

2

Die Welt des Pythagoras – Objektive oder hypothetische Realität

Der Urvater dessen, was wir heute in den exakten Naturwissenschaften unter „objektiver Realität“ verstehen, ist die legendäre Gestalt des Pythagoras von Samos¹ (siehe: Singh 2000). Der nach ihm benannte Satz, nach dem im rechtwinkligen Dreieck das Hypotenusenquadrat gleich der Summe der beiden Kathetenquadrate ist, war schon tausend Jahre vor ihm bekannt, und Pythagoras hat ihn zweifelsohne auf seinen ausgedehnten Reisen durch die antike Welt kennengelernt. Denn überall interessierte er sich für die in vielen Generationen von Priestern, Sterndeutern und Landvermessern gewonnenen Kenntnisse der Mathematik. Was wir ihm verdanken, ist also nicht der Satz des Pythagoras, sondern sein Beweis. Nach allem, was wir wissen, gab es vor ihm allenfalls Vorformen von dem, was wir heute unter einem mathematischen Beweis verstehen. Mathematische Kenntnisse und Fertigkeiten wurden vom Vater dem Sohn, vom Lehrer dem Schüler weitergegeben wie die Kenntnisse des Brotbackens. Für Pythagoras aber war der Beweis etwas Göttliches. Man kann Pythagoras durchaus als Religions-

¹ Über den historischen Pythagoras (ca. 580–500 v. Chr.) ist wenig bekannt. Das hier gezeichnete Bild entspricht verschiedenen Legenden aus der Zeit des Neuplatonismus im 3. Jahrh. n. Chr.

stifter ansehen, dem ein neuer Weg zur göttlichen Wahrheit offenbart wurde. Angeblich ließ er den Göttern zum Dank hundert Ochsen opfern, als ihm der Beweis seines berühmten Satzes eingefallen war. Es ist bemerkenswert, dass bis in unsere Zeit große Mathematiker und Naturforscher Begriffe aus dem Bereich des Religiösen verwenden, wenn sie zu beschreiben versuchen, was in ihnen vorgeht, wenn ihnen eine bedeutende Erkenntnis *einfällt*. Als Beispiel sei Carl Friedrich Gauß zitiert, der sich zwei Jahre lang vergeblich um den Beweis eines Satzes bemüht hat und der nach dessen Entdeckung an seinen Freund schreibt: „Endlich vor ein paar Tagen ist's gelungen – aber nicht meinem mühsamen Streben, sondern bloß durch die Gnade Gottes möchte ich sagen. Wie der Blitz einschlägt, hat sich das Rätsel gelöst; ich selbst wäre nicht imstande, den leitenden Faden zwischen dem, was ich vorher wusste, dem, womit ich die letzten Versuche gemacht habe, – und dem, wodurch es gelang, nachzuweisen.“ (Primas 1995)

Ausgerüstet mit der Methode des mathematischen Beweises machten sich Pythagoras und seine Schüler daran, die Welt der Zahlen zu erforschen. Gemeint sind die positiven ganzen Zahlen, denn nur diese gab es in der damaligen Welt. Als Beispiel seien die *vollkommenen Zahlen* betrachtet, die dadurch definiert sind, dass sie gleich der Summe ihrer Teiler sind. Zum Beispiel sind $6 = 1 + 2 + 3$ und $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$ die ersten vollkommenen Zahlen, auf die in immer größeren Abständen 496, 8128 und 33.550.336 folgen. Welche Bedeutung diese erstmals von Pythagoras erkannte mathematische Vollkommenheit in der nachfolgenden Kulturgeschichte hatte, können wir aus dem folgenden Zitat aus dem *Gottesstaat* von Augustinus

