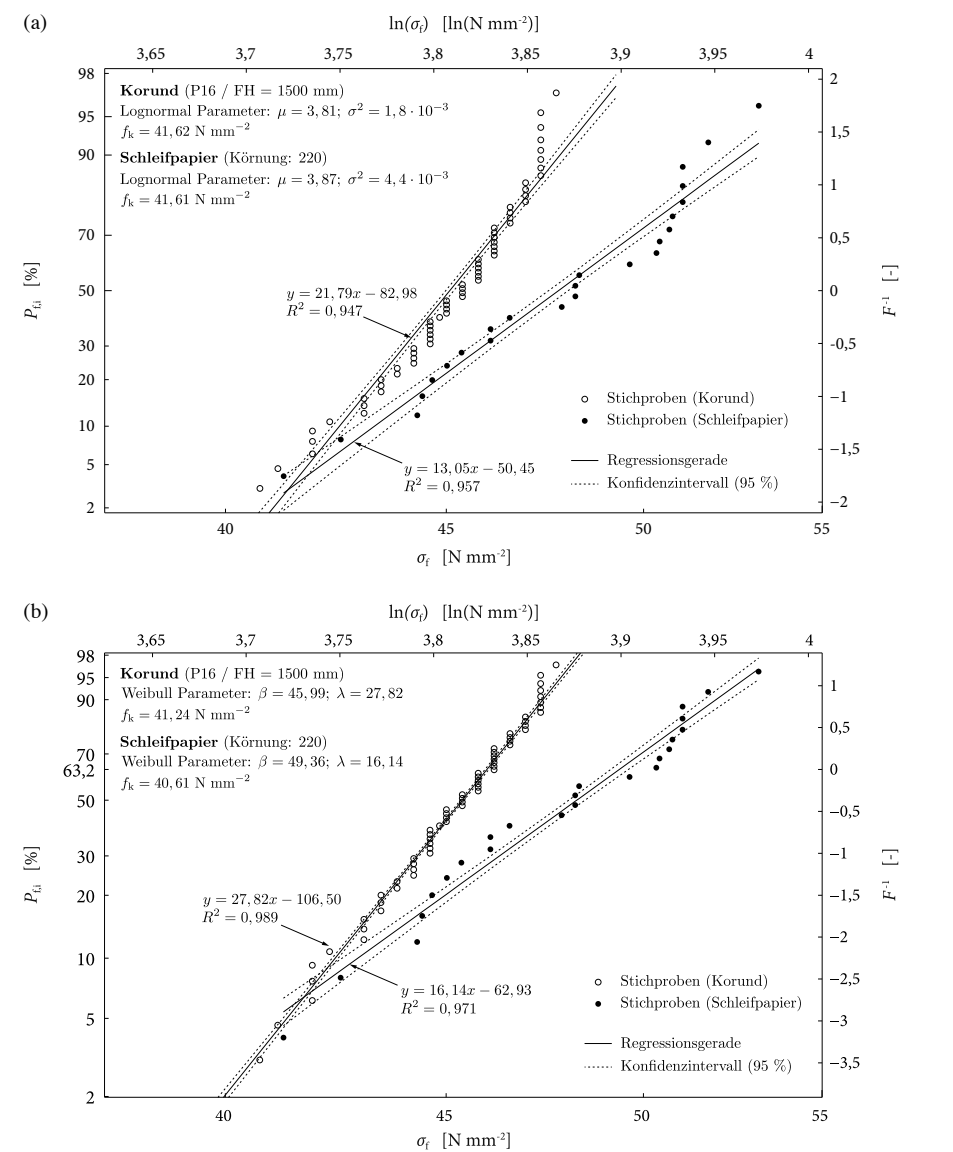
für eine zweiseitige Abgrenzung  $t_{1-\alpha/2; n-2}$  eine Aussagewahrscheinlichkeit von 90 % zu wählen. Der Standardfehler wird berechnet durch

$$s_e = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (|y_i| - |a + b \cdot x_i|)^2}{n-2}}. \quad (2.41)$$

