

2. Risikoparameter Ausfall, Verlustrate und Forderungshöhe bei Ausfall

Kreditrisiko bezeichnet das Risiko, dass sich der Wert eines Kreditportfolios wegen unerwarteter Veränderungen der Kreditqualität der Emittenten ändert [McNeil et al., 2005]. Man unterscheidet zwei Arten von Kreditrisiken: Ausfallrisiko und Bonitätsrisiko. Das Ausfallrisiko beschreibt die Gefahr, dass ein Kreditnehmer die vertraglich vereinbarten Zins- und Tilgungszahlungen nicht oder nur teilweise leistet. Zusätzlich besteht die Gefahr, dass durch eine Verschlechterung der Bonität des Kreditnehmers die Ausfallwahrscheinlichkeit steigt. Diese Ratingmigrationen führen insbesondere bei Wertpapieremittenten zu Wertschwankungen des Portfolios. Darunter versteht man das Bonitätsrisiko. Da das Kreditrisiko einen erheblichen Anteil am Gesamtbankrisiko ausmacht, ist das Management von Kreditrisiken, auch abseits der Vorschriften von Basel II beziehungsweise zukünftig Basel III, von Interesse für die Banken. Indem eine Bank ihre Kreditrisiken identifiziert, bewertet und transparent offenlegt, sichert sie ihre Wettbewerbsfähigkeit und fördert ihre Reputation am Markt. Für eine allgemeine Einführung in das quantitative Risikomanagement, insbesondere für Kreditrisiken und Kreditportfoliomodelle, werde auf [McNeil et al., 2005] verwiesen. Des Weiteren ist auch [Bluhm et al., 2010] zu nennen.

Die folgenden Notationen seien für die gesamte Arbeit gültig. Die Dimension einer reellen Zufallsvariablen $X : (\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P}) \rightarrow (\mathbb{R}^d, \mathcal{B}(\mathbb{R}^d), \mathbb{P} \circ X^{-1})$ werde mit $d \in \mathbb{N}$ betitelt. Dabei ist $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ der zu Grunde liegende Wahrscheinlichkeitsraum mit Grundmenge $\Omega \neq \{\}$, σ -Algebra $\mathcal{A}$ und Wahrscheinlichkeitsmaß $\mathbb{P}$ auf $\mathcal{A}$. $\mathcal{B}(\mathbb{R}^d)$ steht für die Borel- σ -Algebra auf $\mathbb{R}^d$. (Zufalls-)Vektoren aus dem $\mathbb{R}^d$ mit $d = 2, 3, \dots$ werden mit dick gedruckten Variablen dargestellt, univariate Zufallszahlen oder Skalare hingegen mit normaler Strichstärke. Für $i \in \{1, \dots, d\}$ werde mit X_i die Zufallsvariable gleich der i . Komponente aus $X = (X_1, \dots, X_d)$ bezeichnet. Analog gilt dies für die (multivariate) Verteilungsfunktion $F : \mathbb{R}^d \rightarrow [0, 1]$ sowie bei

Existenz für die Dichtefunktion $f : D \subset \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$ der Zufallsvariablen X mit Domain D . Die Quantilsfunktion einer univariaten Verteilung F ist definiert als $F^* : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ mit $u \mapsto \inf \{x \in \mathbb{R} | F(x) \geq u\}$. Für stetige Verteilungen ist diese identisch mit der Inversen F^{-1} .

Man betrachte ein Portfolio $\mathcal{P} := \{1, \dots, N\}$ aus $N \in \mathbb{N}$ Geschäftspartnern $i = 1, \dots, N$. Dabei werde angenommen, dass das Portfolio auf Kreditnehmerebene aggregiert ist. Auf diese Weise ist es ausgeschlossen, dass zwei Positionen beziehungsweise Geschäfte desselben Schuldners existieren. Kreditrisikomodelle schreiben einem Kreditengagement folgende Größen zu: Das Ereignis des Ausfalls F_i eines Schuldners ist mit Unsicherheit behaftet und besitzt die Wahrscheinlichkeit $PD_i \in (0, 1)$. Die Ausfallwahrscheinlichkeit (Probability of Default) kann aus historischen Ausfällen der entsprechenden Ratingklasse geschätzt werden. Die Zufallsvariable $\mathbf{1}_{F_i} \sim \text{Bern}(PD_i)$ beschreibt, ob der Ausfall von i eintritt ($\mathbf{1}_{F_i} = 1$) oder nicht ($\mathbf{1}_{F_i} = 0$).

