

## Geleitwort

Das Prinzip der fortschreitenden Schematisierung als Gestaltungsprinzip für aktive Wege vom inhaltlichen Denken zum Kalkül ist zwar in der Grundschuldidaktik wohl bekannt und als zentral herausgearbeitet, dennoch gibt es für die Sekundarstufendidaktik wenige Ansätze zur Übertragung, und zwar weder theoretisch noch unterrichtspraktisch. Empirische Analysen solcher Schematisierungsprozesse sind ebenfalls bislang kaum bekannt.

Die vorliegende Dissertation schließt daher eine wichtige Forschungslücke, indem sie (1) einen substantiellen Beitrag zur **theoretischen** Fundierung des Prinzips leistet, (2) eine **unterrichtspraktische** Umsetzung für den exemplarisch gewählten Lerngegenstand „Bestimmen des Anteils vom Anteil“ heranzieht und (3) diese **empirisch** sehr detailliert anhand der individuellen Prozesse von neun Paaren von in mehrstündigen Designexperimenten beforstet. Dabei reflektiert die Arbeit genau die Grenzen einer lokalen, empirisch fundierten Theoriebildung und weist angemessene Anschlussstellen für Folgearbeiten aus. Insgesamt ergibt sich damit eine Arbeit, die einen theoretisch substantiellen Beitrag zu einem hoch relevanten Thema liefert, der empirisch kreativ bearbeitet ist und originelle Einsichten liefert.

Ausgehend von den mathematikhistorisch gewonnenen Spezifizierungen, was ein Kalkül eigentlich ist, wird das Verhältnis von inhaltlichem Denken und Kalkül genauer beleuchtet und dabei drei progressive Stufen von möglichen Lernzielen herausgearbeitet: den *nutzbaren Kalkül* (die Beherrschung der Rechenregel), den *interpretierbaren oder anwendbaren Kalkül* (flexibler Wechsel zwischen inhaltlichem Denken und Kalkül) und den *begründbaren Kalkül* (Aktivierung inhaltlichen Denkens für die Begründung des Kalküls). Für das letzte Ziel muss der Weg hin zum Kalkül nicht als Ablösung vom inhaltlichen Denken, sondern als wieder auffaltbare Verdichtung konzeptualisiert werden. Aus dieser Idee wird eine Beschreibungssprache entwickelt, um die interne Denkentwicklung und die Veränderung der externen Repräsentationen und Handlungen zu beschreiben und in ihrem Zusammenspiel zu verstehen. Interne Denkmuster werden mit dem Analyseinstrument der begrifflichen Felder von Vergnaud rekonstruiert und zusammen mit externen Charakteristika von Handlungen beschreibbar.

Auf dieser Grundlage wird die Progression im Prozess der Schematisierung detailliert in verschiedenen Teilhandlungen (Handlungsaufgaben) empirisch rekonstruiert, wie sie von den jeweils in mehreren Schematisierungsstufen durchlaufen werden. Dazu zeigt sich, dass die individuellen Prozesse der fortschreitenden Schematisierung mit vielfältigen Prozessen der internen Denkentwicklung einhergehen. Die Vielfalt der rekonstruierten Prozesse erklärt auch, warum es bislang keine einheitliche einfache Definition des Prinzips der fort-

schreitenden Schematisierung gibt, sondern unterschiedliche Schwerpunktsetzungen je nach Lerngegenstand.

Durch Kontrastierung wird eine wesentliche Gelingensbedingung für die Begründbarkeit des Kalkülwissen herausgearbeitet: Lernende können vor allem dann einen *begründbaren Kalkül* entwickeln, wenn relevante Elemente des Begründungswissens bereits vor der Regelfindung konstruiert oder entdeckt sind. Diese Gelingensbedingung ist unterrichtspraktisch bedeutsam, da sie für die Komplexität des Zusammenspiels von inhaltlichem Denken und Kalkül sensibilisiert. Sie sollte daher in weiteren Studien für andere Lerngegenstände systematischer untersucht werden.

Insgesamt ergibt sich damit ein sehr einsichtsvolles und komplexes Bild über einen bislang wenig beforschten Typ von Lernprozessen mit seinen typischen Verläufen und Hürden, Wirkungsweisen und Gelingensbedingungen. Die Ergebnisse leisten einen substantiellen Beitrag zur Theoriebildung und sind gleichzeitig von hoher praktischer Relevanz, die sich durch unmittelbare Umsetzung in einem Praxisprojekt ausdrücken.

Ich wünsche ihr daher viele Leserinnen und Leser und Adaptionen auf andere mathematische Themengebiete.



Susanne Prediger

Individuelle Prozesse der fortschreitenden  
Schematisierung

Empirische Rekonstruktionen zum Anteil vom Anteil

Glade, M.

2016, XIV, 291 S. 62 Abb. in Farbe., Softcover

ISBN: 978-3-658-11253-0