erkennen: „Die 6 ist an und für sich eine vollkommene Zahl, doch nicht, weil Gott alle Dinge in sechs Tagen erschaffen hätte. Das Gegenteil ist wahr: Gott schuf alle Dinge in sechs Tagen, weil diese Zahl vollkommen ist. Und sie würde vollkommen bleiben, selbst wenn das Werk der sechs Tage nicht existierte.“ (Singh 2000) Kein Wunder also, dass man danach die pythagoreische Methode des Beweisens auch auf die Existenz Gottes anwandte. Allerdings wurden diese Gottesbeweise spätestens von Immanuel Kant als Ergebnisse menschlicher Unvollkommenheit erkannt, während die Vollkommenheit der vollkommenen Zahlen bis heute von niemandem angezweifelt wurde. Die unabänderliche Richtigkeit mathematischer Sätze lässt seither immer wieder Menschen an die Existenz einer absoluten Wahrheit glauben, die für alle Zeiten unabänderlich bestehen bleibt. Auch Platons Ideenlehre ist in diesem Sinne pythagoreisch.

Wie viele seiner Nachfolger ist schon Pythagoras einer Illusion erlegen, die von C. G. Jung als *psychische Inflation* (Jung 1928) bezeichnet wurde. Er war nämlich so erfüllt von der Wahrheit und Heiligkeit der ganzen Zahlen, dass er glaubte, jede Zahl könne als echter Bruch zweier ganzer Zahlen dargestellt werden, obwohl er dies ja noch gar nicht bewiesen hatte. Fragt man aber nach der Länge der Hypotenuse eines gleichseitigen rechtwinkligen Dreiecks, deren Katheten die Länge eins haben, so erhält man die Wurzel aus zwei. Es wird erzählt, ein Schüler von Pythagoras mit dem Namen Hippasus habe entdeckt, dass diese Zahl nicht als echter Bruch dargestellt werden kann. Doch in der Welt des Pythagoras gehörten die ganzen Zahlen gleichsam zum Allerheiligsten. Dass es daneben noch andere *irrationale* Zahlen geben könne, war ein Sakrileg. Daher verurteilte

Pythagoras seinen Schüler Hippasus zum Tode durch Ertränken. Zweihundert Jahre später hat Euklid mit der von Pythagoras erfundenen Methode des Widerspruchsbeweises (es wird bewiesen, dass das genaue Gegenteil des behaupteten Satzes zu einem logischen Widerspruch führt) einen ganz einfachen Beweis für die Irrationalität der Wurzel aus zwei gefunden, der noch heute in den Gymnasien gelehrt wird. In der Zwischenzeit hatte etwas stattgefunden, das man heute als „Paradigmenwechsel“ bezeichnen würde. Die Zahlenwelt des Pythagoras war nicht wirklich zusammengebrochen; was Pythagoras streng bewiesen hatte, stimmte noch immer. Aber es stimmte innerhalb einer erweiterten Zahlenwelt, zu der später noch die komplexen Zahlen hinzukamen. Die Illusion des Pythagoras bestand darin, dass er meinte, mit der Zahl den Schlüssel zum Plan Gottes in der Hand zu haben: „Alles, was man erkennen kann, lässt sich auf eine Zahl zurückführen.“ Tatsächlich fand er auf der Suche nach ganzen Zahlen in der Natur das vielleicht erste quantitativ überprüfbare Naturgesetz. Wenn man eine Saite in den Verhältnissen 1: 2, 2: 3, 3: 4, 4: 5 und 5: 6 teilt, so erklingen die Oktave, die Quinte, die Quarte, die große und die kleine Terz. Die Harmonie der Töne gehorcht also einfachen Beziehungen zwischen ganzen Zahlen. In kühner Extrapolation entwarf er daraus eine Kosmologie mit Sphärenklängen in einer Harmonie der Welt, der Welt des Pythagoras. Irrationale Zahlen dagegen gehörten in das Reich des Bösen, das bekämpft werden musste; daher musste Hippasus sterben.

