

Ruhende Flüssigkeiten und Gase

2

2.1	Der hydrostatische Druck	24
2.2	Kompressibilität	26
2.3	Auftrieb	27
2.4	Flüssigkeitsoberflächen, Kapillarität	28
	Übungsaufgaben	31

2.1 Der hydrostatische Druck

Das mechanische Verhalten von Flüssigkeiten und Gasen ist dadurch gekennzeichnet, dass sie keine statische Schubfestigkeit besitzen, andernfalls würden sie nicht beginnen, zu fließen. In ruhenden Flüssigkeiten und Gasen können daher keine Schubspannungen bestehen:

$$\tau = 0 \quad (2.1)$$

in ruhenden Flüssigkeiten.

Die Folge ist, dass eine mechanische Spannung nur in Form eines *allseitigen Drucks* bestehen kann, der auch als **hydrostatischer Druck** bezeichnet wird.

In einem Gefäß (Abb. 2.1) befinde sich eine Flüssigkeit mit der Dichte ρ . Das Gefäß sei oben mit einem beweglichen Kolben mit der Fläche A verschlossen, auf den eine Kraft F drückt. Dadurch entsteht in der Flüssigkeit ein Druck

$$p_0 = \frac{F}{A}. \quad (2.2)$$

Das Druckmessgerät (im Prinzip eine mit einer Membran verschlossene Dose) zeigt den Druck

$$p = p_0 + \rho g \Delta h \quad (2.3)$$

an. Der erste Term ist der **Stempeldruck** $p_0 = F/A$, der zweite der **Schweredruck**, der durch das Gewicht der über dem Instrument lastenden Flüssigkeitssäule zustande kommt. Die Anzeige ist unabhängig von der Orientierung des Druckmessers, wir können also den Druck durch einen *Skalar* darstellen. Die auf ein Flächenelement dA ausgeübte Kraft ist

$$dF = p dA e_n, \quad (2.4)$$

wobei e_n ein Einheitsvektor senkrecht zu dA ist.

Ein gutes Beispiel für die allseitige Ausbreitung des Druckes ist die hydraulische Presse (Abb. 2.2): Aus einem Zylinder mit kleiner Querschnittsfläche A_1 wird eine Flüssigkeit in einen Zylinder mit großer Querschnittsfläche A_2 gepumpt. Dann gilt wegen $p_1 = p_2$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1}.$$

Abbildung 2.1 Druck im Innern einer Flüssigkeit

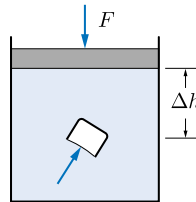
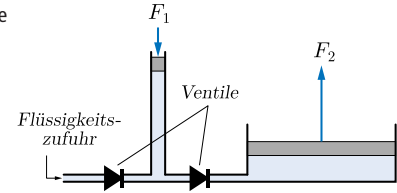


Abbildung 2.2 Hydraulische Presse



Man kann so ohne großen Aufwand eine Kraft um den Faktor 100 oder 1000 steigern.

Druckmessung

Als Druckmessgerät (Manometer) kann man, wie in Abb. 2.1 angedeutet, eine durch eine Membran verschlossene Dose verwenden, wenn man die Deformation der Membran über einen Zeigermechanismus ablesbar macht. Einfach und recht genau sind auch Flüssigkeitsmanometer (Abb. 2.3). Den Luftdruck an der Erdoberfläche kann man messen, indem man ein einseitig verschlossenes Glasrohr ganz mit Quecksilber füllt und auf den Kopf stellt, ohne Luft hineinzulassen (Abb. 2.4). Dieser Versuch wurde zuerst von Evangelista Torricelli (1608–1647), einem Schüler Galileis, ausgeführt. Torricelli bewies mit diesem Versuch nicht nur, dass wir uns auf der Erdoberfläche am Boden eines „Ozeans“ von Luft befinden, er beendete auch den 2000 Jahre alten Gelehrtenstreit, ob es ein Vakuum, d.h. leeren Raum, geben könne oder nicht. In der Tat befindet sich über der Quecksilbersäule in Abb. 2.4 ein Vakuum, wie Torricelli durch geschickte Experimente nachwies.