Fällt ein Kreditengagement aus, ergibt sich der Verlust aus der ausstehenden Forderung zum Zeitpunkt des Ausfalls $EAD_i \in (0, \infty)$ (Exposure at Default) und der Verlustrate $LGD_i \in (0, 1)$ (Loss given Default). Die Verlustrate entspricht dem prozentualen Anteil der Forderung, den die Bank bei Eintritt des Ausfallereignisses nicht mehr zurückerhält. Das beinhaltet sowohl die Verwertung von Sicherheiten als auch eine mögliche Insolvenzquote. Diese Größe kann erst nach Ausfall konkret bestimmt werden und wird daher zum Beispiel in Abhängigkeit von der Produkt- beziehungsweise Sicherheitenart aus historischen Ausfällen ermittelt. Anstelle der Verlustrate wird auch oft der Begriff Erholungsrate beziehungsweise Recovery Rate geführt. Diese berechnet sich als: $RR_i = 1 - LGD_i$. Der Potentielle Verlust im Sinne der Erwartungswerte (Potential Loss) wird mit $PL_i = E[EAD_i] \cdot E[LGD_i]$ bezeichnet. Die Variablen der Forderungshöhe bei Ausfall und der Verlustrate sind stochastisch und werden in dieser Arbeit auch als solche behandelt. Der Verlust eines Schuldners ohne Berücksichtigung von Migrationsrisiken berechnet sich als:

$$L_i = EAD_i \cdot LGD_i \cdot \mathbf{1}_{F_i}.$$

In besonderem Interesse steht die Verteilung des Portfolioverlust L . Dieser ergibt sich als die Summe der Einzelverluste:

$$L := \sum_{i=1}^N L_i = \sum_{i=1}^N EAD_i \cdot LGD_i \cdot \mathbf{1}_{F_i}.$$

Abbildung 2.0.1 stellt eine typische Dichtefunktion einer hypothetischen Verlustverteilung mit einigen Risikokennzahlen dar. Die stetige Verteilung