In ihren Grundzügen hat sich die Entstehungsgeschichte der „Welt des Pythagoras“ später immer wieder nach dem gleichen Muster wiederholt: Eine schöne mathematische

Struktur harmonisiert in verführerischer Weise mit Naturerscheinungen. Obwohl nur eine partielle und näherungsweise Übereinstimmung nachgewiesen werden kann, wird sie zur Weltformel, einer *Theory of Everything* erklärt, und Ungläubige werden in das Reich des Bösen verdammt. Die letzten beiden Sätze in Stephen Hawkings Buch *A Brief History of Time* (Hawking 1988) zeigen, dass sich an dem Phänomen der *psychischen Inflation* seit Pythagoras nichts geändert hat: „*Then we shall all, philosophers, scientists, and just ordinary people, be able to take part in the discussion of the question of why it is that we and the universe exist. If we find the answer to that, it would be the ultimate triumph of human reason – for then we would know the mind of God.*“

Erinnert das nicht an die Schlange im Paradies? Diese sagt (Gen. 3,5): „*Eritis sicut deus scientes bonum et malum.* Ihr werdet sein wie Gott, Wissende des Guten (Wahren) und Bösen (Falschen).“ Eine Welt mit einem in der Sprache der Mathematik geschriebenen *Plan Gottes*, das ist die Welt des Pythagoras. In dieser Welt gibt es eine Wahrheit, die inneren Halt verleiht, ein sicheres Fundament, auf das seit der Aufklärung immer mehr Menschen ihre individuelle Eigenwelt gegründet haben und die heute auch als *objektive Realität* verstanden wird.

Seit dem Siegeszug von Naturwissenschaften und Technik wird der naive Realismus der *Laien* noch unterstützt durch die Autorität der jederzeit überprüfbaren Fakten, durch die *Macht des Faktischen*. Zum Beispiel wurde aufgrund der *theoretischen* Vorhersage einer Kettenreaktion in einem Uranisotop 1942 in den USA ein Milliardenprojekt gestartet, weil man glaubte, sicher erwarten zu können, dass die Atombombe explodieren werde. Derartige Erleb-

nisse haben den Glauben an die *objektive Realität* der Naturwissenschaften immer wieder bekräftigt. Selbst unter den Naturwissenschaftlern gibt es nur wenige, die darauf hinweisen, dass es sich dabei um eine *hypothetische Realität* handelt.

Der Gedanke, dass es sich bei der Annahme der Existenz einer *objektiven Realität* um eine unbewiesene Hypothese handelt, die aus pragmatischen Gründen unverzichtbar ist, geht auf David Hume zurück und sie wurde in den Händen von Charles Sanders Peirce zu einem Argument für den philosophischen Pragmatismus. In seinem Aufsatz *The Fixation of Belief* (Peirce 1877) behandelt er alle ihm bekannten Methoden, die der Befestigung einer vorgefassten Meinung dienen können, und er entscheidet sich für die in den Naturwissenschaften so erfolgreiche Methode, die Realität der Welt ohne Beweis anzunehmen, zumal auch das Gegenteil unbeweisbar ist. Er wird damit zum Begründer des philosophischen Pragmatismus, der danach besonders von William James weiterentwickelt und auf viele Bereiche des Lebens angewandt wurde. Nach Peirce hat besonders Konrad Lorenz (1973) einen *hypothetischen Realismus* vertreten. Durch Anwendung des Darwin'schen Evolutionsprinzips kam er zu einer *evolutionären Erkenntnistheorie*, die danach besonders von Gerhard Vollmer (1975) weiterentwickelt wurde. In dieser Theorie wird die von Menschen erlebte Realität als Ergebnis eines evolutionären Anpassungsprozesses betrachtet. Man nimmt an, dass die *subjektiven Erkenntnisstrukturen* des *Homo sapiens* auf die Welt passen, „weil sie sich im Laufe der Evolution in Anpassung an diese reale Welt herausgebildet haben“ (Vollmer 1975). Die Hoffnung, dass dieser *Homo sapiens* am Ende seiner Phylogenese ein

Bewusstsein der *wahren* Welt erlangt, ist hier deutlich sichtbar. Diese Erwartung, die naturwissenschaftliche Methode führe den „objektivierenden Naturforscher“ am Ende von der *hypothetischen* zur *objektiven* Realität, wurde schon von Pierce und Lorenz vertreten.