Abbildung 2.3 Flüssigkeitsmanometer

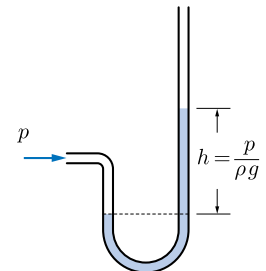
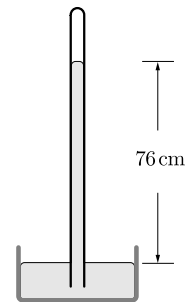


Abbildung 2.4 Hg-Barometer



2.1 Der hydrostatische Druck

Druckeinheiten

Die Dimension des Drucks ist

$$[p] = \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}}, \quad (2.5)$$

seine Einheit im SI-System

$$1 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ Pa (Pascal)},$$

benannt nach dem französischen Mathematiker und Universalgenie Pascal¹. Ebenfalls „amtlich zulässig“ ist die Einheit 1 bar²

$$1 \text{ bar} = \frac{10 \text{ N}}{\text{cm}^2} = 10^5 \text{ Pa}.$$

Diese Einheit hat den Vorteil, ziemlich genau gleich dem mittleren Luftdruck auf Seehöhe zu sein, der 1,033 bar beträgt.

Ältere Einheiten für die Druckmessung sind das Torr, benannt nach Torricelli, das bei einem mit Quecksilber gefüllten Manometer nach Abb. 2.3 einer Ablesung von $h = 1 \text{ mm}$ entspricht, sowie die Einheiten

$$\begin{aligned} &\text{„physikalische Atmosphäre“} \\ &1 \text{ atm} = 760 \text{ torr} = 1,033 \text{ bar}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{„technische Atmosphäre“} \\ &1 \text{ at} = 1 \text{ kp/cm}^2 = 0,981 \text{ bar}. \end{aligned}$$

Von dieser Einheit gibt es noch die Variante „Atü = Atmosphären-Überdruck“, mit der nicht der *Absolut-Druck*, sondern der *Überdruck* über den Atmosphärendruck angegeben wurde; z. B. waren $2,5 \text{ atü} \approx 3,5 \text{ bar}$ Absolut-Druck. In der englischen und amerikanischen Literatur bleibt einem schließlich das PSI (*pounds per square inch*) nicht erspart: $1 \text{ PSI} = 0,07 \text{ bar}$ (vgl. Bd. I/3.4, Umrechnung von Maßeinheiten). Gerade wegen der Vielfalt der Einheiten sollte man sich in diesem Dschungel ein wenig auskennen.

Vakuumtechnik

Von großer Bedeutung war die Erfindung der Vakuumpumpe durch Otto von Guericke (1602–1686). Die von

¹ Blaise Pascal (1623–1662) glaubte Torricellis Interpretation des Versuchs mit der Quecksilbersäule zunächst nicht. Er veranlasste per Brief seinen Schwager, den Versuch in Clermont-Ferrant und auf dem Puy de Dôme zu wiederholen. Dadurch wurde die Höhenabhängigkeit des Luftdrucks experimentell nachgewiesen und Torricellis Interpretation glänzend bestätigt.

² abgeleitet von griech. *barys* = schwer.



Abbildung 2.5 Stiefelpumpe

ihm erfundene **Kolbenpumpe**, auch Stiefelpumpe genannt (Abb. 2.5), wurde erst im letzten Jahrhundert durch Erfindungen von Wolfgang Gädé abgelöst: Die rotierende Hg- und Drehschieber-Pumpe, die Molekularpumpe und die Hg-Diffusionspumpe. Mit einer modernen **Turbomolekularpumpe** (Abb. 2.6) ist die Erzeugung eines Vakuums von 10^{-7} mbar kein Problem mehr, selbst **Ultra-Hochvakuum-Drucke** von 10^{-12} mbar werden heute in großtechnischem Maßstab hergestellt. 1 cm^3 enthält bei diesem Druck noch 10^4 Gasmoleküle, zu vergleichen mit 10^{19} Molekülen pro cm^3 bei Atmosphärendruck und ca. 1 Gasmolekül pro m^3 im Weltraum.

Im Vakuumbereich werden Drucke, wie soeben geschehen, meist in Millibar (mbar) angegeben. In der Vakuum-Praxis kann man den Unterschied zwischen Millibar und



Abbildung 2.6 Turbomolekularpumpe

Torr meist vernachlässigen; die Messinstrumente sind ohnehin nicht so genau.

2.2 Kompressibilität

Die Kompressibilität wurde in (1.9) definiert:

$$\kappa = -\frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta p} . \quad (2.6)$$

Die Kompressibilität von Flüssigkeiten liegt im Bereich von 10^{-5} bis 10^{-4} bar^{-1} . Flüssigkeiten besitzen auch eine gewisse Zugfestigkeit, die jedoch schwer reproduzierbar zu messen ist, da hierbei die Bildung von Gasbläschen eine Rolle spielt – ein Problem der Keimbildung, wie wir in der Wärmelehre sehen werden.

Gase unterscheiden sich von Flüssigkeiten durch hohe Kompressibilität. Für sie gilt das **Boyle–Mariottesche Gesetz**, sofern die Temperatur des Gases konstant gehalten wird

$$pV = \text{const} \quad (2.7)$$

für Gase bei konstanter Temperatur .