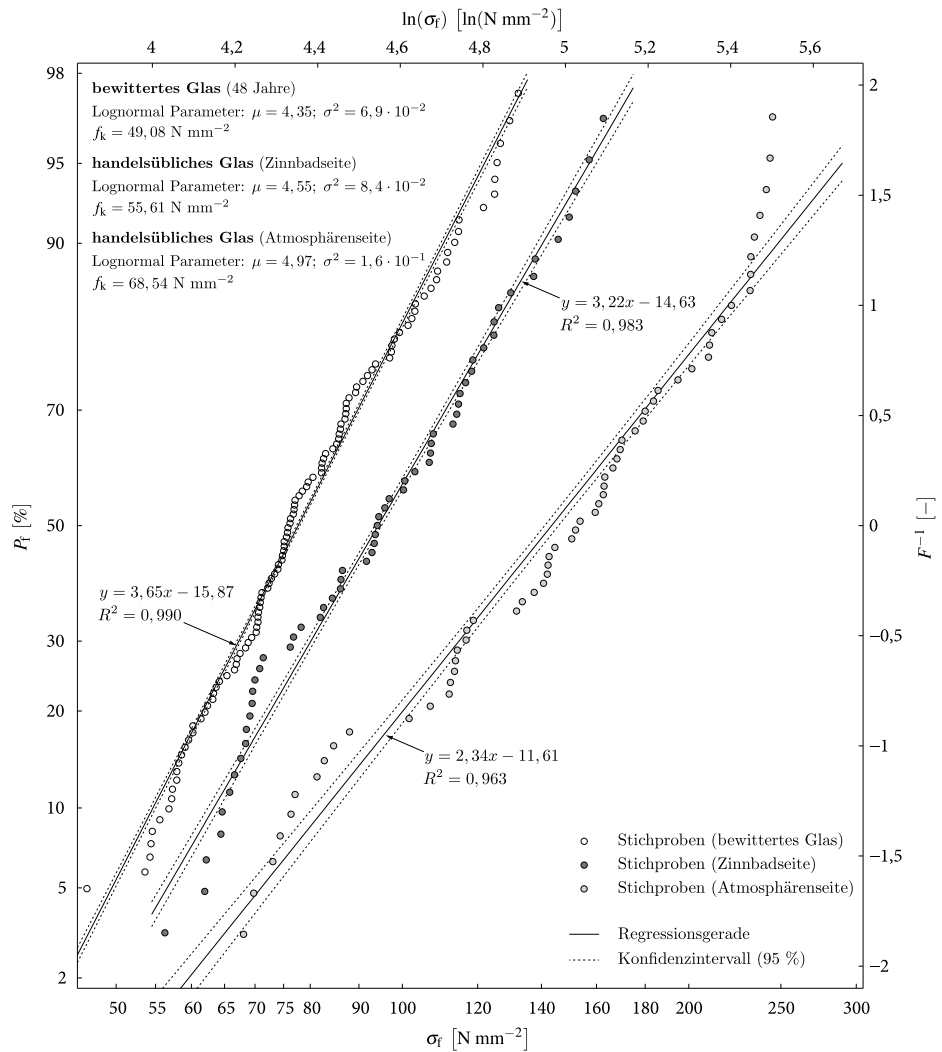
Im Wahrscheinlichkeitsnetz ergeben sich die oberen und unteren Grenzen  $\check{y}_C$  des Konfidenzintervalls zu

