2 Geometrische Raumvorstellungen

Warum beschäftigen wir uns eigentlich mit Geometrie? Geometrie hilft uns, unsere Wahrnehmungen der Welt zu strukturieren und zu ordnen. Sie unterstützt uns dabei, uns in unserer Welt zu orientieren. Wie dies funktioniert und welche mathematischen Mittel wir dabei einsetzen, ist Gegenstand dieses Kapitels.

Erforschen und Entdecken: Raumvorstellung und Wegbeschreibungen
Beschreiben Sie Ihren Weg von zuhause zur Universität oder zu Ihrer Arbeitsstelle. Mit welchen Begriffen und Merkmalen haben Sie Ihre Wegbeschreibung gestaltet? Welche Schwierigkeiten sind aufgetreten? Haben Sie geometrische Begriffe, Objekte oder Zeichen zur Beschreibung benutzt? Welche Hilfsmittel haben Sie verwendet – Gesten, Skizzen, markante Punkte, Namen für Straßen, Flüsse, Orte, …, Plan, Skizze? Welche würden Sie jetzt vielleicht verwenden wollen, wenn Sie erneut eine Beschreibung machen müssten?

Schon bei etwas so Alltäglichem wie einer Wegbeschreibung verwenden wir Geometrie zur Unterstützung und kommen mit geometrischen Lagebeschreibungen und Darstellungen in Kontakt. Diese helfen dabei, uns in der Umgebung zu orientieren, und unterstützen die Kommunikation darüber. So werden für eine Wegbeschreibung oft Richtungsangaben verwendet („links" und „rechts", aber auch „hoch" und „runter"), die Aufschluss über den Wegverlauf geben, Längenangaben von Strecken als Resultate von Messungen (wie z. B. „2 km der Straße folgen"), Lagebeziehung der reisenden Person in Bezug auf die Umgebung („das Postamt links liegen lassen", „den Berg hoch"). Bestimmte Landmarken werden als Orientierungspunkte in die Darstellung eingebaut („an der Kirche vorbei", „an der Tankstelle links", „an der dritten Ampel rechts") und dienen ähnlich wie Koordinaten der Beschreibung von bestimmten geografischen bzw. geometrischen Orten. Geometrische Begriffe zur Bezeichnung des Wegverlaufs (wie „geradeaus", „kreisförmig um den

M. Helmerich, K. Lengnink, *Einführung Mathematik Primarstufe – Geometrie*,
Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II, DOI 10.1007/978-3-662-47206-4_2

Ortskern herum"), aber auch Angaben von Winkeln („im spitzen Winkel abbiegen") oder auch Muster in der Landschaft („schlangenförmig durch den Wald") helfen, einen Weg zu beschreiben. Noch besser werden Wegbeschreibungen, wenn sie durch eine Skizze ergänzt werden, die alle entscheidenden Angaben und Orientierungshilfen beinhaltet, oder durch eine Landkarte oder durch einen Plan, worin der Weg nachgezeichnet werden kann.

Geometrische Begriffe und Objekte werden also reichhaltig eingesetzt, um eine Wegbeschreibung möglichst anschaulich wiederzugeben. Aber auch in vielen anderen Zusammenhängen sind Grundkenntnisse aus der Geometrie hilfreich, um sich in der Welt zu orientieren. Besonders die Fähigkeit zur Wahrnehmung räumlicher Beziehungen ist wichtig: in der Mathematik z. B. bei der Anordnung von Zahlen auf einem Zahlenstrahl oder ihrer Darstellung in einer Stellenwerttafel, in der Musik beim Notenlesen und der Wahrnehmung der Noten auf den Notenlinien, beim Sport zum Erkennen der Positionen von Mitspielerinnen und Mitspielern, beim handwerklichen Arbeiten und Modellbau zur Erstellung bzw. zum Lesen von Bauanleitungen.