Tabelle 2.1 Dichte ρ und Kompressibilität κ einiger Stoffe (Flüssigkeiten und Luft: isotherme Kompression bei 20 °C und 1 bar)

Material	ρ (g/cm ³)	κ (Pa ⁻¹)
Aluminium	2,7	$14 \cdot 10^{-12}$
Diamant	3,5	$2,4 \cdot 10^{-12}$
Baustahl	7,8	$6 \cdot 10^{-12}$
Quarzglas	2,2	$34 \cdot 10^{-12}$
Wasser	1,0	$4,6 \cdot 10^{-10}$
Methanol	0,79	$12,1 \cdot 10^{-10}$
Ethanol	0,79	$11,2 \cdot 10^{-10}$
Quecksilber	13,5	$0,4 \cdot 10^{-10}$
Luft	0,0012	$1,0 \cdot 10^{-5}$

Das Volumen ist also dem Druck umgekehrt proportional. Die Konstante muss der Masse m des Gases proportional sein: Bei gleichem Druck (und gleicher Temperatur) nimmt die doppelte Gasmenge das doppelte Volumen ein. Also können wir (2.7) mit $\rho = m/V$ (Gasdichte) auch schreiben

$$\frac{p}{\rho} = \text{const} . \quad (2.8)$$

Das bedeutet, dass bei konstanter Temperatur die Gasdichte ρ dem Druck proportional ist. Auf diese Eigenschaften von Gasen werden wir in der Wärmelehre noch ausführlich zurückkommen.

Die unterschiedliche Kompressibilität von festen Stoffen und Flüssigkeiten einerseits und Gasen andererseits spiegelt die sehr unterschiedliche molekulare Struktur dieser Aggregatzustände wieder. Wir können das auch an der Dichte ρ der Stoffe ablesen:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\text{Masse}}{\text{Volumen}} \\ &= \frac{\text{Zahl der Moleküle}}{\text{Volumen}} \times \text{Masse eines Moleküls} . \end{aligned}$$

Während in Festkörpern und Flüssigkeiten die Atome bzw. Moleküle dicht gepackt sind, haben sie in Gasen große Abstände voneinander. Tabelle 2.1 enthält Zahlenwerte für die Dichte und die Kompressibilität einiger Stoffe.

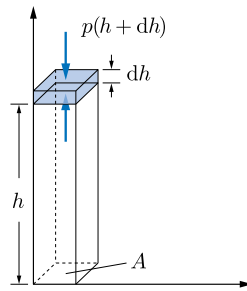
Die barometrische Höhenformel

Mit Hilfe des Boyle–Mariotteschen Gesetzes kann man die Abhängigkeit des Luftdrucks von der Höhe ausrechnen unter der Annahme, dass in der Atmosphäre überall die gleiche Temperatur herrscht.

Wir betrachten eine Luftsäule vom Querschnitt A und in ihr eine Scheibe von der Dicke dh (Abb. 2.7). Die Scheibe

2.3 Auftrieb

Abbildung 2.7 Zur Barometer-Formel



hat das Gewicht

$$\rho(h) A dh g$$

und wird durch die Differenz der Druckkräfte

$$p(h) A - p(h + dh) A = -dp A$$

im Gleichgewicht gehalten. Also ist

$$dp = -\rho(h) g dh. \quad (2.9)$$

Das Minuszeichen ergibt sich daraus, dass h nach oben zunimmt ($dh > 0$), aber p abnimmt ($dp < 0$).

Aus dem Boyle–Mariotteschen Gesetz (2.8) folgt

$$\frac{p(h)}{\rho(h)} = \text{const} = \frac{p_0}{\rho_0},$$

wobei p_0 und ρ_0 die Werte am Erdboden bedeuten ($h = 0$). Damit können wir die Variable $\rho(h)$ aus (2.9) eliminieren und erhalten

$$\frac{dp}{p} = -\frac{\rho_0 g}{p_0} dh.$$

Diese Differentialgleichung können wir ohne Weiteres integrieren und erhalten die **barometrische Höhenformel**

$$p(h) = p_0 e^{-\frac{\rho_0 g}{p_0} h}. \quad (2.10)$$

Der Luftdruck (und die Luftdichte) nimmt nach oben exponentiell ab (Abb. 2.8), und zwar nach jeweils 8 km um

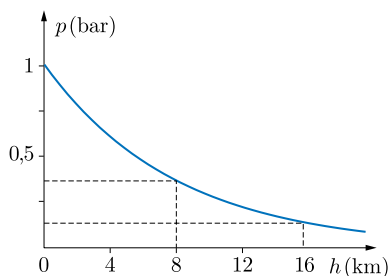


Abbildung 2.8 Luftdruck als Funktion der Höhe

den Faktor $1/e \approx 0,367$:

$$\frac{p_0}{\rho_0 g} = \frac{10^5 \text{ N/m}^2}{1,3 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} = 8 \text{ km}. \quad (2.11)$$

Auf dem Mount Everest ist also die Luft schon sehr dünn, und man muss die Leistungsfähigkeit der Leute bewundern, die dort ohne Sauerstoffgerät hinaufsteigen können.