$$\check{y}_C = a + m \cdot x \pm C. \quad (2.42)$$

Unter Anwendung des hier vorgestellten Verfahrens zur statistischen Auswertung von Biegefestigkeiten ist exemplarisch in Abbildung 2.27 die Anpassung von Messdaten an eine Lognormalverteilung (Abbildung 2.27a) und eine Weibull-Verteilung (Abbildung 2.27b) unter Berücksichtigung eines einseitigen Vertrauensbereichs von 95 % dargestellt. Der Vergleich der hierbei resultierenden charakteristischen Biegefestigkeiten  $f_k$  (für einen einseitigen Vertrauensbereich von 95 %) der mittels Korundberieselung (P16; Fallhöhe: 1.600 mm) und Schmirgeln mit Schleifpapier (Körnung 220) vorgeschädigten Probekörper aus thermisch entspanntem Floatglas (Messdaten aus BLANK, 1993) offenbart, dass beide Verteilungsfunktionen ähnliche charakteristische Biegefestigkeiten liefern. Anhand des Korrelationskoeffizienten  $R^2$  ist ersichtlich, dass die Daten gut durch beide Verteilungsfunktionen erfasst werden. Die Vorschädigung mit Korund zeigt im Gegensatz zur Vorschädigung mit Schleifpapier eine geringere Streuung in den ermittelten Biegefestigkeiten. Der Einfluss der Wahl der Verteilungsfunktion sollte jedoch für jede Untersuchung getrennt überprüft werden und dabei darauf geachtet werden, dass neben einem adäquaten Korrelationskoeffizienten die Stichprobenwerte durch die statistischen Verteilungsfunk-



**Abbildung 2.27** Anpassung von Biegefestigkeiten von vorgeschädigtem Glas (Berieselung mit Korund P16 (Fallhöhe: 1.500 mm) und Schmirgeln mit Schleifpapier (Körnung: 220), Einzelwerte aus BLANK, 1993): Die Anpassung der Stichprobenwerte wurde entsprechend Abschnitt 2.6.3.5 durch eine lineare Regression an eine Lognormal- (a) und eine Weibull-Verteilung (b) vorgenommen; zusätzlich dargestellt sind die Konfidenzintervalle für einen einseitigen Vertrauensbereich von 95 %



**Abbildung 2.28** Anpassung der Biegefestigkeiten von bewittertem Glas (aus FINK, 2000) und von handelsüblichem (nicht vorgeschädigtem) Glas (aus MELLMANN et al., 1989) mit Differenzierung der Zinnbadseite und der Atmosphärenseite mittels einer linearen Regression an eine Lognormalverteilung mit Darstellung der Konfidenzintervalle für einen einseitigen Vertrauensbereich von 95 %

tionen insbesondere im unteren (dem für die Auswertung relevanten) Messdatenbereich erfasst werden.

In Abbildung 2.28 ist die Anpassung von Biegefestigkeiten von 48 Jahre altem und bewittertem Glas (Messdaten aus FINK, 2000) und von handelsüblichem Floaglas mit Unter-

scheidung der aus dem Herstellungsprozess bedingten Oberflächenunterschiede (Zinnbad- und Atmosphärenseite; Messdaten aus MELLMANN et al., 1989) an eine Lognormalverteilung unter Berücksichtigung eines einseitigen Vertrauensbereichs von 95 % dargestellt. Die im Vergleich zur Atmosphärenseite deutlich geringere Biegefestigkeit der Zinnbadseite kann mit einer höheren Defektdichte, bedingt durch den Kontakt der Glasoberfläche mit den Förderrollen unmittelbar nach dem Zinnbad, erklärt werden. Für das Bauwesen wird dieser Unterschied jedoch vernachlässigt, da sich der Oberflächenzustand der Atmosphärenseite dem der Zinnbadseite infolge der Weiterverarbeitung und Nutzung der Verglasung anpassen wird.

Für die statistische Auswertung ist zu beachten, dass die durch die Vorschädigung hervorgerufene geringe Streuung bei der Ermittlung von Teilsicherheitsbeiwerten nach dem semiprobabilistischen Konzept (s. Abschnitt 8.3.1) nicht angesetzt werden darf. Zudem ist bei allen Serien in den Abbildungen 2.27 und 2.28 ersichtlich, dass gerade für hohe und geringe Festigkeiten die Verteilungsfunktionen keine gute Anpassung liefern. Hier besteht weiterer Forschungsbedarf, um die zugrunde liegenden Versagensmechanismen aufzuklären.

