

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theorie des Lerngegenstandes: Konzeptualisierungen zum Zusammenspiel von Kalkül und inhaltlichem Denken.....	5
2.1	Klärungen zum Kalkül als Teil des Lerngegenstandes	6
2.1.1	Aus mathematikhistorischen Analysen abgeleitete Bedingungen für Kalküle	6
2.1.2	Kalküle und Algorithmen.....	8
2.1.3	Grundvorstellungen als Konzeptualisierung der Voraussetzung für inhaltliches Denken.....	11
2.1.4	Implikationen: Arten des Bezuges von Kalkül und Vorstellung	14
2.2.	Konkretisierung der Analysen für den Lerngegenstand Bestimmung des Anteils vom Anteil	16
2.2.1	Anteil vom Anteil als Grundvorstellung der Multiplikation	17
2.2.2	Konkretion der Lernziel-Stufen beim Anteil vom Anteil.....	19
3	Theorie der Lernwege.....	27
3.1	Lernwege vom inhaltlichen Denken zum Kalkül	27
3.1.1	Fortschreitende Schematisierung nach Treffers	28
3.1.2	Einordnung des didaktischen Prinzips der fortschreitenden Schematisierung im Rahmen der Realistic Mathematics Education	31
3.1.3	Fortschreitende Schematisierung als vertikale Mathematisierung: Progression in Ebenen	35
3.1.4	Modelle als vertikale Vehikel und wie sie funktionieren sollen.....	38
3.1.5	Erstes Resümee zur Theorie der Lernwege.....	40
3.2	Lernwege zum kalkülhaften Bestimmen des Anteils vom Anteil	41
3.2.1	Ausgewählte Aspekte des Forschungsstands zu Lernwegen zum Anteil vom Anteil	41
3.2.2	Handlungsregeln zur Konzeption eines fortschreitend schematisierenden Lernwegs zum kalkülhaften Bestimmen des Anteils vom Anteil	42
3.2.3	Konkret konzipierter Lernweg.....	46
3.3	Forschungsstand zu individuellen Verläufen von Schematisierungsprozessen	49

3.3.1	Forschungsstand zur Untersuchung von Prozessen fortschreitender Schematisierung.....	50
3.3.2	Mögliche Fokussetzungen bei der Beschreibung von Schematisierungsprozessen.....	50
3.3.3	Veränderung der Nutzung externer Darstellungen als relevantes Element von Schematisierungsprozessen am Beispiel von Radfords Theorie	52
3.3.4	Interne Denkentwicklung als relevantes Element von Schematisierungsprozessen am Beispiel von Aebli's Theorie	54
3.3.5	Zusammenspiel von Verdichtung und Kontraktion.....	60
3.4	Verschiedene Konzeptualisierungen von Ebenen im Schematisierungsprozess	64
3.5	Beschreibung von Schematisierungsprozessen mit zentralen Konstrukten aus Vergnauds Theorie der konzeptuellen Felder.....	68
3.5.1	Zentrale Konstrukte aus Vergnauds Theorie der begrifflichen Felder	68
3.5.2	Einordnung und Adaption von Vergnauds Analyserahmen.....	71
3.5.3	Adaption des Analyseinstruments	72
3.5.4	Formulierung der zentralen Definition und des Erkenntnisinteresses.....	73
4	Methodik	77
4.1	Entwicklungsforschung als Rahmen der Studie	77
4.2	Forschungsdesign	78
4.2.1	Verortung des eigenen Forschungsprojekts in KOSIMA	78
4.2.2	Datenerhebung: Durchführung von Designexperimenten.....	79
4.3	Methoden der Datenauswertung	85
4.3.1	Schritt 1: Erstellung des Datenkorpus und Sampling	85
4.3.2	Schritt 2: Basisanalyse mit Vergnauds Konstrukten.....	85
4.3.3	Schritt 3: Konsolidierung der rekonstruierten Konzepte durch Vergleich	88
4.3.4	Schritt 4: Kategorienbildung als Produkt der Konsolidierung	88
4.3.5	Schritt 5: Restrukturierung des Analyseinstruments und Anwendung auf Nichtfokuspaare	91
4.3.6	Schritt 6: Generierung von Schematisierungsstufen in Handlungsaufgaben	93
4.3.7	Schritt 7: Rekonstruktion von typischen Schematisierungsschritten.....	94
4.3.8	Schritt 8: Rekonstruktion von Hürden und Gelingensbedingungen in Schematisierungsprozessen.....	95