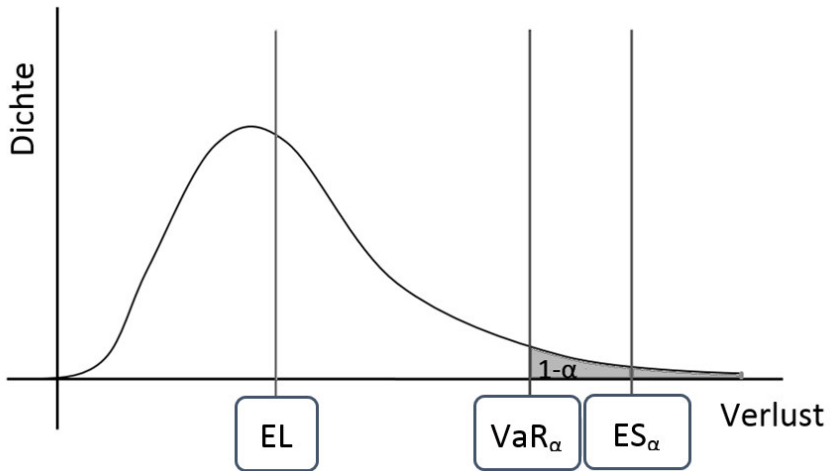


Abb. 2.0.1 Portfolioverlustverteilung mit Risikokennzahlen

suggeriert, dass Verluste aller Größenordnungen bis hin zu einer oberen Schranke möglich sind. Falls die Verlustrate oder die Forderungshöhe bei Ausfall eine stochastische Größe ist und eine stetige Verteilung besitzt, ist dies korrekt. Für eine deterministische Verlustrate und Forderungshöhe bei Ausfall ist dies bei großen Portfolios approximativ gültig. Die eingetragenen Kennzahlen sind: $EL := E[L]$ gibt den Erwarteten Verlust an. Im Fall von Unabhängigkeit der Risikoparameter vereinfacht sich der Ausdruck zu: $EL = \sum_{i=1}^N E[EAD_i] \cdot E[LGDi] \cdot E[\mathbf{1}_{F_i}]$. Des Weiteren gibt $VaR_\alpha := F_L^*(\alpha)$ für $\alpha \in (0, 1)$ das α -Quantil der Verlustverteilung an und wird mit Value at Risk zum Niveau α bezeichnet. Dabei steht F_L^* für die Quantilsfunktion der Verlustverteilung F_L und entspricht für stetige Verteilungen der Inversen F_L^{-1} der Verteilungsfunktion. Das eigentliche Kreditrisiko versteht man als die Abweichung des tatsächlichen Verlustes vom Erwarteten Verlust, weil der Erwartete Verlust bereits durch die Kreditkosten (insbesondere durch eine entsprechende Wahl der Zinsen) kompensiert wird. Um solche Verluste abzufangen, muss dieses Risiko mit ausreichend Eigenkapital hinterlegt werden. Das Ökonomische Kapital (Economic Capital) zum Niveau α berechnet sich als: $EC_\alpha := VaR_\alpha - EL$. Der Value at Risk ist in der Finanzwelt die gängigste Größe zur Quantifizierung des Risikos. Jedoch ist der Value at Risk nicht subadditiv und damit nicht kohärent [Bloom et al., 2010]. Ein kohärentes Risikomaß, das zusätzlich verwendet werden kann, ist der Expected Shortfall zum Niveau α :

$ES_\alpha := E[L|L \geq VaR_\alpha] + VaR_\alpha \cdot (1 - \alpha - \mathbb{P}(L \geq VaR_\alpha))$. Dieser setzt sich aus dem Erwarteten Verlust bei Überschreitung des VaR_α plus einem Korrekturterm für den Fall, dass F_L nicht stetig ist an der Stelle $F_L^{-1}(\alpha)$.

Eine Herausforderung des Kreditrisikomanagements ist die Rolle der Abhängigkeitsmodellierung. Das gemeinsame Auftreten von überdurchschnittlich vielen Ausfällen in einem gegebenen Portfolio stellt ein nicht zu vernachlässigendes Risiko dar. Die Abhängigkeitsstruktur zwischen den Ausfällen der Kreditnehmer hat einen entscheidenden Einfluss auf die Verlustverteilung des Portfolios. Typischerweise führt eine stärkere Abhängigkeit bei der Verlustverteilung dazu, dass der Modus nach links rutscht und der rechte Rand schwerer wird. Solche Abhängigkeiten basieren auf zwei Gründen: Zum Einen werden verschiedene Unternehmen durch gemeinsame makroökonomische Faktoren beeinflusst, zum Anderen können direkte Geschäftsbeziehungen unter diesen existieren. Für große Portfolios wird angenommen, dass letztgenannte Risiken vernachlässigbar sind. Die Abhängigkeit aufgrund gemeinsamer Faktoren ist jedoch von großer Bedeutung. Neben dem Ausfall der Schuldner sind auch die anderen beiden Variablen, die Verlustrate und die Forderungshöhe bei Ausfall entscheidend. Werden diese in Kreditportfoliomodellen aus Gründen der Vereinfachung als deterministisch angenommen, wird der Einfluss dieser Größen sowohl im Einzelnen, als auch deren Beziehung untereinander und zur Ausfallwahrscheinlichkeit vernachlässigt. Beispielsweise ist es vorstellbar, dass sich im Zuge eines konjunkturellen Abschwungs sowohl die Kreditwürdigkeit eines Schuldners, als auch der Wert der Sicherheiten negativ entwickeln. Ein empirischer Überblick über die Beziehung von Verlustrate und Ausfall beziehungsweise Forderungshöhe bei Ausfall und Ausfall in Kapitel 4 bestätigt die Notwendigkeit, diese Größen und deren Beziehungen in die Modellierung miteinzubeziehen.