## 2.6.4 Einfluss der belasteten Fläche auf die Biegefestigkeit

Experimentell ist ein Zusammenhang zwischen der Prüffestigkeit und der bei der Prüfung homogen mit einer Zugspannung beanspruchten Fläche zu beobachten, sodass statistisch davon auszugehen ist, dass die Wahrscheinlichkeit des Auftretens eines kritischen bzw. versagensauslösenden Oberflächendefekts mit der Zunahme der Prüffläche steigt. BLANK (1993) beschreibt diesen Effekt unter Zuhilfenahme der Weibull-Verteilung (s. Abschnitt 2.6.3.4). Aus Gleichung (2.33) folgt die Wahrscheinlichkeit  $P$ , dass eine Probe unter Berücksichtigung der Prüffläche  $A_0$  nicht versagt:

$$P(\sigma_{f,A_0}) = 1 - F_{WB}(\sigma_{f,A_0}) = \exp \left[ - \left( \frac{\sigma_{f,A_0}}{\beta_{A_0}} \right)^\lambda \right]. \quad (2.43)$$

Für eine größere Prüffläche  $A_1 > A_0$  gilt, dass diese dann nicht versagt, wenn keine der Teilflächen  $A_0$  versagen. Bei gleichbleibender Bruchwahrscheinlichkeit  $P$  kann die Abhängigkeit der Prüfflächen  $A_0$  und  $A_1$  beschrieben werden als

$$P(\sigma_{f,A_1}) = 1 - F_{WB}(\sigma_{f,A_1}) = \exp \left[ - \frac{A_1}{A_0} \left( \frac{\sigma_{f,A_0}}{\beta_{A_0}} \right)^\lambda \right], \quad (2.44)$$

sodass die Verteilungsfunktion

$$F_{WB}(\sigma_{f,A_1}) = 1 - \exp \left[ - \frac{A_1}{A_0} \left( \frac{\sigma_{f,A_0}}{\beta_{A_0}} \right)^\lambda \right] \quad (2.45)$$

lautet. Sofern die Verteilung der experimentell gemessenen Prüffestigkeiten  $\sigma_{f,i}(A_0)$  hinreichend mittels der in Gleichung (2.33) definierten zweiparametrischen Weibull-Verteilung statistisch erfasst werden kann, können die ermittelten Prüffestigkeiten bei gleich bleibender Bruchwahrscheinlichkeit  $P$  in eine abweichende Prüffläche  $A_1$  überführt werden:

$$\frac{\sigma_{f,A_1}}{\sigma_{f,A_0}} = \left( \frac{A_0}{A_1} \right)^{1/\lambda}. \quad (2.46)$$

Dieser Zusammenhang ist exemplarisch in Abbildung 2.29 dargestellt. Hierzu wurden im Wahrscheinlichkeitsnetz der Weibull-Verteilung (s. Abschnitt 2.6.3.4) in BLANK (1993) zusammengefasste Prüffestigkeiten mittels Korundberieselung vorgeschädigter Probekörper statistisch ausgewertet. Die Prüfungen wurden mit zwei unterschiedlichen Versuchseinrichtungen im Doppelring-Biegeversuch (Prüffläche  $A_0 = 2,54 \text{ cm}^2$  nach DIN EN 1288-5 und  $A_1 = 2.400 \text{ cm}^2$  nach DIN EN 1288-2) durchgeführt. Anhand der roten Gerade ist zu erkennen, dass mittels Gleichung (2.46) die für die Messfläche  $A_0$  bestimmte Verteilung der Prüffestigkeiten  $\sigma_{f,A_0}$  in Richtung der Ordinatenachse parallel verschoben wird und die Biegefestigkeiten mit zufriedenstellender Übereinstimmung mit solchen der Prüffläche  $A_1 = 2.400 \text{ cm}^2$  angepasst werden können.