2.1 Räumliches Wahrnehmen und räumliche Beziehungen

Die Fähigkeit zur Wahrnehmung räumlicher Beziehungen, also die Lage von zwei oder mehreren Gegenständen im Bezug zueinander und zu der eigenen Person wahrzunehmen, ist ein wichtiger Aspekt des räumlichen Vorstellungsvermögens[1]. Zur Wahrnehmung der räumlichen Beziehungen kann auch das Erfassen von Formen und deren Lage im Raum gehören. Diese Fähigkeit ist in der Geometrie wichtig, um z. B. Schnittpunkte von Geraden zu verstehen, Berührpunkte von Figuren zu erkennen oder sich bei der zweidimensionalen Darstellung von räumlichen Objekten auch in der Darstellung verdeckte Objektteile vorstellen zu können. Dies wird in den folgenden Kapiteln noch weiter entfaltet. Erste Übungen zur räumlichen Wahrnehmung und Orientierung sollen Ihnen aber diese Fähigkeit etwas näherbringen.

Aufgabe

Stellen Sie sich vor, dass Sie von links nach rechts um einen Tisch herum laufen, auf dem eine Ananas, drei Orangen und eine Honigmelone liegen. In Abb. 2.1 sehen Sie Fotos, die auf dem Weg am Tisch vorbei gemacht wurden. Bringen Sie diese Fotos in die richtige Reihenfolge, die der Chronologie des Vorbeigehens von links nach rechts entspricht.

Mit diesem Beispiel wird ein Orientierungstest des Mathematikdidaktikers Norbert de Lange für den Aufbau und die Untersuchung der Fähigkeit zur Wahrnehmung räumlicher Beziehungen adaptiert. Diese Aufgabe erfordert gleich eine ganze Fülle an Teilkompetenzen des räumlichen Vorstellungsvermögens. Damit man die Fotos überhaupt sortieren

[1] Die Teilkomponenten des räumlichen Vorstellungsvermögens kann man nachlesen in Franke (2007).

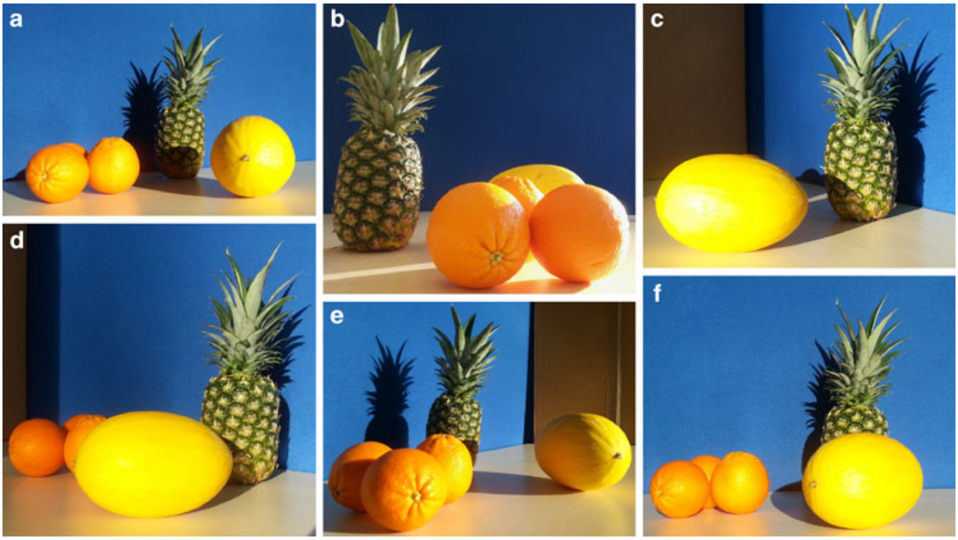


Abb. 2.1 Orientierungstest zum räumlichen Vorstellungsvermögen. (© Markus Helmerich)

kann, muss man in der Lage sein, sich die Bewegungsrichtung von links nach rechts am Tisch vorbei vorzustellen. Nun muss man die drei Obstsorten Ananas, Orangen und Honigmelone vor dem geistigen Auge während des imaginären Gangs entlang des Tisches in die passende Position bringen. Dafür versetzt man sich zum einen in die Situation hinein, was der Teilkompetenz der räumlichen Orientierung entspricht, und stellt sich die Objekte aus der Situation heraus vor. Wenn man von einer Position ganz links am Tisch auf die drei Objekte schaut, ist die Ananas noch leicht links von den drei Orangen und die Honigmelone hinter den Orangen zu sehen (Foto b), beim Weiterlaufen „schiebt" sich die Ananas im Hintergrund an den Orangen vorbei, die nun ganz links erscheinen; die Melone wird rechts am Rand sichtbar (Foto e), bevor die Ananas freistehend im Hintergrund, mittig eingerahmt von Orangen und Honigmelone, zu sehen ist (Foto a). Im weiteren Fortgang rückt die Honigmelone in den Vordergrund und verdeckt die Ananas (Foto f). Dann erscheint die Ananas rechts von der Honigmelone wieder, die Orangen im Hintergrund ganz links (Foto d), bevor die Orangen komplett hinter der Melone verschwinden und nur noch die Melone links und die Ananas rechts zu sehen ist (Foto c), wenn man den Rundgang um den Tisch beendet.