2.1 Die Forderungshöhe bei Ausfall

Die Höhe der Forderungen zum Zeitpunkt des Ausfalls eines Schuldners wird auch mit Exposure at Default EAD bezeichnet. Für bilanzielle Forderungen, zum Beispiel Darlehen, entspricht dies dem aktuell in Anspruch genommenen Kreditbetrag. Außerbilanzielle Geschäfte, zum Beispiel Kreditlinien, bestehen aus zwei Teilen, der Inanspruchnahme (bilanziell) und der freien Linie (außerbilanziell) [Taplin et al., 2007, BCBS, 2006]. Hierbei wird nicht zu Vertragsbeginn der Forderungsbetrag vereinbart, sondern

eine maximale Kredithöhe zugesagt, welche der Kreditnehmer in Anspruch nehmen kann. Damit ist die Höhe der Forderungen zum Ausfallszeitpunkt zufällig. Zur Bestimmung der Forderungshöhe bei Ausfall ist die Höhe der Ausnutzung der Kreditlinie zu schätzen. Dies wird durch Multiplikation der offenen Linie mit dem Kreditumrechnungsfaktor (Credit Conversion Factor) $CCF_i \in (0, 1)$ erreicht. Dadurch wird der Anteil der freien Linie, welcher noch nicht ausgezahlt worden ist, jedoch durch den Schuldner vor dem Ausfall gezogen wird, geschätzt. Dann gilt:

$$EAD_i = \text{Inanspruchnahme}_i + CCF_i \cdot \text{offene Linie}_i,$$

siehe auch Abbildung 2.1.1. Der Kreditumrechnungsfaktor wird auch Loan Equivalent oder Usage given at Default genannt. Einige Werke definieren den Kreditumrechnungsfaktor anders, beispielsweise als Konversionsfaktor für den gesamten zugesagten Betrag oder die aktuelle Inanspruchnahme. Im Folgenden steht der Kreditumrechnungsfaktor jedoch ausschließlich für den Faktor, der auf die offene Linie angewandt wird. Dies entspricht auch dem Kreditumrechnungsfaktor der Eigenkapitalvereinbarung Basel II [Taplin et al., 2007, BCBS, 2006]. Der Faktor, der auf den gesamten zugesagten Betrag angewandt wird, werde mit Relative Inanspruchnahme bei Ausfall $RELI_i \in (0, 1)$ bezeichnet. In diesem Fall ergibt sich die Forderungshöhe bei Ausfall als

$$EAD_i = RELI_i \cdot \text{Zugesagter Betrag}_i.$$

Die Modellierung dieser Arbeit verwendet zur Spezifikation der Forderungshöhe bei Ausfall den Faktor der Relativen Inanspruchnahme bei Ausfall. Es sei jedoch daraufhingewiesen, dass sich die Schätzmethode der verschiedenen Faktoren ineinander überführen lassen und damit austauschbar sind.