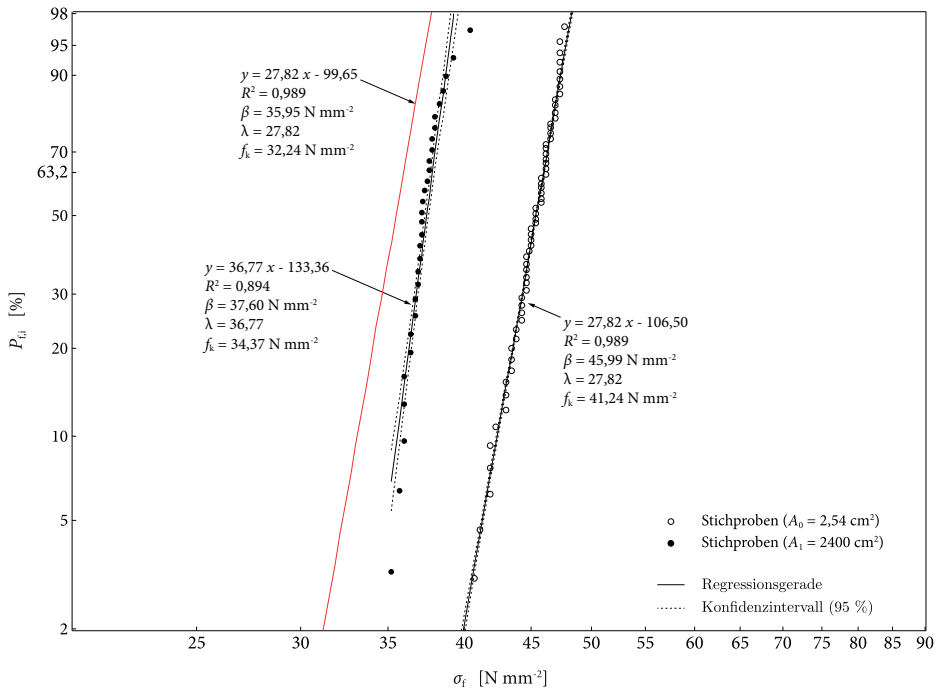
Eine Erweiterung zu diesem wahrscheinlichkeitsbasierten Ansatz bildet das *Verfahren der effektiven Spannungen*, bei welchem die betrachtete Glasplatte der Fläche  $A$  mit nicht konstanter Spannungsverteilung gedanklich in gleichmäßig beanspruchte Teilflächen  $A_i$  unterteilt wird. Die Verteilungsfunktion der Bruchwahrscheinlichkeit der aus einzelnen Teilflächen  $A_i$  zusammengesetzten Glasplatte ist dabei gegeben durch das Produkt der einzelnen Bruchwahrscheinlichkeiten. Diese Bruchwahrscheinlichkeit kann über ein Flächenintegral in eine gleichmäßig über die gesamte Glasplatte verteilte effektive Spannung

$$\sigma_{\text{eff}} = \left( \frac{1}{A} \int_A (k(x,y) \cdot \sigma_1(x,y))^\lambda dx dy \right)^{1/\lambda} \quad (2.47)$$

überführt werden (BEASON et al., 1984).