Beim Sortieren der Bilder wird daher auf die räumliche Beziehung zwischen den Teilobjekten fokussiert (rechts oder links von, neben, hinter, u. v. m.). Wem es schwerfällt, sich die Lagepositionen vorzustellen, dem kann es helfen, die Situation mit Papierschildchen oder echtem Obst auf dem Tisch nachzubauen, dann um den Tisch herumzulaufen und auf Tischkantenhöhe die Szenerie während der Bewegung zu beobachten.

Das visuell-räumliche Vorstellungsvermögen und die Fähigkeit, räumliche Beziehungen wahrzunehmen, hat neben der hier vorgestellten Obstbetrachtung aber auch eine ganz lebenspraktische Bedeutung, wenn es um die Orientierung im Alltag und in der direkten Umgebung, das Einrichten einer Wohnung und das Lesen einer Bauanleitung, das Einräumen eines Schrankes mit Gegenständen oder auch das Ausüben von bestimmten Berufen im Bereich der Bauwesens oder der Medizin geht.

An einem weiteren Beispiel mit Aufgaben zu sog. Schlauchfiguren aus dem Medizinertest soll die Bedeutung für die Lebenswelt noch mal deutlich gemacht werden. Bei diesen Aufgaben werden immer zwei Ansichten derselben Schlauchfigur gezeigt – aber aus verschiedenen Richtungen. In der offiziellen Aufgabenbeschreibung heißt es: „Die folgenden Aufgaben prüfen Ihr räumliches Vorstellungsvermögen. Jede der Aufgaben besteht aus zwei Abbildungen eines durchsichtigen Würfels, in dem sich ein oder zwei Kabel befinden. Die erste Abbildung (links) zeigt Ihnen stets die Vorderansicht (Frontansicht) des Würfels; auf dem rechten Bild daneben ist derselbe Würfel noch einmal abgebildet. Sie sollen herausfinden, ob von rechts (r), links (l), unten (u), oben (o) oder hinten (h).“ (ITB Consulting, www.itb-consulting.de)

Die Aufgabe besteht also darin, die Richtung der Ansicht des zweiten Bildes in Bezug auf das erste Bild anzugeben (Abb. 2.2). Der zweite Würfel mit der Schlauchfigur ist also eine gedrehte Ansicht des ersten Würfels und es gilt anzugeben, aus welcher Richtung man den ersten Würfel ansehen müsste, damit man die Schlauchfigur wie in dem zweiten Würfel sähe. Die Fähigkeit von angehenden Medizinerinnen und Medizinern, solche Schlauchfiguren geometrisch zu verstehen, ist wichtig für die Anforderung, später als Ärztinnen und Ärzte auch Aufnahmen von Blutgefäßen oder des Darms passend interpretieren zu können.

Die hier dargestellte Aufgabengruppe „Schlauchfiguren“ entstammt dem Test für medizinische Studiengänge, der von der ITB Consulting entwickelt wird und die Zulassung zum Medizinstudium in Deutschland regelt. Weitere Beispielaufgaben können Sie auf der offiziellen Vorbereitungsseite www.medizinertest-vorbereitung.de kennenlernen.

Hier spielt eine weitere Komponente der Raumvorstellung eine Rolle, die sogenannte Veranschaulichung. In ihr geht es darum, räumliche Objekte mental zu drehen oder zu zerlegen, aufzufalten oder etwas abzuschneiden. Hier spielt das mentale Drehen eines Objekts eine entscheidende Rolle.

