

Inhaltsverzeichnis

1	Prolog: 3000 Jahre Analysis	1
1.1	Was ist Analysis?	3
1.2	Vorläufer von π	4
1.3	Das π der Bibel	7
1.4	Volumen eines Pyramidenstumpfes	9
1.5	Babylonische Näherung an $\sqrt{2}$	13
2	Das Kontinuum in der griechisch-hellenistischen Antike	15
2.1	Die Griechen formen die Mathematik	18
2.1.1	Der Beginn: Thales von Milet und seine Schüler	19
2.1.2	Die Pythagoreer	21
2.1.3	Die Proportionenlehre des Eudoxos in Euklids Elementen	27
2.1.4	Die Methode der Exhaustion – Integration auf griechisch	33
2.1.5	Das Problem der Kontingenzwinkel	37
2.1.6	Die drei großen klassischen Probleme	38
2.2	Kontinuum versus Atome – Infinitesimale versus Indivisible	47
2.2.1	Die Eleaten	48
2.2.2	Atomismus und Kontinuum	49
2.2.3	Indivisible und Infinitesimale	51
2.2.4	Die Zenonschen Paradoxien	54
2.3	Archimedes	59
2.3.1	Leben, Tod und Anekdoten	59
2.3.2	Das Schicksal der archimedischen Schriften	67
2.3.3	Die Methodenschrift: Zugang hinsichtlich der mechanischen Sätze	71
2.3.4	Die Quadratur der Parabel durch Exhaustion	76
2.3.5	Über Spiralen	80
2.3.6	Archimedes fängt π	84
2.4	Die Beiträge der Römer zur Analysis	86
2.5	Aufgaben zu Kapitel 2	89

3	Wie Wissen wanderte – Vom Orient zum Okzident	91
3.1	Der Niedergang der Mathematik und die Rettung durch die Araber	93
3.2	Die Beiträge der Araber zur Analysis	98
3.2.1	Avicenna (Ibn Sīnā): Universalgelehrter im Orient	98
3.2.2	Alhazen (Al-Haitam): Physiker und Mathematiker	99
3.2.3	Averroës (Ibn Rušd): Aristoteliker im Islam	106
3.3	Aufgaben zu Kapitel 3	108
4	Kontinuum und Atomistik in der Scholastik	109
4.1	Der Wiederbeginn in Europa	111
4.2	Die große Zeit der Übersetzer	120
4.3	Das Kontinuum in der Scholastik	128
4.3.1	Robert Grosseteste	130
4.3.2	Roger Bacon	132
4.3.3	Albertus Magnus	134
4.3.4	Thomas Bradwardine	136
4.3.5	Nicole Oresme	142
4.4	Scholastische „Abweichler“	148
4.5	Nicolaus von Kues	150
4.5.1	Die mathematischen Werke	153
4.6	Aufgaben zu Kapitel 4	156
5	Indivisible und Infinitesimale in der Renaissance	157
5.1	Renaissance: Die Wiedergeburt der Antike	159
5.2	Die Schwerpunktnehmer	162
5.3	Johannes Kepler	171
5.3.1	Neue Stereometrie der Fässer	190
5.4	Galileo Galilei	195
5.4.1	Der Umgang Galileis mit dem Unendlichen	203
5.5	Cavalieri, Guldin, Torricelli und die hohe Kunst der Indivisiblen	207
5.5.1	Die Indivisiblenrechnung nach Cavalieri	211
5.5.2	Die Kritik durch Guldin	219
5.5.3	Die Kritik durch Galilei	220
5.5.4	Torricellis scheinbares Paradoxon	221
5.5.5	De Saint-Vincent und die Fläche unter der Hyperbel	223
5.6	Aufgaben zu Kapitel 5	232

6	An der Wende vom 16. zum 17. Jahrhundert	233
6.1	Analysis vor Leibniz in Frankreich	235
6.1.1	Frankreich an der Wende vom 16. zum 17. Jahrhundert	235
6.1.2	René Descartes	238
6.1.3	Pierre de Fermat	248
6.1.4	Blaise Pascal	258
6.1.5	Gilles Personne de Roberval	271
6.2	Analysis vor Leibniz in den Niederlanden	278
6.2.1	Frans van Schooten jr.	278
6.2.2	René François Walther de Sluse	279
6.2.3	Johann van Waveren Hudde	281
6.2.4	Christiaan Huygens	284
6.3	Analysis vor Newton in England	287
6.3.1	Die Entdeckung der Logarithmen	287
6.3.2	England an der Wende vom 16. zum 17. Jahrhundert	288
6.3.3	John Napier und die Napierschen Logarithmen	292
6.3.4	Henry Briggs und seine Logarithmen	299
6.3.5	England im 17. Jahrhundert	310
6.3.6	John Wallis und die Arithmetik des Unendlichen	313
6.3.7	Isaac Barrow und die Liebe zur Geometrie	323
6.3.8	Die Entdeckung der Reihendarstellung des Logarithmus durch Nicolaus Mercator	330
6.3.9	Die ersten Rektifizierungen: Harriot und Neile	335
6.3.10	James Gregory	344
6.4	Analysis in Indien	345
6.5	Aufgaben zu Kapitel 6	349
7	Newton und Leibniz – Giganten und Widersacher	351
7.1	Isaac Newton	353
7.1.1	Kindheit und Jugend	353
7.1.2	Der Student in Cambridge	356
7.1.3	Der Lucasische Professor	364
7.1.4	Alchemie, Religion und die große Krise	369
7.1.5	Newton als Präsident der Royal Society	373
7.1.6	Das Binomialtheorem	375