2.3 Auftrieb

Ein in eine Flüssigkeit oder ein Gas eingetauchter Körper erfährt eine nach oben gerichtete Kraft, den **Auftrieb**. Diese Kraft ergibt sich als Resultierende der auf den Körper einwirkenden Druckkräfte. Diese muss nach dem **Archimedischen Prinzip**³ gerade gleich dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeit sein, da ja das mit Flüssigkeit gefüllte Volumen V vor Eindringen des Körpers mit der Umgebung im Gleichgewicht war. Wir erhalten mit Abb. 2.9 für einen vollständig eingetauchten Körper:

$$\text{Gewicht des Körpers: } F_G = m g = \rho_K g V$$

$$\text{Auftrieb: } F_A = \rho_{fl} g V$$

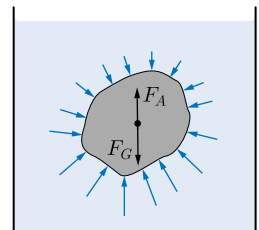
Die resultierende Kraft ist die Differenz $F_G - F_A$:

$$F_{\text{res}} = (\rho_K - \rho_{fl}) g V, \quad (2.12)$$

wobei ρ_K die Dichte des Körpers, ρ_{fl} die der Flüssigkeit ist.

Der Auftrieb bildet auch die Grundlage des Schwimmens. Dabei ist zu beachten, dass die Auftriebskraft am Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit, das Gewicht aber am Schwerpunkt des Körpers angreift. Bei inhomogenen oder nicht ganz eingetauchten Körpern bilden beide Kräfte im Allgemeinen ein Drehmoment, das auf die Schwimm-lage stabilisierend oder destabilisierend wirkt. Bei Booten kann man eine stabile Schwimm-lage auf zweierlei Weise erreichen, wie in Abb. 2.10 gezeigt. Im Fall (a) wird

Abbildung 2.9 Auftrieb



³ Archimedes von Syrakus, griechischer Mathematiker und Ingenieur, 285–212 v. Chr.

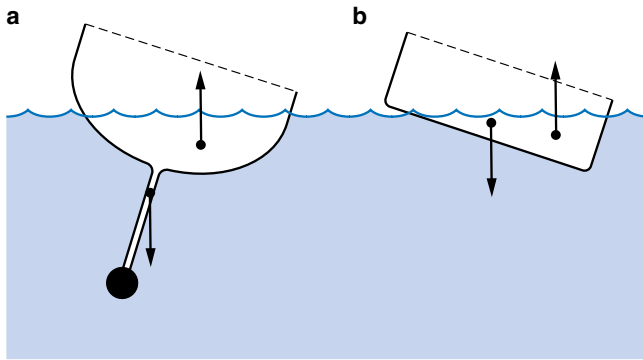


Abbildung 2.10 Gewichts- und Formstabilität bei Booten

die Stabilität durch einen bleibeschwerten Kiel erreicht; die Anfangsstabilität ist gering, aber die Endstabilität ist hoch. Im Fall (b), der sog. „Formstabilität“, hat man hohe Anfangs-, aber geringe Endstabilität.

2.4 Flüssigkeitsoberflächen, Kapillarität

Oberflächenspannung und Oberflächenenergie

Feste und flüssige Stoffe zeichnen sich gegenüber den Gasen dadurch aus, dass sich bei ihnen Oberflächen bilden können. Die Erzeugung einer solchen Oberfläche kostet Energie: Um ein Molekül an die Oberfläche zu bringen, muss Arbeit gegen die molekularen Bindungskräfte geleistet werden. Das Molekül hat an der Oberfläche eine höhere potentielle Energie als im Inneren, und zwar etwa entsprechend der halben Bindungsenergie im Inneren, wie Abb. 2.11 veranschaulicht.