Die Geometrie kann hier auch helfen, die Objekte klar zu beschreiben, vor allem ist es aber wichtig, diese Fähigkeit durch gezielte Übungen und vielfältige Auseinandersetzung mit räumlichen Beziehungen in unterschiedlichen Kontexten aufzubauen und zu fördern. Neben den auch alltagssprachlich verwendeten Begriffen für Lagebeziehungen stellt die Geometrie ebenfalls spezifische Beschreibungen zur Verfügung. So sind die Schlauchfiguren in einen würfelförmigen Glasbehälter eingelassen. Damit können über die Ecken, Kanten und Seitenflächen des Würfels und die relative Position des Schlauches dazu sehr präzise Beschreibungen über die Lage der Schlauchenden, die Windungen und den sonstigen Verlauf des Schlauches erstellt werden. Aus diesen Beschreibungen lässt sich dann auch die Richtung der Ansicht des zweiten Bildes ableiten. Betrachten Sie z. B. den Schlauch in Abb. 2.2 oben. Das linke Schlauchende liegt an der hinteren linken Kante des Würfels an und zeigt nach oben. Die Windungen des Schlauches berühren dann den Boden

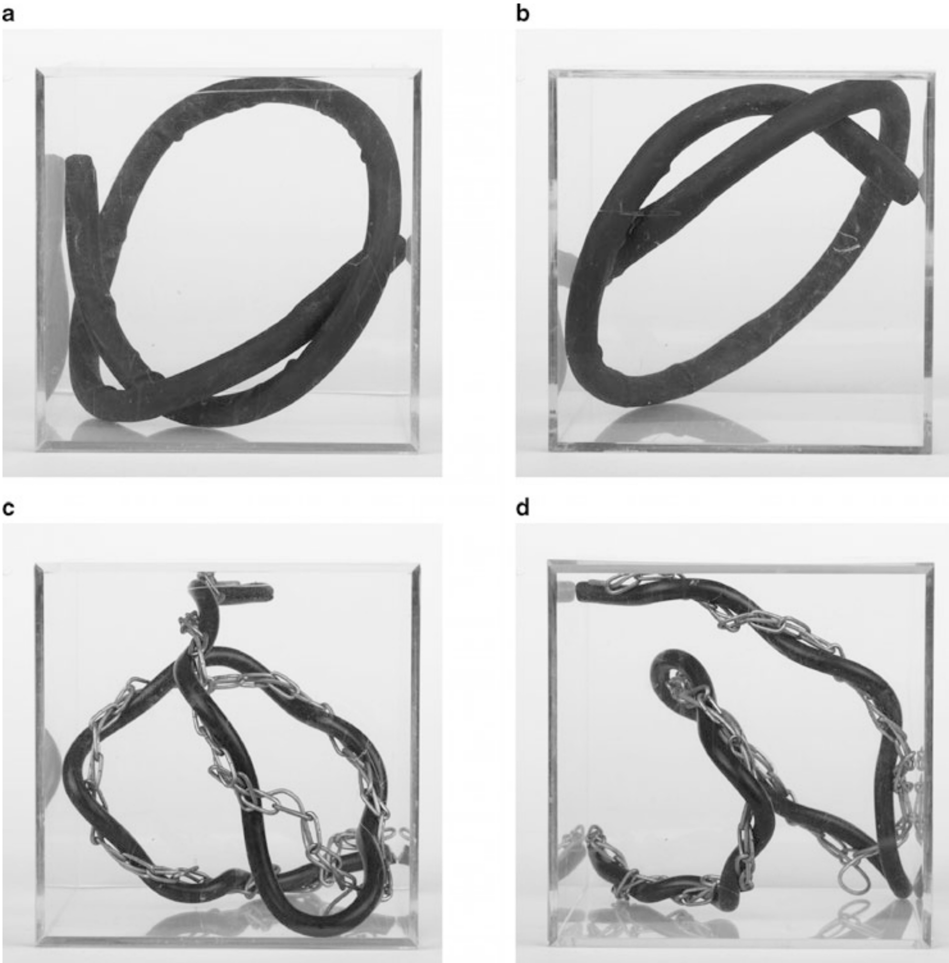


Abb. 2.2 Schlauchfiguren. (© ITB Consulting)

des Würfels, winden sich zweimal kreuzend umeinander und schließen mit dem anderen Schlauchende nach rechts hinten weisend ab. Nun sieht man auf dem zweiten Bild direkt auf die sich kreuzenden Windungen des Schlauches, die Schlauchenden zeigen beide weg vom Betrachter, aber eher nach „unten“, sodass als Position der Ansicht nur von unten (u) infrage kommt. Im unteren Beispiel zeigt das rechte Bild die Ansicht des linken Würfels von links (l). Warum?

