
Vorwort

Mit diesem Band richten wir uns vor allem an Studierende und Lehramtsanwärterinnen und Lehramtsanwärter im Lehramt Mathematik für die Primarstufe, an Lehrkräfte in der Praxis des Mathematikunterrichts, die ihr geometrisches Grundwissen auffrischen möchten, und an interessierte Laien. Es werden aber auch mit einigen Aufträgen Studierende und Lehrende der Sekundarstufe I angesprochen. Mit Blick auf diese Zielgruppen geht es uns um eine verstehensorientierte und nicht axiomatische Einführung in die Euklidische Geometrie, die über den Schulstoff bis zum Abitur kaum hinausgeht, die Inhalte aber mathematisch fundiert und vernetzt. Dabei wird auch auf Grundbegriffe der Schulgeometrie zurückgegriffen und nicht immer vollständig alle Begriffe aus Gründen der besseren Lesbarkeit definiert und eingeführt. Bei Bedarf empfehlen wir zur Klärung von Grundbegrifflichkeiten in anderen Lehrwerken oder auf einschlägigen Seiten im Internet zu nachzuschlagen.

Für die verstehensorientierte Darstellung der Geometrie gehen wir von **Leitvorstellungen** aus, an denen entlang die Geometrie aus Allgemeinbildungssicht in den Blick genommen wird. Diese Leitvorstellungen strukturieren das Buch jenseits der Fachinhalte. Sie werden als fundamentale Ideen formuliert und dienen der vertikalen Strukturierung von Einzelinhalten und der horizontalen Vernetzung.

An den folgenden Leitvorstellungen werden im Buch die wesentlichen Inhalte der Fachmathematik erarbeitet:

- Geometrie kann helfen, dynamische Prozesse zu beschreiben.
- Geometrie hilft beim Wahrnehmen räumlicher Zusammenhänge und bei der Orientierung im Raum.
- Geometrie dient dem Erfassen von Formen und dem (künstlerischen) Gestalten von Mustern.
- Geometrie beschäftigt sich mit dem Messen von Objekten, insbesondere auch von nicht zugänglichen Objekten über theoretische Hilfsmittel.
- Geometrie wird eingesetzt, um Realität abzubilden, zu entwerfen und zu planen.

Insgesamt ist das Ziel, dem Leser Mut zu machen, sich den Inhalten der Geometrie zu öffnen, sie sich elementar zu erschließen und von dort aus weiterführend erkundend in die

Mathematik hineinzublicken. Die Inhalte sollen über die Leitvorstellungen in ihrem Sinn und ihrer Bedeutung für Menschen verständlich werden.

Anlässe zum Erleben und Erkunden von Phänomenen aus Mathematik und Lebenswelt bieten jeweils einen Einstieg in das Thema. Von dort aus wird ein fachwissenschaftlich fundierter Blick auf die Gegenstände erarbeitet, in dem auch die innermathematischen Zusammenhänge geklärt und ein elementarmathematisches Wissen und Können aufgebaut werden soll. Insbesondere Aufträge zum eigenen Erforschen und Entdecken sowie Begründen lassen den Prozesscharakter von Mathematik über den individuellen Bezug des Lesers zum Thema lebendig werden. Darstellungen werden erarbeitet und geometrische Beschreibungen als Mathematisierungsmuster für reale Situationen angegeben. Dabei wird ein ausgewogenes Verhältnis zwischen statischer Beschreibung von Strukturen und dynamischer Geometrie genutzt, um beide Zugänge beim Leser zu fördern. Ein Bezug zu Schule und Unterricht wird über Phänomene, Beispiele und Aufgaben hergestellt und bezieht sich je nach Thema auf die Grundschule oder die frühe Sekundarstufe I. Am Ende eines jeden Kapitels werden dem Leser ein Kompetenzraster für die Reflexion des eigenen Lernprozesses und als Rückmeldung zum Lern- und Wissenstand angeboten. Die Kompetenzraster dienen der Zieltransparenz, damit klar ist, was in einem Kapitel gelernt werden sollte. Die anschließenden Aufgaben können dann darauf abgestimmt zum gezielten Weiterlernen und Üben genutzt werden.