2.2 Die Verlustrate im Kontext von Verwertungserlös- und Einbringungsquote

Der Verlust bei Ausfall ist bisher mit der Verlustrate quantifiziert worden. Eine differenziertere Betrachtung lässt sich mittels Verwertungserlös- und Einbringungsquote erreichen. Dabei wird berücksichtigt, in welchem Ausmaß Erlöse noch im Laufe der Abwicklung erzielt werden können. Es findet eine Unterscheidung der Erlöse bei der Verwertung von Sicherheiten und den sonstigen Zahlungen statt, welche nach Sicherheitenverwertung noch

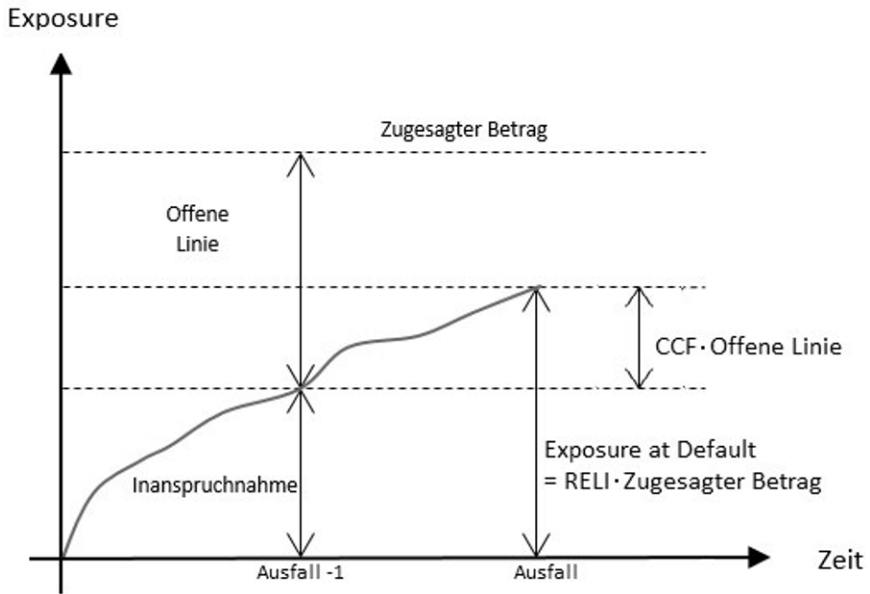


Abb. 2.1.1 Forderungshöhe bei Ausfall (Exposure at Default) im Zusammenhang mit Kreditumrechnungsfaktor und Relative Inanspruchnahme bei Ausfall

eingehen. Die Verwertungserlösquote $VEQ_i \in (0, 1)$ bezeichnet das Verhältnis des Erlöses aus der Sicherheitenverwertung zu dem zuletzt angesetzten Wert der Sicherheit. Die Einbringungsquote $EBQ_i \in (0, 1)$ gibt hingegen an, welcher Anteil der nach Sicherheitenverwertung noch ausstehenden Restschuld durch sonstige Zahlungseingänge abzüglich anrechenbarer Kosten (z.B. Abwicklungs- und juristische Kosten) beglichen wird [Eller et al., 2010]. Damit ergibt sich der Verlust eines Kreditnehmers als:

$$L_i = (EAD_i - \text{Sicherheitenwert}_i \cdot VEQ_i) \cdot (1 - EBQ_i).$$

Es sei eine deterministische Besicherungsquote $q \in [0, 1]$ gegeben, welche den Wert der Sicherheiten mit der Forderungshöhe bei Ausfall ins Verhältnis setzt. Bewertungsgrundlage für die Sicherheiten ist in der Regel der Marktwert. In diesem Fall lässt sich das Konzept der Verwertungserlös- und Einbringungsquote in das der Verlustrate überführen:

$$\begin{aligned}
 L_i &= (EAD_i - q \cdot EAD_i \cdot VEQ_i) \cdot (1 - EBQ_i) \\
 &= EAD_i \cdot (1 - q \cdot VEQ_i) \cdot (1 - EBQ_i) \\
 &= EAD_i \cdot LGD_i.
 \end{aligned}$$

Damit ergibt sich die Verlustrate aus der Besicherungsquote, der Verwertungserlös- und der Einbringungsquote als:

$$LGD_i = (1 - q \cdot VEQ_i) \cdot (1 - EBQ_i). \quad (2.2.1)$$

Das schrittweise Vorgehen zur Bestimmung des Verlustes bei Ausfall wird in Abbildung 2.2.1 nochmals übersichtlich dargestellt.