Solche Raumvorstellungen können auch mit sehr innermathematischen Aufgaben geübt werden. Im folgenden Beispiel geht es speziell um die Raumvorstellungskomponente der Veranschaulichung, in diesem Fall um das Abschneiden von Ecken eines Körpers.

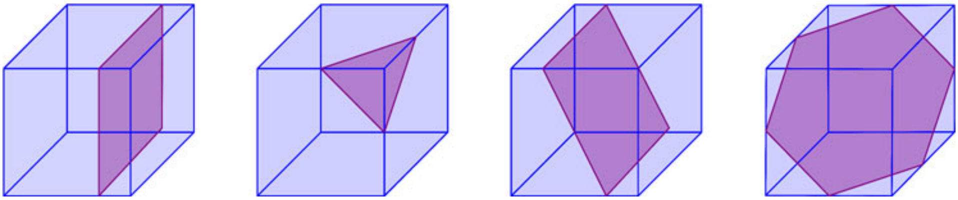


Abb. 2.3 Schnittfiguren am Würfel. (Erstellt mit © GeoGebra)

Erforschen und Entdecken: Würfelschnitte
Wie muss man einen Würfel mit einem ebenen Schnitt durchtrennen, damit als Schnittfläche ein Quadrat, ein Rechteck, ein Dreieck entsteht? Welche anderen Schnittflächen sind möglich? Sind auch Fünfecke, Sechsecke, Achtecke möglich?

Diese Aufgabe erfordert eine gute Vorstellung eines Würfels und der Form der Schnittfigur, wenn man eine Ebene als Schnittfläche durch den Würfel legt. Einige Formen lassen sich noch gut als Schnitte des Würfels vorstellen (vgl. Abb. 2.3): Das Quadrat entsteht als Schnitt parallel zu einer Seitenfläche des Würfels, das Rechteck nach einem „schrägen“ Schnitt durch sich zwei gegenüberliegende Würfelflächen, schließlich ein Dreieck, wenn man eine Ecke durch die drei Kanten, die an dieser Ecke zusammentreffen, abschneidet.

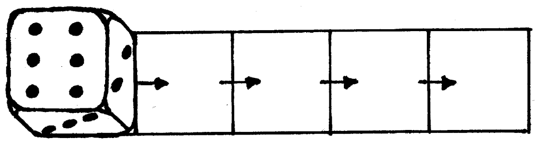
Auch das Sechseck und das Fünfeck (allerdings nicht regelmäßig und nicht abgebildet) sind durch ein geschicktes Schneiden durch alle sechs Flächen bzw. vier Kanten und eine Ecke gut realisierbar. Das Achteck kann es als Schnittfigur beim Würfel nicht geben. Da der Würfel nur sechs Flächen hat, können auch nur Figuren mit maximal sechs Kanten entstehen. Bedeutsam werden diese Schnittüberlegungen bei der Untersuchung von geometrischen Körpern und ihren Beziehungen zueinander, wie dies im Abschnitt über Platonische Körper eingehender vorgenommen wird (vgl. Abschn. 3.3).

Um solche geometrischen Körper besser zu verstehen und sie als Modelle für weitere mathematische Untersuchungen bauen zu können, sind sog. Netze eine wichtige Grundlage. Als Netze bezeichnet man die ebene Darstellung der Oberflächenstruktur, die man z. B. durch das Auffalten und Ausbreiten von Körpern erhält. Eine weitergehende Analyse von Netzen wird in Abschn. 4.2 vorgenommen.

2.2 Bewegungen von Figuren und Körpern in der Ebene und im Raum

Die Fähigkeit, räumliche Beziehungen wahrzunehmen, wird auch aktiviert, um Bewegungen von Figuren und Körpern in der Ebene oder im Raum nachvollziehen zu können. Dies wird im folgenden Beispiel gezeigt.

Erforschen und Entdecken: Kippende Würfel
Stellen Sie sich folgende Situation vor: Ein Spielwürfel wird so auf den Tisch gelegt, dass die 6 oben ist. Welche Zahl kann man nicht sehen, auch nicht, wenn man um den Tisch herumgeht? Nun wird der Würfel nach rechts gekippt und die 5 liegt oben. Welche Zahl zeigt nach unten, welche ist links zu sehen, welche zeigt nach vorne und welche nach hinten? Der Würfel wird nach rechts abgerollt. Welche Würfelzahlen liegen der Reihe nach oben?