Dazu gibt es aber in der Geschichte der Astronomie ein berühmtes Gegenbeispiel. Anderthalb Jahrtausende lang galt das Ptolemäische Weltbild als reale Beschreibung des Universums. Die astronomischen Beobachtungen und Berechnungen wurden in dieser Zeit zwar immer genauer, aber sie kamen der objektiven Realität nicht näher. Das neue heliozentrische Weltsystem stimmte sogar zunächst schlechter mit den Beobachtungen überein als das geozentrische des Ptolemäus, weil Kopernikus annahm, dass die Planeten sich auf Kreisbahnen um die Sonne bewegen. Erst die elliptischen Bahnen von Kepler und deren Erklärung durch das Newton'sche Gravitationsgesetz führten zur allgemeinen Anerkennung des kopernikanischen Systems, das auch im Rahmen des heutigen Standardmodells des Universums noch gültig ist. Aber wie weit dieses Standardmodell von einer *objektiven* Realität entfernt ist, kann niemand wissen (siehe Kap. 5).

Unter Mathematikern wird unverändert kontrovers die Frage diskutiert, ob die Mathematik *entdeckt* oder *erfunden* wird. Auf der einen Seite stehen die „Platonisten“, die glauben, dass die Welt der Mathematik *entdeckt* wird wie die geographische Welt, in der es nur noch wenige weiße Flecken auf der Landkarte gibt. Danach gab es die Zahl $\pi = 3,141\dots$ schon immer wie die platonische Idee des idealen Kreises. Doch die Mathematiker haben im Lauf der Geschichte *entdeckt*, dass sie wie die Zahl $e = 2,718\dots$ zu den irrationalen

und unter diesen zu den „transzendenten“ Zahlen gehört und dass zwischen beiden die Beziehung $e^{i\pi} + 1 = 0$ besteht, in der noch die imaginäre Einheit $i = \sqrt{-1}$ vorkommt. Aber es gibt ein Buch (Lakoff und Nunez 2000), in dem genau diese Gleichung als Fallstudie dient, mit der gezeigt werden soll, wie die Mathematik von Menschen erfunden wird. Wer von den Kontrahenten am Ende recht hat, ist offen, vermutlich wird es nie eine endgültige Antwort geben. Doch die umfangreiche Literatur zu der Thematik ist in vieler Hinsicht interessant und aufschlussreich (Siehe: Changeux u. Connes (1992); Barrow (1992); Livio (2009); Penrose (1998)). Sie zeigt auch, wie sehr die verschiedenen Meinungen von den individuellen Biographien der Beteiligten geprägt sind. Sehr bedenkenswert ist die schon oben zitierte Meinung von Augustinus, nach der Gott die Welt in sechs Tagen geschaffen hat, *weil* 6 eine vollkommene Zahl ist. „Und sie würde vollkommen bleiben, selbst wenn das Werk der sechs Tage nicht existierte.“ (Singh 2000) Dem Glauben an die absolute Wahrheit der Mathematik steht die Einsicht entgegen, dass es für Menschen keine andere Wirklichkeit geben kann als die von C. S. Peirce behauptete *hypothetische Realität*. Daher beschließe ich dieses Kapitel mit dem berühmten Ausspruch von Leopold Kronecker: „Die ganzen Zahlen hat der liebe Gott gemacht, alles andere ist Menschenwerk.“ (Weber 1893)

Viele Welten in einer Welt

Sillescu, H.

2016, XIII, 276 S. 1 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-662-47148-7