Bei Flüssigkeiten spielt die Oberflächenenergie wegen der Veränderlichkeit der Oberfläche eine große Rolle. Wir be-

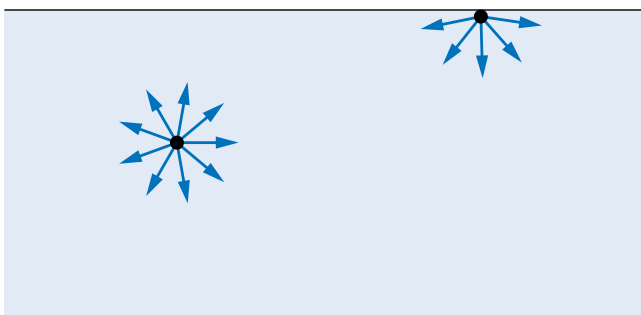
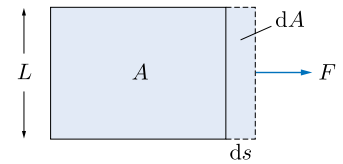


Abbildung 2.11 Kräfte auf ein Flüssigkeitsmolekül, im Inneren und an der Oberfläche

2 Ruhende Flüssigkeiten und Gase

Abbildung 2.12 Zur Oberflächenspannung



trachten in Abb. 2.12 eine Flüssigkeitsoberfläche. Um die Fläche A um das Stück dA zu vergrößern, muss die Energie

$$dE = \varepsilon dA \quad (2.13)$$

aufgebracht werden, denn die Zahl der neu an die Oberfläche zu bringenden Moleküle ist proportional zu dA ; ε ist eine Stoffkonstante, die **spezifische Oberflächenenergie**. Die Zunahme der Energie um dE muss gleich der Arbeit einer Kraft F sein, die in der Oberfläche in der Richtung von ds (Abb. 2.12) wirkt:

$$dE = \varepsilon dA = \varepsilon L ds = F ds. \quad (2.14)$$

Die Kraft ist proportional zu L und wir definieren

$$\frac{F}{L} = \sigma \quad (2.15)$$

als **Oberflächenspannung**. Der Vergleich von (2.13)–(2.15) zeigt, dass

$$\varepsilon = \sigma \quad (2.16)$$

ist: Die spezifische Oberflächenenergie und die Oberflächenspannung sind ein und dasselbe. Dass dies möglich ist, zeigt die Dimensionsbetrachtung:

$$[\varepsilon] = \frac{\text{Energie}}{\text{Fläche}} = \frac{\text{Kraft} \cdot \text{Weg}}{\text{Fläche}} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Länge}} = [\sigma].$$

Wir werden in Zukunft nur noch den Buchstaben σ für Oberflächenspannung und Oberflächenenergie verwenden.

Das in Abb. 2.12 gezeigte Prinzip kann leicht zu einer Messmethode für Oberflächenspannungen ausgebaut werden: Man misst die Kraft, die erforderlich ist, um mit einer Drahtschlinge eine Flüssigkeitslamelle aus einer Oberfläche herauszuziehen (Abb. 2.13). Es ist

$$F = \sigma 2L. \quad (2.17)$$

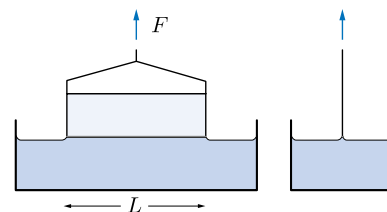


Abbildung 2.13 Messung der Oberflächenspannung

2.4 Flüssigkeitsoberflächen, Kapillarität

Tabelle 2.2 Oberflächenspannungen einiger Flüssigkeiten

Material	Temperatur (°C)	σ (mN/m)
Wasser	20	72,8
Wasser	50	67,9
Wasser	80	62,6
Methanol	20	22,6
Ethanol	20	22,5
Glyzerin	20	63,4
Quecksilber ¹	20	476

¹ Bestwert, es gibt Resultate, die um mehr als 10 % abweichen

Der Faktor 2 tritt auf, weil die Flüssigkeitslamelle eine Vorder- und eine Rückseite hat. Tabelle 2.2 gibt einige Zahlenwerte für die Oberflächenspannung von Flüssigkeiten.

Flüssigkeitstropfen

Flüssigkeitstropfen werden durch die Oberflächenspannung in *Kugelform* gehalten. Im Inneren des Tropfens entsteht ein Überdruck, den wir berechnen können, wenn wir uns die Hälfte des Tröpfchens abgeschnitten denken (Abb. 2.14):

$$p = \frac{2\pi r \sigma}{\pi r^2} = \frac{2\sigma}{r}. \quad (2.18)$$

Der gleiche Überdruck entsteht auch im Inneren einer Blase innerhalb einer Flüssigkeit. Wir werden auf dieses Phänomen in der Wärmelehre zurückkommen. Es spielt eine wichtige Rolle beim Sieden und bei der Kondensation einer Flüssigkeit.