Kippender Würfel. (© Friederike Heinz)

Zur Beschreibung der Dreh- und Kippbewegungen des Würfels werden die einzelnen Bewegungsschritte durch die jeweils oben liegende Zahl in den Rastern und Gittern festgehalten. Diese Aufzeichnungen sind also ein Protokoll der Bewegung, können aber auch als Vorschrift für das Abrollen eines Würfels verstanden werden. In unserem Beispiel liegen nacheinander die Zahlen 5, 1, 2, 6 oben, die 3 zeigt immer nach vorne und die 4 immer nach hinten. Benötigt wird hierfür wieder die Raumvorstellungskomponente des Veranschaulichens, weil wir den Würfel mental im Kopf drehen, aber auch die Komponente der räumlichen Beziehungen, da man wissen muss, welche Zahl welcher anderen gegenüberliegt.

Diese Idee, Bewegungen durch Handlungsanweisungen zu beschreiben, soll im folgenden Beispiel der „Turtle-Grafik" weiter ausgebaut werden. Darin wird die Bewegung eines Stift führenden Roboters (der Schildkröte, engl. turtle) beschrieben. Die Schildkröte kann dabei nur die folgenden Bewegungen ausführen, die über die angegebenen Befehle angesteuert werden:

- vorwärts laufen: $\mathrm{v}(x)$, wobei v für vorwärts und x für die Anzahl der Schritte steht;
- sich drehen: $\mathrm{d}(x)$, wobei d für die Drehung entgegen dem Uhrzeigersinn und x für den entsprechenden Drehwinkel steht;
- Stift senken: $+$ (Stift zeichnet) oder Stift heben: $-$ (Stift zeichnet nicht).

Die Schildkröte kann immer nur einen Befehl auf einmal ausführen bzw. eine Befehlskette wird Schritt für Schritt nacheinander abgearbeitet. Stellen Sie sich die Schildkröte mit ihrem Stift wie einen Plotter vor (tatsächlich wurden auch technische Plotter mit dieser Kommandosprache schon gesteuert).

Nun können wir diesen „Turtle-Code“ nutzen, um Bewegungen zu beschreiben oder auch Anweisungen weiterzugeben, die über die Bewegung des Stiftes ein gewünschtes Bild erzeugen. Zur Vereinheitlichung der Befehlsketten vereinbaren wir noch, dass die Schildkröte immer am unteren linken Eck der Zeichenebene sitzen soll und nach rechts schaut.

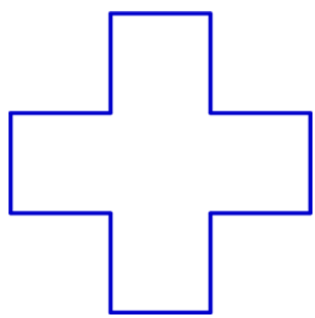
Die Befehlszeile $+\,\mathrm{v}(3)\,\mathrm{d}(90°)\,\mathrm{v}(3)\,\mathrm{d}(90°)\,\mathrm{v}(3)\,\mathrm{d}(90°)\,\mathrm{v}(3)$ würde zum Beispiel ein Quadrat mit der Seitenlänge 3 LE (Längeneinheiten) erzeugen. Ändert man die Befehlskette geringfügig in $+\,\mathrm{v}(3)\,\mathrm{d}(90°)\,\mathrm{v}(3)\,\mathrm{d}(90°){-}\mathrm{v}(3)\,\mathrm{d}(90°){+}\mathrm{v}(3)$, so läuft die Schildkröte wieder entlang des Quadrats, wobei aber die obere Seite nicht gezeichnet wird.

Aufgabe

Welches Bild entsteht, wenn Sie die Schildkröte mit folgender Befehlskette auf den Weg schicken? (Dabei sollten auch irrationale Streckenlängen für die Schildkröte zugelassen sein.)

$$+\,\mathrm{v}(1)\ \mathrm{d}(90°)\ \mathrm{v}(1)\ \mathrm{d}(135°)\ \mathrm{v}\left(\sqrt{2}\right)\ \mathrm{d}(225°)\ \mathrm{v}(1)\ \mathrm{d}(315°)\ \mathrm{v}\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)\ \mathrm{d}(270°)$$
$$\mathrm{v}\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)\ \mathrm{d}(225°)\ \mathrm{v}(1)\ \mathrm{d}(135°)\ \mathrm{v}\left(\sqrt{2}\right)$$

Durch welche Befehle zeichnet die Turtle folgendes Bild (als Länge jedes geraden Teilstücks können Sie 1 LE annehmen)?