Im ersten Kapitel wird dem Leser ein Einblick in die dynamische Sicht der Geometrie gegeben. Dazu werden zwei Zugänge gewählt: zum einen die Vorstellungsübungen nach Christof Weber, zum anderen die Nutzung von Dynamische-Geometrie-Software. Während die erste Methode mentale Bilder und Handlungsvorstellungen beim Leser aufzubauen versucht, die sich als dynamischer Prozess für das Geometrielernen nutzen lassen, stellt die zweite Methode einen technisch unterstützten Zugang dar, dynamische Prozesse extern zu realisieren und damit zu experimentieren. Beide Zugänge dienen dazu, mit Geometrie dynamische Prozesse zu beschreiben.

Die Förderung der räumlichen Wahrnehmung und Orientierung sowie des räumlichen Vorstellungsvermögens ist ein wesentliches Ziel geometrischer Bildung und wird im zweiten Kapitel behandelt. Dabei werden sowohl Aspekte der räumlichen Wahrnehmung geometrisch beleuchtet als auch geometrische Hilfsmittel zur Orientierung, wie etwa Pläne, Maßstäbe, Grundrisse und Graphen, besprochen. Ein wichtiges Hilfsmittel ist die Darstellung der Ebene und des Raumes mithilfe von Koordinaten, auf die in diesem Kapitel besonders fokussiert wird.

Im dritten Kapitel werden elementare Formen und Muster erfasst und in geometrischer Sprache beschrieben. Hier werden die Grundbegriffe zu Dreiecken, Vierecken, Kreisen sowie Symmetrie und Kongruenz erarbeitet und dann auf dreidimensionale Objekte ausgeweitet. In diesem Zusammenhang wird auch eine wichtige Klasse von geometrischen Abbildungen, die Kongruenzabbildungen mit den Grundelementen der Spiegelung, Drehung und Verschiebung, sowie zentrale Aussagen über diese bearbeitet. Die Erkundung mathematischer Körper, insbesondere der Platonischen Körper, und der Eulersche Polyedersatz schließen das Kapitel ab.

Die Formen und Muster der Geometrie lassen sich im vierten Kapitel für die Analyse und Gestaltung von eigenen Mustern nutzen. Hier werden Bandornamente und Parkettierungen auf ihre Symmetrien hin untersucht sowie eigene Muster gestaltet. Zudem wird der Kreis als wichtiges Gestaltungselement eingesetzt, um zum Beispiel Maßwerkfenster zu analysieren und selbst zu konstruieren. Im zweiten Teil des Kapitels wird das Gestalten auf räumliche Objekte ausgeweitet und es werden elementargeometrische Grundlagen erarbeitet, um Modelle geometrischer Körper zu erstellen.

Die Leitidee des Messens von Objekten wird im fünften Kapitel entfaltet. Dafür werden Größen und Eigenschaften von Formen erkundet, wie etwa Längen, Flächen und Winkel von ebenen Figuren sowie Oberflächen und Volumina von Körpern. Mit den Strahlensätzen, der Trigonometrie und dem Satz von Pythagoras werden im Anschluss auch mathematische Hilfsmittel etabliert, um nicht direkt zugängliche Objekte zu messen.

Im sechsten Kapitel werden die erarbeiteten Grundlagen der Geometrie genutzt, um Realität abzubilden und damit zu planen und zu entwerfen. Hier werden dreidimensionale Objekte in Projektionen und Schrägbildern dargestellt, Baupläne und Netze sowie Maßstäbe genutzt.

Wir hoffen unseren Lesern eine konstruktive und eigene Beschäftigung mit dem Thema Geometrie zu ermöglichen. Unser Ziel ist es, dass sie einen reflektierten geometrischen Blick auf die Welt aufbauen, Zutrauen entwickeln, eigene geometrische Fragen zu stellen und Entdeckungen zu machen, und darüber hinaus einen Einblick in die innere Konsistenz und Reichhaltigkeit der Geometrie als Kulturgut erleben.

Wir bedanken uns bei Friederike Heinz, Clemens Winklmaier und Nena Hartung für die Unterstützung beim Erstellen von Abbildungen sowie bei Christof Weber und Andreas Büchter für die Kommentare und Diskussionen.

Markus Helmerich
Katja Lengnink

Einführung Mathematik Primarstufe – Geometrie

Helmerich, M.; Lengnink, K.

2016, XI, 240 S. 206 Abb. in Farbe., Softcover

ISBN: 978-3-662-47205-7