Die effektive Spannung gibt eine mittlere Spannung an, welche bezogen auf die betrachtete Gesamtfläche die gleiche Bruchwahrscheinlichkeit liefert wie die vorliegende Spannungsverteilung. Sie ergibt sich nach Gleichung (2.47) aus der Hauptspannungsverteilung. Da nur solche Spannungen wirksam sind, welche senkrecht auf die Rissufer der Oberflächendefekte wirken und von einer gleichmäßigen Verteilung der Orientierung der Oberflächendefekte ausgegangen wird, muss bei der Ermittlung der effektiven Spannung eine Korrekturfunktion  $k(x,y)$  eingeführt werden. Diese Korrekturfunktion ist vom vorliegenden Spannungszustand abhängig. Für einen zweiachsigen Spannungszustand mit  $\sigma_1 = \sigma_2$  ergibt sich ein Korrekturfaktor von  $k = 1$ . Für andere Verhältnisse ist  $k$  vom Formparameter der Weibull-Verteilung abhängig und nimmt Werte zwischen 0 und 1 an





**Abbildung 2.29** Exemplarische Weibull-Verteilungen der Biegefestigkeit von vorgeschädigtem, thermisch entspanntem Floatglas (Berieselung mit Korund; Versuchsdaten aus BLANK, 1993): Die Prüfungen wurden in unterschiedlichen Doppelring-Biegeversuchseinrichtungen (Prüffläche  $A_0 = 2,54 \text{ cm}^2$  und  $A_1 = 2.400 \text{ cm}^2$ ) durchgeführt; die rote Gerade zeigt die horizontale Verschiebung infolge der Flächenumrechnung nach Gleichung (2.46) der Biegefestigkeiten von Fläche  $A_0$  in Fläche  $A_1$

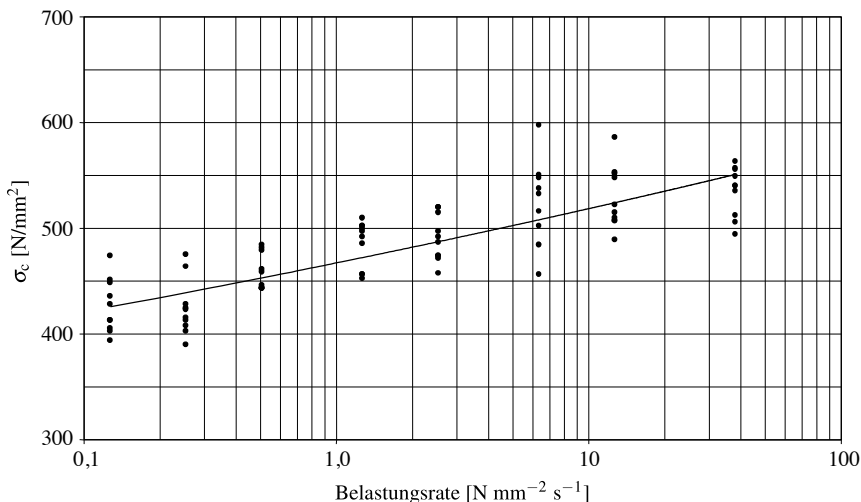
(vgl. BEASON et al., 1984). Bei der Auswertung des Integrals sind Teilbereiche mit einer Druckbeanspruchung nicht zu berücksichtigen.

Die Bemessung des Glasbauteils kann dann auf Grundlage der effektiven Spannung geführt werden. Die Genauigkeit dieser Betrachtung ist von der Einteilung der Teilflächen abhängig. Somit ist das Verfahren insbesondere für numerische Betrachtungen (z. B. FE-Berechnungen) und anschließendes Postprocessing mit entsprechend programmiertem Algorithmus nach Gleichung (2.47) geeignet. Bei diesem Ansatz wird davon ausgegangen, dass die Oberflächendefekte zufällig über die Glasoberfläche verteilt sind. Im Bereich der Glaskante bzw. bei Bohrungen im Glas ist diese Annahme herstellungsbedingt nicht zutreffend, weshalb hier auf maximale Spannungen bemessen werden sollte.