Turtle-Weg. (Erstellt mit © GeoGebra)

Bei der vorgegebenen Befehlszeile entsteht das sog. „Haus des Nikolaus“. Um das Kreuz zu bekommen, müssen Sie die Turtle aus der linken unteren Ecke erst zu einer geeigneten Startposition führen, bevor der Stift zum Zeichnen abgesenkt wird, also zum Beispiel $\mathrm{v}(1) + \mathrm{v}(1)$ usw.

Die Bewegung von Figuren kann verwendet werden, um Muster zu erzeugen. Besondere Muster sind sog. Bandornamente oder auch Parkettierungen, die durch die Verschiebung, Drehung und Spiegelung eines kleinen Ausgangsmusters ein ganzes Band oder bei den Parkettierungen sogar die ganze Ebene sich selbst wiederholend füllen. Diese Art von Bewegungen und Mustern werden im Abschn. 4.1 noch genauer untersucht.

2.3 Räumliche Orientierung in der Ebene und im Raum

Stellen Sie sich vor, Sie besuchen die Ihnen bislang unbekannte Stadt Frankfurt am Main und erhalten bei der Ankunft am Bahnhof einen Stadtplan (vgl. Ausschnitt in Abb. 2.4). Nun wollen Sie wichtige Standorte wie Bahnhof, Innenstadt, Museumsufer in Erfahrung bringen, vielleicht auch wichtige Anlaufstellen von Behörden usw.

Wie orientieren Sie sich? Eine Möglichkeit ist es, die Adressen der gesuchten Standorte zu recherchieren und diese im Straßenverzeichnis des Stadtplans nachzuschlagen. Dort findet man hinter den Straßennamen die Angabe eines Buchstabens und einer Zahl. Diese helfen Ihnen, sich mit den auf dem Stadtplan eingetragenen Planquadraten eine grobe Orientierung zu verschaffen. Sie sehen die Planquadrate als feine blaue Linien im Stadtplan. Wie geht man nun mit den zusätzlichen Angaben weiter vor? Sie lesen die Koordinaten des Planquadrates ab. Eine genaue Angabe des Punktes ist nicht zwingend nötig, von daher werden Sie in einem groben Raster orientiert. Sie suchen z. B. den Hauptbahnhof als Ihren Ausgangspunkt. Er befindet sich im Planquadrat F1. Die Einkaufsmeile