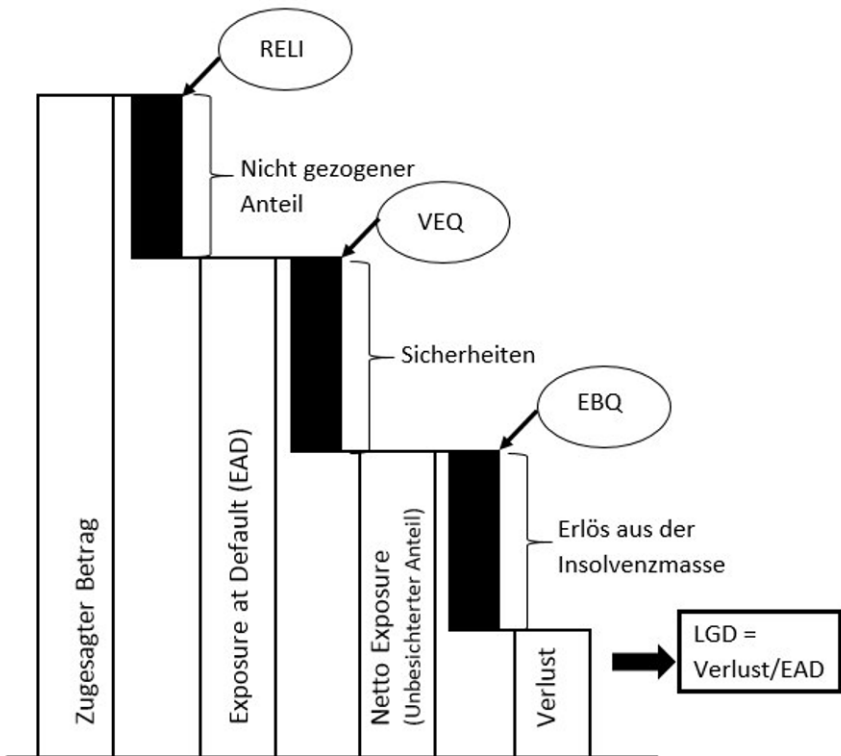


Abb. 2.2.1 Schrittweise Bestimmung des Verlustes

Wie oben beschrieben werden üblicherweise die Risikoparameter Relative Inanspruchnahme bei Ausfall, Verwertungserlösquote und Einbringungsquote nur für ausgefallene Schuldner definiert. Die Modelle dieser Arbeit weichen von dieser Konvention ab und orientieren sich an den Ausführungen zum “potential LGD” bei Pykhtin [2003]. Die hier behandelten Risikoparameter stehen ausschließlich für die möglichen Werte bei Ausfall, unabhängig davon, ob der Schuldner ausgefallen ist oder nicht. Die Risikoparameter sind jedoch nur für ausgefallene Schuldner beobachtbar. Diese Beobachtungen entsprechen dann der Vorstellung der konventionellen Risikoparameter. Für eine ausführlichere Erläuterung siehe Kapitel 7.1.

Das Ziel dieser Arbeit ist es, neben den Abhängigkeiten der Ausfälle verschiedener Schuldner auch die Abhängigkeiten der verschiedenen Risikoparameter untereinander zu berücksichtigen. Damit wird eine ganzheitliche Betrachtung des Zusammenspiels der Risikogrößen Ausfall, Relative Inanspruchnahme bei Ausfall, Verwertungserlösquote und Einbringungsquote geschaffen. Des Weiteren besteht neben der Modellierung dieser Abhängigkeiten die Absicht, diesen Ansatz auf Kreditrisikomodelle anzuwenden. Stellvertretend wird hier das CreditMetricsTM-Modell behandelt, welches im Folgenden vorgestellt wird.

Kreditportfoliomodellierung

Abhängigkeiten zwischen Ausfallwahrscheinlichkeit,
Verlustrate und Forderungshöhe

Eckert, J.

2016, XI, 117 S. 14 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-658-12113-6