## 2.7 Druckfestigkeit von Glas

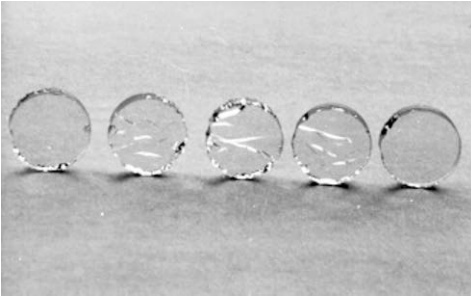
Die Druckfestigkeit von Glas stand bisher nicht im Zentrum des Interesses, da man im Konstruktiven Glasbau überwiegend biegebeanspruchte Bauteile verwendet. Die Kenntnis der einachsigen Druckfestigkeit von Floatglas kann allerdings für den Einsatz rein druckbeanspruchter Bauteile, wie z. B. Glasstützen, von Interesse sein. Auch bei Reibverbindungen im Konstruktiven Glasbau, bei denen Gläser z. B. zwischen Platten mit geeigneten Zwischenmaterialien und Schrauben eingespannt werden, kann die Druckfestigkeit des Glases für eine Bemessung maßgebend werden. Zurzeit wird bei diesen Verbindungen lediglich vorgespanntes Glas eingesetzt. Bislang existieren keine hinreichend dokumentierten Bemessungswerte für die Belastbarkeit von Glas unter einachsiger Druckbelastung. Über die Druckfestigkeit von Floatglas finden sich zwar in DIN 1249-10<sup>4</sup> grobe Angaben, wonach diese mit etwa  $700 \text{ N mm}^{-2} \leq \sigma_c \leq 900 \text{ N mm}^{-2}$  beziffert wird, jedoch belegen Untersuchungsergebnisse in FINK (2000), dass diese Angaben für Gläser ohne thermische Vorspannung unzutreffend sind (Abbildung 2.30). Über die Druckfestigkeit von thermisch vorgespanntem Glas liegen bislang keine wissenschaftlich abgesicherten Angaben vor.

Entsprechend der Prüfvorschrift in DIN 1249-10 ist die Druckfestigkeit des Glases an mindestens fünf zylindrischen Proben von 10 mm Durchmesser und Höhe mit einer Kraftanstiegsgeschwindigkeit von 3 kN/s bis 4 kN/s zu ermitteln. Auch bei Glas unter Druckbelastung kann eine deutliche Abhängigkeit der Festigkeit von der Belastungsge-



**Abbildung 2.30** Druckfestigkeit  $\sigma_c$  von Floatglas in Abhängigkeit von der Belastungsrate (FINK, 2000)

<sup>4</sup>Mittlerweile wurde DIN 1249-10 durch DIN EN 572-1 abgelöst; hierbei wird auf die Nennung einer Druckfestigkeit verzichtet.



**Abbildung 2.31** Rissbild von Glaszylindern nach konstanter Druckbelastung

schwindigkeit festgestellt werden. Die Prüffestigkeiten zeigen damit in Abhängigkeit von der Belastungsgeschwindigkeit eine ähnliche Charakteristik, wie dies aus der Materialprüfung von biegebelastetem Glas bekannt ist. Die Festigkeit für eine Dauerbelastung liegt auch hier deutlich unterhalb der Prüffestigkeit. Bei einer Druckbelastung treten Querdehnungen im amorphen Körper auf, hierbei werden molekulare Bindungen im Glasgefüge aufgebrochen, die damit vermutlich zum Auslöser für ein submikroskopisches Wachstum von Rissen werden können (Abbildung 2.31). Wird eine kalkulierte Lasteinwirkungsdauer von etwa 50 Jahren zugrunde gelegt, so ist mit einer Festigkeitsminderung um den Faktor 3 gegenüber der Prüffestigkeit zu rechnen (FINK, 2000).

Glasbau

Grundlagen, Berechnung, Konstruktion

Schneider, J.; Kuntsche, J.K.; Schula, S.; Schneider, F.;

Wörner, J.-D.

2016, XIX, 466 S. 270 Abb., 129 Abb. in Farbe.,

Hardcover

ISBN: 978-3-540-28476-5