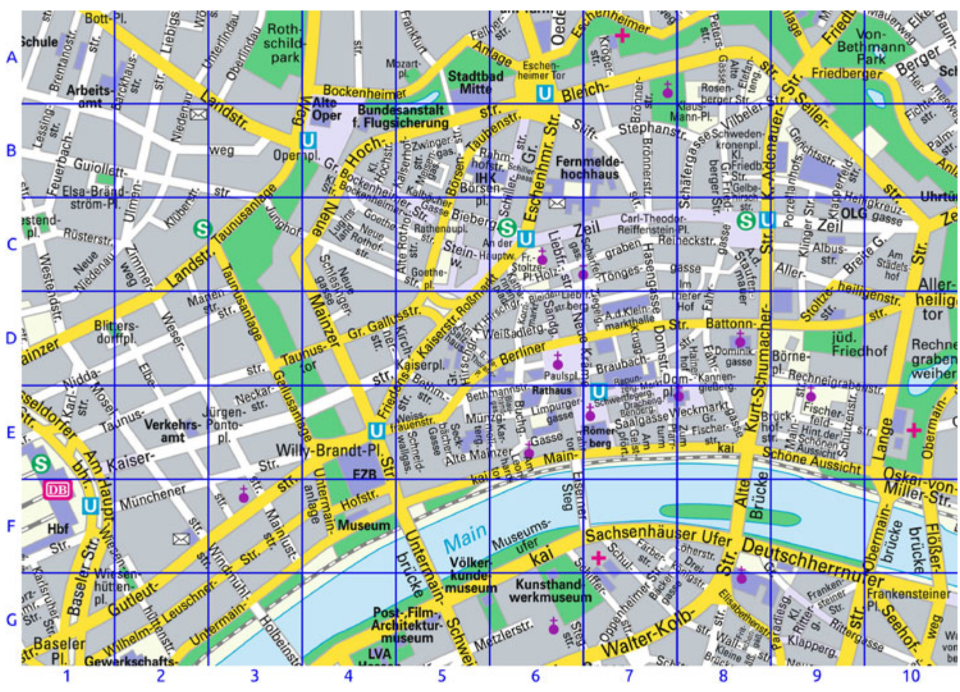


Abb. 2.4 Stadtplan von Frankfurt am Main mit Planquadraten. (© obelicks/Fotolia)

„Zeil“ finden Sie bei C6/7 und sie verläuft bis C10. Am linken und am unteren Rand des Stadtplans sehen Sie zur Orientierung die Beschriftung der Planquadratachsen, wobei die Planquadrate von oben nach unten mit Buchstaben und von links nach rechts mit Zahlen durchnummeriert sind.

Neben der reinen Ortsbestimmung können Sie einem Stadtplan entnehmen, wie Sie laufen müssten, um vom Museumsufer (F6) zum Rathaus (E6) zu kommen. Das Planquadrat E6 liegt auf dem Plan in der gleichen Spalte wie F6, aber eine Zeile höher. Für eine Wegbeschreibung orientieren Sie sich in der Regel auch über die Angaben „geradeaus“, „rechts“ und „links“. Zudem geben Sie an, wie weit man etwa in eine Richtung laufen muss. Dies kann durch die Angabe von absoluten Streckenlängen wie „200 m“ oder „1,5 km“ geschehen oder durch relative Angaben, bezogen auf die Umgebung, wie z. B. „an der dritten Kreuzung links“.

Wie oben bereits am Rande besprochen, kommt hierbei wieder die räumliche Orientierung als eine wichtige Komponente der Raumvorstellung ins Spiel. In ihr geht es ja darum, sich in eine Situation hineinzuversetzen und sich dann in dieser Situation den Gegebenheiten entsprechend zu orientieren. Dies ist im Beispiel beim Lesen einer Landkarte oder eines Stadtplans insofern wichtig, als Sie Ihren Standort bestimmen und sich dann gewissermaßen in den Plan hineinversetzen, um zu entscheiden, ob Sie rechts oder links abbiegen müssen, um Ihren Zielort zu erreichen.

Wollte man diese Idee der Planquadrate auch zur Orientierung im dreidimensionalen Raum verwenden, müsste man noch eine weitere Richtungsangabe hinzufügen und z. B. durch eine weitere Zahl die Höhenangabe ergänzen. Wie dies formalisiert geschieht, wird über die Koordinaten im nächsten Abschnitt erläutert.

2.4 Koordinatisierung und Maße

2.4.1 Kartesisches Koordinatensystem

Zunächst nehmen wir uns die Ebene genau vor. Um in ihr einen Ort benennen zu können, wählen wir zunächst ein Koordinatensystem. Wir fangen mit einem einfachen kartesischen Koordinatensystem an.

► **Definition: Kartesisches Koordinatensystem** Wir wählen eine Gerade g und eine zu g senkrechte Gerade h. Die beiden Geraden schneiden sich in einem Punkt. Dieser sei mit den Koordinaten $(0|0)$ benannt und wird auch Ursprung genannt. Auf beiden Geraden g und h wird jeweils ein Punkt mit den Koordinaten $(1|0)$ und einer mit den Koordinaten $(0|1)$ festgelegt, und zwar in der Orientierung, dass $(1|0)$, $(0|0)$ und $(0|1)$ einen 90°-Winkel im Gegenuhrzeigersinn einschließen. Die Gerade, auf der der Punkt $(1|0)$ liegt, wird häufig x-Achse, die mit dem Punkt $(0|1)$ wird y-Achse genannt (Abb. 2.5).

http://www.springer.com/978-3-662-47205-7

Einführung Mathematik Primarstufe – Geometrie
Helmerich, M.; Lengnink, K.
2016, XI, 240 S. 206 Abb. in Farbe., Softcover
ISBN: 978-3-662-47205-7