Die Oberflächenspannung beeinflusst auch die Größe von Tropfen, die aus einer senkrecht gehaltenen Pipette austreten (Abb. 2.15). Die Tropfen werden so lange wachsen,

Abbildung 2.14 Druck in einem Flüssigkeitstropfen

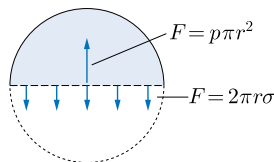


Abbildung 2.15 Tropfenbildung

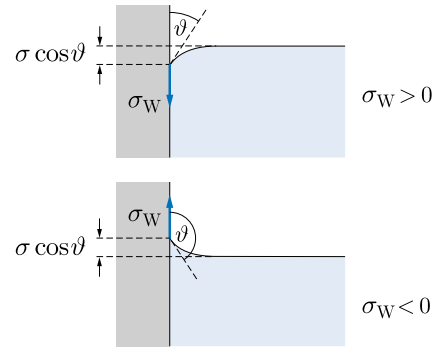
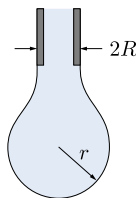


Abbildung 2.16 Randwinkel

bis

$$2\pi R \sigma = \frac{4\pi}{3} r^3 \rho g \quad (2.19)$$

gilt, wobei ρ die Dichte der Flüssigkeit ist. Dann reißen sie ab.

Grenzflächenenergie und -spannung

Bei einer an Luft oder an ein anderes Gas grenzenden Oberfläche wird die Oberflächenspannung durch die Gasphase praktisch nicht beeinflusst, solange die Gasdichte klein gegen die Dichte der Flüssigkeit ist und wenn keine chemischen Reaktionen zwischen Gas und Flüssigkeit ablaufen. Anders liegen die Verhältnisse, wenn die Flüssigkeit an eine feste Wand grenzt. Hier kann die Anziehung zwischen Wand und Flüssigkeitsmolekül (**Adhäsion**) größer oder kleiner sein als die zwischen den Flüssigkeitsmolekülen wirkenden Kräfte (**Kohäsion**), jedenfalls ist der Einfluss der Wand nicht vernachlässigbar.

Als **Grenzflächenspannung** oder **Grenzflächenenergie** σ_W bezeichnet man die der Oberflächenspannung σ analoge Größe, wenn die Oberfläche Flüssigkeit-Wand gemeint ist. Je nachdem, ob die Adhäsion oder die Kohäsion überwiegt, ist σ_W positiv oder negativ. $\sigma_W < 0$ bedeutet, dass Energie aufgewendet werden muss, um ein Molekül von der Grenzfläche ins Innere der Flüssigkeit zu bringen.

Die σ_W und σ entsprechenden Kräfte sind jeweils tangential zur Grenzfläche gerichtet. Aus der Forderung nach Kräftegleichgewicht ergibt sich ein im Allgemeinen von 90° abweichender **Randwinkel** θ nach Abb. 2.16:

$$\cos \theta = \frac{|\sigma_W|}{\sigma}. \quad (2.20)$$

Falls $|\sigma_W| > \sigma$ ist, erfolgt entweder eine vollständige Benetzung (z. B. bei H_2O und sauberem Glas) oder gar keine

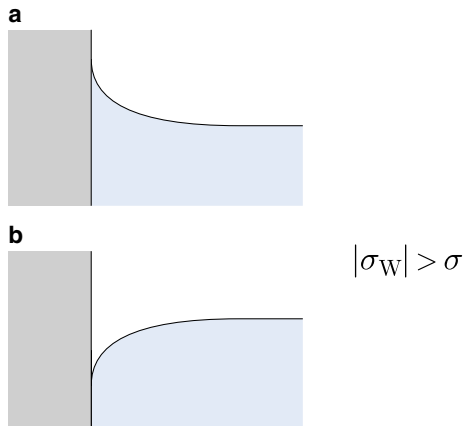


Abbildung 2.17 a Vollständige Benetzung, b Nicht-Benetzung

Benetzung der Wand (z.B. bei Hg und Glas), wie in Abb. 2.17 gezeigt.

