

---

## Vorwort

Symmetrieüberlegungen bilden in vielfältiger Weise einen zentralen Grundpfeiler im Gedankengebäude der modernen theoretischen Physik. Zum gegenwärtigen Zeitpunkt kulminieren sie im äußerst erfolgreichen Standardmodell der Elementarteilchenphysik und werden sicherlich auch in einer neuen Theorie jenseits des Standardmodells von großer Bedeutung sein. Das Teilgebiet der Mathematik, das der Formulierung von Symmetrieprinzipien und ihrer konkreten phänomenologischen Anwendung zugrunde liegt, ist die Gruppentheorie. Das Ziel dieses Buches besteht in einer didaktischen Einführung in die gruppentheoretischen Überlegungen und Methoden, die zu einem immer tieferen Verständnis der Wechselwirkungen der Elementarteilchen geführt haben.

Die ersten drei Kapitel beschäftigen sich primär mit mathematischen Aspekten der Gruppentheorie. Wir werden zunächst grundlegende Begriffe kennenlernen und ihre Bedeutung in der Regel an einfachen, wenn möglich physikalisch relevanten Beispielen erläutern. Das zweite Kapitel widmet sich den Grundzügen der Darstellungstheorie primär endlicher Gruppen, wobei viele Ergebnisse auch auf kompakte Lie-Gruppen übertragbar sind. Im dritten Kapitel diskutieren wir das Konzept von Lie-Gruppen und deren Zusammenhang mit Lie-Algebren.

In den restlichen Kapiteln geht es dann hauptsächlich um die Anwendung der Gruppentheorie in der Physik. Kapitel 4 beschäftigt sich mit den Gruppen  $SO(3)$  und  $SU(2)$ , die im Zusammenhang mit der Beschreibung des Drehimpulses in der Quantenmechanik auftreten. Wir werden das Wigner-Eckart-Theorem zusammen mit einigen Anwendungen diskutieren. In Kap. 5 widmen wir uns den Zusammensetzungseigenschaften stark wechselwirkender Systeme, sog. Hadronen, und diskutieren ausführlich die Transformationseigenschaften von Quarks mit Bezug auf die speziell unitären Gruppen. Das Noether-Theorem wird in der Regel in Verbindung mit den zur Galilei-Gruppe und zur Poincaré-Gruppe gehörigen Erhaltungssätzen behandelt. Wir beschränken uns in Kap. 6 auf innere Symmetrien, werden dafür aber ausführlich die Anwendung auf die Quantenfeldtheorie darlegen. Insbesondere wird ein Ausblick auf die Auswirkung von Symmetrien in Form sog. Ward-Identitäten gewährt. Während das Noether-Theorem im Wesentlichen von globalen Symmetrien Gebrauch macht, basiert die Konstruktion von Eichtheorien auf loka-

len Symmetrien. In Kap. 7 wenden wir uns dem Eichprinzip zu und diskutieren zunächst die Konstruktion der Quantenelektrodynamik. Im Anschluss daran verallgemeinern wir das Eichprinzip auf nicht-abelsche Gruppen (Yang-Mills-Theorien) und formulieren die Quantenchromodynamik (QCD). Insbesondere werden wir an Kap. 5 und 6 anknüpfen und „zufällige“ globale Symmetrien der QCD, speziell die chirale Symmetrie, in Augenschein nehmen. Neben den Symmetrien spielen auch verschiedene Formen der Symmetriebrechung eine entscheidende Rolle, sei es eine explizite Symmetriebrechung in Form einer äußeren Störung oder eine spontane Symmetriebrechung aufgrund der Dynamik des Systems. In Kap. 8 werden wir das Phänomen der spontanen Symmetriebrechung sowohl für globale als auch für lokale Symmetrien beleuchten. Die erste Form findet in der QCD ihren Ausdruck und führt in Kombination mit einer expliziten Symmetriebrechung durch die Quarkmassen zu einer faszinierenden Verwebung im Niederenergiesektor der Hadronenphysik. Die zweite Form ist Input für die Formulierung des Standardmodells mit seinem Higgs-Phänomen. Im abschließenden Kapitel werden wir alle Fäden zusammenführen und uns die gruppentheoretische Struktur des Standardmodells erarbeiten. Zu guter Letzt werfen wir darin anhand der Gruppe  $SU(5)$  einen Blick auf große vereinheitlichte Theorien.

Offenkundig konnten hier nicht alle Aspekte der Gruppentheorie in der Physik berücksichtigt werden, weshalb wichtige Themengebiete ausgespart blieben. Exemplarisch seien dafür die für die Festkörperphysik und die Chemie relevanten Symmetriegruppen, die Darstellungstheorie der Poincaré-Gruppe oder der Themenbereich Supersymmetrie genannt.

Das vorliegende Material hat sich aus einem zweisemestrigen Kurs mit jeweils drei Semesterwochenstunden Vorlesung und einer Semesterwochenstunde Übung entwickelt. Außerdem wurden einige Abschnitte der Kap. 6 bis 9 in Form von Seminarvorträgen diskutiert. Bei der Entwicklung der Vorlesungen, die letztlich zu diesem Buch führten, übten drei Monographien einen ganz entscheidenden Einfluss aus: der Klassiker Hamermesh (1962)<sup>1</sup>, der äußerst didaktische Überblick Jones (1990)<sup>2</sup> und die schönen Vorlesungen von Balachandran und Trahern (1984)<sup>3</sup>. Als ganz wichtigen Aspekt empfinde ich das Bearbeiten von Übungen, um das eigene Verständnis des behandelten Lehrstoffs zu überprüfen. Deshalb enthält dieses Buch mehr als 100 Übungsaufgaben mit unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden.

Ich danke den Studierenden vergangener Semester für zahlreiche Nachfragen zur Vorlesung und Verbesserungsvorschläge. Außerdem geht mein besonderer Dank an Pablo Sanchez und Dr. Pere Masjuan für kritische Fragen und Kommentare sowie viele hilfreiche Anmerkungen zum ursprünglichen Entwurf dieses Buches. Ich danke Dr. Michael Zillgitt für das ausgezeichnete Lektorat. Schließlich möchte ich

---

<sup>1</sup> Hamermesh, M.: Group Theory and Its Application to Physical Problems. Addison-Wesley, Reading, Mass. (1962)

<sup>2</sup> Jones, H.F.: Groups, Representations and Physics. Adam Hilger, Bristol, New York (1990)

<sup>3</sup> Balachandran, A. P., Trahern, C. G.: Lectures on Group Theory for Physicists. Bibliopolis, Napoli (1984)

mich bei Bianca Alton, Margit Maly und Vera Spillner von Spektrum Springer für die angenehme Zusammenarbeit bedanken.

Aus meiner langjährigen Erfahrung mit den Vorlesungen zur Gruppentheorie und der Rückmeldung der Studierenden weiß ich, welche Faszination die Gruppentheorie ausübt. An vielen Stellen setzt ein Aha-Erlebnis ein, wenn der Zusammenhang mit bereits Bekanntem aus anderen Vorlesungen hergestellt wird. Ich hoffe, dass es mir gelungen ist, einen Teil dieser Faszination mithilfe des vorliegenden Buches an die Leser weiterzugeben.

Mainz, Juli 2015

*Stefan Scherer*

Symmetrien und Gruppen in der Teilchenphysik

Scherer, S.

2016, XII, 459 S. 31 Abb., 30 Abb. in Farbe., Softcover

ISBN: 978-3-662-47733-5