5	Exemplarische Analyse eines Prozesses der fortschreitenden Schematisierung	97
5.1	Schematisierungsprozesse bei den Stammbrüchen.....	99
5.1.1.	Analyse der Bearbeitung der ersten Aufgabe zu Stammbrüchen	99
5.1.2.	Analyse der Bearbeitung der zweiten Aufgabe zu Stammbrüchen	103
5.1.3.	Analyse der Bearbeitung der dritten Stammbruch-Aufgabe	109
5.1.4.	Analyse der Bearbeitung der vierten Stammbruch-Aufgabe	114
5.1.5.	Analyse der Bearbeitung der fünften Stammbruch-Aufgabe	116
5.1.6.	Analyse der Bearbeitung der sechsten Stammbruch-Aufgabe	118
5.1.7.	Analyse der Bearbeitung der siebten Stammbruch-Aufgabe	120
5.1.8.	Analyse des alternativen Lösungsweges zur 7. und 8. Stammbruch- Aufgabe	122
5.1.9.	Analyse der weiteren Bearbeitung der achten Stammbruch-Aufgabe	125
5.1.10	Zusammenfassung der Schematisierungsprozesse von David und Jules zu Stammbrüchen.....	128
5.2	Nichtstammbrüche.....	129
5.2.1.	Analyse der Bearbeitung der ersten Nichtstammbruch-Aufgabe	129
5.2.2.	Analyse der Bearbeitung der zweiten Nichtstammbruchaufgabe	136
5.2.3	Analyse der Bearbeitung der dritten Nichtstammbruchaufgabe ..	139
5.2.4	Analyse der Bearbeitung der vierten Nichtstammbruchaufgabe..	140
5.2.5	Analyse der Bearbeitung der fünften Nichtstammbruchaufgabe mit Regelfindung	142
5.2.6	Analyse der Bearbeitung der sechsten und siebten Nichtstammbruchaufgabe: Begründung der Regel	144
5.2.7	Zusammenfassung der Schematisierungsprozesse von David und Jules zu Nichtstammbrüchen	146
6	Schematisierungsstufen	149
6.1.	Chronologie der Stufen für alle Paare	150
6.2	Schematisierungsstufen in der Handlungsaufgabe <i>Ganzes Finden</i>	155
6.2.1	Stufe F1: Unbestimmtes Ganzes nehmen	155
6.2.2	Stufe F2: Orientierung des Ganzen an einem Anteil.....	158
6.2.3	Stufe F3: Orientierung des Ganzen an beiden Anteilen	160
6.2.4	Stufe F4: Als Seitenlängen die Zahl im Nenner nutzen	162

6.2.5	Zusammenfassung der Schematisierungsstufen F1 bis F4 in der Handlungsaufgabe <i>Ganzes Finden</i>	163
6.3	Schematisierungsstufen in der Handlungsaufgabe <i>Ganzes Einteilen</i>	164
6.3.1	Stufe E1: Vollständige Einteilungen ausprobieren	164
6.3.2	Stufe E2: Anteilskonzept inhaltlich vorstrukturierend nutzen	166
6.3.3	Stufe E3: Einteilen mit Kästchenspalten bzw. -zeilen	169
6.3.4	Stufe E4: Weitere Einsichten beim Einteilen nutzen	170
6.3.5	Zusammenfassung der Schematisierungsstufen E1 bis E4 in der Handlungsaufgabe <i>Ganzes Einteilen</i>	171
6.4	Schematisierungsstufen in der Handlungsaufgabe <i>Ablesen des Anteils vom Anteil</i>	172
6.4.1	Stufe A1 bzw. A'1: Kästchen / Einheiten zählen	172
6.4.2	Stufe A2 bzw. A'2: Zeilenweise/spaltenweise addieren	176
6.4.3	Stufe A3 bzw. A'3: multiplizieren	177
6.4.4	Zusammenfassung zu den Schematisierungsstufen in der Handlungsaufgabe <i>Ablesen des Anteils vom Anteil</i>	178
6.5	Schematisierungsstufen in der Handlungsaufgabe <i>Kalkülieren</i>	179
6.5.1	Stufe K0: Fortgesetzt äußere Darstellungen nutzen	179
6.5.2	Stufe K1: Relevanter Strukturelemente (relevante Zahlen und Operationen) im Kopf vorstellen	181
6.5.3	Stufe K2: Kalkülmäßig multiplizieren ohne an Rechtecke oder Anteile zu denken	183
6.5.4	Stufe K3: Kalkülmäßige Multiplikation begründen	184
6.5.5	Vergleichende Auswertung der drei Wege und Vernetzung mit Lernziel-Stufen	186
6.5.6	Zusammenfassung der Schematisierungsstufen in der Handlungsaufgabe <i>Kalkülieren</i>	187
7	Schematisierungsschritte	191
7.1	Schematisierungsschritte in der Handlungsaufgabe <i>Ganzes Finden</i>	194
7.1.1	Schematisierungsschritte von Stufe F1 zu Stufe F2	194
7.1.2	Schematisierungsschritte von Stufe F2 zu Stufe F3	196
7.1.3	Schematisierungsschritte von Stufe F3 zu Stufe F4	199
7.1.4	Resümee der Entwicklungen in der Handlungsaufgabe <i>Ganzes Finden</i>	203
7.2	Schematisierungsschritte in der Handlungsaufgabe <i>Ganzes Einteilen</i>	205