Kapillarität⁴

Infolge der Grenzflächenspannung steigt in einem sehr dünnen Rohr die Flüssigkeit „von selbst“ hoch, wenn $\sigma_W < 0$ ist, oder sie wird nach unten gedrückt, wenn $\sigma_W > 0$ ist. Wir berechnen die Steighöhe in Kapillaren aus dem Gleichgewicht der Kräfte an der oberen Randlinie der Flüssigkeitssäule in Abb. 2.18 und nehmen dabei vollständige Benetzung an:

$$2\pi r \sigma = m g = \pi r^2 h \rho g \quad (2.21)$$

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g r}.$$

⁴ Von lat. *capillus*, das Haar. Kapillare = ein Rohr mit sehr kleinem Radius (≤ 1 mm)

Abbildung 2.18 Steighöhe in Kapillaren

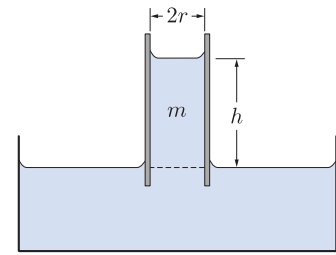
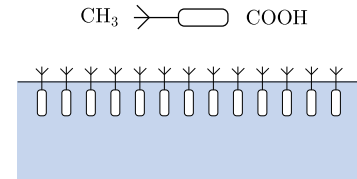


Abbildung 2.19 Wasser-Entspannungs-Mittel



Für Wasser erhält man mit $r = 0,5$ mm $h = 3$ cm und mit $r = 0,5$ μ m $h = 30$ m! Der Effekt spielt bei der Versorgung hoher Bäume mit Saft eine gewisse Rolle.⁵

Waschmittel und Tenside

Die Oberflächenspannung von Wasser kann durch Zusatz von sog. Tensiden beeinflusst werden. Das sind langgestreckte Moleküle, die an einem Ende eine wasserabstoßende Molekülgruppe tragen, z. B. CH₃, am anderen Ende eine wasserlösliche, z. B. COOH. Diese Substanz ist bestrebt, eine monomolekulare Schicht an der Oberfläche zu bilden (Abb. 2.19) und bewirkt so eine drastische Herabsetzung der Oberflächenspannung. In dem Bestreben, eine möglichst große Oberfläche zu bilden, kriecht das mit einem Tensid versetzte Wasser sogar noch zwischen Fett und Teller!

⁵ Siehe aber auch Aufgabe 3.1.

Übungsaufgaben

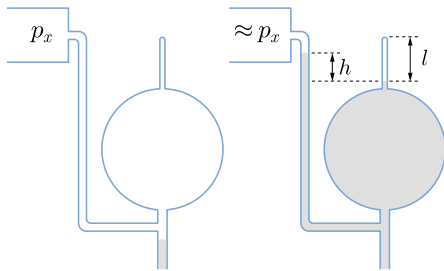


Abbildung 2.20 Messung eines niedrigen Gasdruckes nach McLeod

2.1. Messung des Restgasdruckes nach McLeod. Die Skizze in Abb. 2.20 zeigt ein Druckmessgerät nach Herbert McLeod (1841–1923): An ein kugelförmiges Gefäß mit dem Radius R ist oben eine Kapillare mit dem Innenradius r angeschmolzen. An der Unterseite ist das Gefäß über eine Leitung mit dem zu untersuchenden Gasraum verbunden. Von unten kann Quecksilber in die Verbindungsleitung und in das Gefäß eintreten. Am Anfang der Messung steht der Quecksilberspiegel gerade unterhalb des Gefäßes. Dann wird der Quecksilberspiegel angehoben, bis das Quecksilber die Kapillare erreicht. Zwischen den Quecksilberspiegeln in der Kapillare und in der Leitung zum Gasraum entsteht eine Höhendifferenz h . Das abgeschnürte Gasvolumen in der Kapillare hat die Höhe l . Wie groß ist der Restgasdruck p_x im Gasraum? (Die Volumina aller Leitungen sind klein gegenüber dem Kugelvolumen und dieses ist wiederum klein gegenüber dem Volumen des Gasraums. Zahlenbeispiel: $R = 7\text{ cm}$, $r = 0,5\text{ mm}$, $l = 5\text{ mm}$, $h = 5\text{ mm}$).

2.2. Luftblase in einer Presse. a) In der Anordnung der Abb. 2.2 werde der Kolben im breiten Zylinder mit einer Feder (Federkonstante $= k$) an einer darüber befindlichen unbeweglichen starren Platte befestigt. Die Feder sei nicht vorgespannt. Die Massen der Kolben, die Reibung und die Dichte der Flüssigkeit werden vernachlässigt. Unter Anwendung einer Kraft F_1 wird der Kolben im schmalen Zylinder um eine Strecke h abwärts bewegt. Mit welcher Kraft F_2 drückt am Ende des Vorgangs der andere Kolben gegen die Platte und wie groß ist F_1 ?

b) Nunmehr führe man die gleiche Prozedur durch, wenn sich in dem ersten Zylinder eine Luftblase mit der anfänglichen Höhe h_0 und dem Anfangsdruck p_0 befindet (mit unseren Annahmen wäre dies der äußere Luftdruck). Wie groß sind jetzt die Kräfte F_2 und F_1 in den folgenden

Grenzfällen: (i) $F_1/A_1 \gg p_0$ (k sehr groß), (ii) $F_1/A_1 \ll p_0$ (k sehr klein)?

c) Mit etwas Rechnerei kann man das Problem auch allgemein lösen. Welche Kraft F_2 entsteht, wenn $h = h_0$ ist, die komprimierte Blase in den ersten Zylinder passt und die Federkonstante k so groß ist, dass sie die Bedingung $p_0 A_2 \ll k h A_1 / A_2$ erfüllt?