7.2.1	Schematisierungsschritte von Stufe E1 zu Stufe E2	206
7.2.2	Schematisierungsschritte von Stufe E2 zu Stufe E3	208
7.2.3	Schematisierungsschritte von Stufe E3 zu Stufe E4	212
7.2.4	Resümee der Entwicklungen in der Handlungsaufgabe <i>Ganzes Einteilen</i>	216
7.3	Schematisierungsschritte in der Handlungsaufgabe <i>Ablesen des Anteils vom Anteil</i>	217
7.3.1	Schematisierungsschritte von Stufe A1 zu A3	218
7.3.2	Schematisierungsschritte von A2 zu A3	219
7.3.3	Resümee der Entwicklungen in der Handlungsaufgabe <i>Ablesen des Anteils vom Anteil</i>	221
7.4	Schematisierungsschritte in der Handlungsaufgabe <i>Kalkülisieren</i> ...	222
7.4.1	Schematisierungsschritte zu Stufe K1	223
7.4.2	Schematisierungsschritte von Stufe K1 zu K2	229
7.4.3	Schematisierungsschritt von K2 zu K3	236
7.4.4	Resümee der Entwicklungen in der Handlungsaufgabe <i>Kalkülisieren</i>	240
7.5	Gesamtresümee der Schematisierungsschritte und Auswertung für das Verständnis von Schematisierung	242
8	Hürden im Prozess der fortschreitenden Schematisierung	247
8.1	Lokale Hürden: Fehlvorstellungen beim Anteil vom Anteil	247
8.1.1	Fehlvorstellung Bruch als absoluter Anteil	248
8.1.2	Fehlvorstellung Nenner als Anzahl von Elementen in einer Einheit	249
8.1.3	Fehlvorstellung „Beziehen beider Anteile auf das gleiche Ganze“	250
8.1.4	Resümee und Konsequenzen für das Design	251
8.2	Hürden und Gelingensbedingungen für den Prozess der fortschreitenden Schematisierung	253
8.2.1	Begründbarer Kalkül als Zielkriterium für Gelingensbedingungen erfolgreicher Schematisierungsprozesse	253
8.2.2	Hürden in der Handlungsaufgabe <i>Kalkülisieren</i>	254
8.2.3	Fallkontrastierung zur Generierung einer Gelingensbedingung ..	259
8.2.4	Gelingensbedingung für Schematisierung hin zum begründeten Kalkül: Vorhandensein von relevanten Elementen des Begründungswissens vor der Regelfindung	264
9	Ergebnisse und Reflexion	269

9.1	Darstellung der Ergebnisse im Überblick	269
9.2	Grenzen der Untersuchung	274
9.3	Reflexion in Bezug auf den gewählten Theorierahmen.....	275
9.4	Weiterführende Fragestellungen und Perspektiven	276
10	Literaturverzeichnis.....	279
11	Anhang	291

Individuelle Prozesse der fortschreitenden
Schematisierung

Empirische Rekonstruktionen zum Anteil vom Anteil

Glade, M.

2016, XIV, 291 S. 62 Abb. in Farbe., Softcover

ISBN: 978-3-658-11253-0