2.3. Schweben in einer Flüssigkeit. Eine innen hohle starre Kugel mit dem Innenradius r_i , dem Außenradius r_a und der Dichte ρ_K schwebe unter Wasser (Dichte ρ_W), d. h. befinde sich im Zustand der „Schwerelosigkeit“. Wie groß ist das Verhältnis r_i/r_a ?

2.4. Drucktank. In einem langen zylindrischen Tank befindet sich ein Gas unter einem Überdruck von $p = 4\text{ bar}$ gegenüber dem Außendruck. Der Tankradius ist $r = 2\text{ m}$ und die Wandstärke beträgt $d = 3\text{ cm}$. Legen Sie einen Schnitt entlang der Achse durch den Tank und ermitteln Sie analog zu Abb. 2.14 die in der Wand herrschende tangentielle Zugspannung. Legen Sie einen Schnitt senkrecht zur Achse durch den Tank und ermitteln Sie die Zugspannung in Achsenrichtung. Vergleichen Sie die Werte mit den Zahlen für Aluminium in Tab. 1.2. Um wie viel verändert sich der Tankradius beim Füllen des Tanks?

2.5. Messung einer Grenzflächenspannung. Zur Messung der Grenzflächenspannung zweier nicht mischbarer Flüssigkeiten lässt man aus einem senkrecht stehenden Rohr die schwerere Flüssigkeit analog zu Abb. 2.15 in die leichtere eintropfen. Die Daten des Experiments sind: Außenradius des Rohres $R = 1\text{ mm}$, Radius des Tropfens beim Abreißen $r = 2,5\text{ mm}$, Dichten der Flüssigkeiten $\rho_1 = 1,25$ und $\rho_2 = 0,89\text{ g/cm}^3$. Wie groß ist die Grenzflächenspannung? Über die Eintauchtiefe des Rohres in die leichtere Flüssigkeit wurde keine Angabe gemacht. Hat sie auf den Ablauf der Messung irgendeinen Einfluss?

2.6. Können Münzen schwimmen? Die Euro-Centmünze hat einen Durchmesser $2r = 1,63\text{ cm}$, eine Masse $m = 2,3\text{ g}$ und eine Dicke $d = 1,67\text{ mm}$. Die Pfennigmünze der Deutschen Demokratischen Republik bestand aus einer Aluminiumlegierung, besaß einen Durchmesser $2r = 1,7\text{ cm}$ und eine Masse $m = 0,75\text{ g}$. Können diese Münzen auf Wasser schwimmen?

Hinweise: Nehmen Sie zunächst an, die Münzen könnten schwimmen. Wie Abb. 2.21 zeigt, müssen sie in das Wasser einsinken. Der Winkel α zwischen der Wasserober-

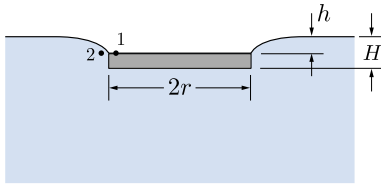


Abbildung 2.21 Schwimmt die Münze?

fläche und der Münzoberseite ist zunächst unbekannt, beginnen Sie mit $\alpha = 90^\circ$.

a) Wie groß wäre die Eintauchtiefe?

b) Berechnen Sie nun die hypothetische Druckdifferenz zwischen den Punkten 1 und 2 innerhalb und außerhalb des Wassers. Wie groß muss der Krümmungsradius der Wasseroberfläche am Münzrand sein, damit dies ausgeglichen wird? Vergleichen Sie nun diesen Radius mit der hypothetischen Eintauchtiefe der Münzoberseite aus Teil a). Treten dabei unauflösbare Diskrepanzen auf, war die anfängliche Annahme der Schwimmfähigkeit inkorrekt. Die qualitative Aussage genügt hier völlig: Ersparen Sie es sich, die genaue Form der Wasseroberfläche um die Münze herum und den Winkel α zu berechnen.

Lehrbuch zur Experimentalphysik Band 2:
Kontinuumsmechanik und Thermodynamik

Heintze, J. - Bock, P. (Hrsg.)

2016, XV, 206 S. 227 Abb. Book + eBook., Softcover

ISBN: 978-3-662-45767-2