7.1.7	Die Fluxionsrechnung	376
7.1.8	Der Hauptsatz	379
7.1.9	Kettenregel und Substitutionen	381
7.1.10	Das Rechnen mit Reihen	382
7.1.11	Integration durch Substitution	383
7.1.12	Newtons letzte Arbeiten zur Analysis	385
7.1.13	Differentialgleichungen bei Newton	385
7.2	Gottfried Wilhelm Leibniz	387
7.2.1	Kindheit, Jugend und Studium	387
7.2.2	Leibniz in Mainzer Diensten	389
7.2.3	Leibniz in Hannover	393
7.2.4	Der Prioritätsstreit	398
7.2.5	Erste Erfolge mit Differenzenfolgen	403
7.2.6	Die Leibnizsche Notation	405
7.2.7	Das charakteristische Dreieck	409
7.2.8	Die unendlich kleinen Größen	412
7.2.9	Das Transmutationstheorem	415
7.2.10	Das Kontinuitätsprinzip	419
7.2.11	Differentialgleichungen bei Leibniz	421
7.3	Erste Kritik: George Berkeley	422
7.4	Aufgaben zu Kapitel 7	425
8	Absolutismus, Aufklärung, Aufbruch zu neuen Ufern	427
8.1	Historische Einführung	429
8.2	Jakob und Johann Bernoulli	437
8.2.1	Die Variationsrechnung	442
8.3	Leonhard Euler	446
8.3.1	Der Funktionsbegriff bei Euler	458
8.3.2	Das unendlich Kleine bei Euler	460
8.3.3	Die trigonometrischen Funktionen	463
8.4	Brook Taylor	465
8.4.1	Die Taylor-Reihe	467
8.4.2	Bemerkungen zur Differenzenrechnung	468
8.5	Colin Maclaurin	469
8.6	Die Algebraisierung beginnt: Joseph-Louis Lagrange	469

8.6.1	Lagranges algebraische Analysis	470
8.7	Fourier-Reihen und mehrdimensionale Analysis	473
8.7.1	Joseph Fourier	473
8.7.2	Frühe Diskussionen um die Schwingungsgleichung	475
8.7.3	Partielle Differentialgleichungen und mehrdimensionale Analysis	476
8.7.4	Eine Vorausschau: Die Bedeutung der Fourier-Reihen für die Analysis	477
8.8	Aufgaben zu Kapitel 8	482
9	Auf dem Weg zu begrifflicher Strenge im 19. Jahrhundert	483
9.1	Vom Wiener Kongress zum Deutschen Kaiserreich	487
9.2	Die Entwicklungslinien der Analysis im 19. Jahrhundert	495
9.3	Bernhard Bolzano und die Paradoxien des Unendlichen	495
9.3.1	Bolzanos Beiträge zur Analysis	498
9.4	Die Arithmetisierung der Analysis: Cauchy	501
9.4.1	Grenzwert und Stetigkeit	506
9.4.2	Die Konvergenz von Folgen und Reihen	507
9.4.3	Ableitung und Integral	510
9.5	Die Entwicklung des Integralbegriffs	512
9.6	Die finale Arithmetisierung der Analysis: Weierstraß	519
9.6.1	Die reellen Zahlen	522
9.6.2	Stetigkeit, Differenzierbarkeit und Konvergenz	522
9.6.3	Gleichmäßigkeit	524
9.7	Richard Dedekind und seine Wegbegleiter	527
9.7.1	Die Dedekindschen Schnitte	534
9.8	Aufgaben zu Kapitel 9	540
10	An der Wende zum 20. Jahrhundert: Mengenlehre und die Suche nach dem wahren Kontinuum	541
10.1	Von der Gründung des Deutschen Kaiserreiches zu den Weltkatastrophen	544
10.2	Der heilige Georg erlegt den Drachen: Cantor und die Mengenlehre	549
10.2.1	Cantors Konstruktion der reellen Zahlen	559
10.2.2	Cantor und Dedekind	560
10.2.3	Die transfiniten Zahlen	567

10.2.4 Die Rezeption der Mengenlehre	570
10.2.5 Cantor und das unendlich Kleine	572
10.3 Auf der Suche nach dem wahren Kontinuum: Paul Du Bois-Reymond	573
10.4 Auf der Suche nach dem wahren Kontinuum: Die Intuitionisten	575
10.5 Vektoranalysis	580
10.6 Differentialgeometrie	583
10.7 Gewöhnliche Differentialgleichungen	585
10.8 Partielle Differentialgleichungen	588
10.9 Die Analysis wird noch mächtiger: Funktionalanalysis	590
10.9.1 Grundbegriffe der Funktionalanalysis	590
10.9.2 Ein geschichtlicher Abriss der Funktionalanalysis	594
10.10 Aufgaben zu Kapitel 10	603
11 Ein Kreis schließt sich: Infinitesimale in der Nichtstandardanalysis	605
11.1 Vom Kalten Krieg bis heute	609
11.1.1 Computer und Sputnikschock	611
11.1.2 Der „Kalte Krieg“ und sein Ende	613
11.1.3 Bologna-Reform, Krisen, Terrorismus	614
11.2 Die Wiedergeburt der unendlich kleinen Zahlen	616
11.2.1 Die Infinitesimalmathematik im „schwarzen Buch“	618
11.2.2 Die Nichtstandardanalysis von Laugwitz und Schmieden	621
11.3 Robinson und die Nichtstandardanalysis	623
11.4 Nichtstandardanalysis durch Axiomatisierung: Der Ansatz von Nelson	625
11.5 Nichtstandardanalysis und glatte Welten	626
11.6 Aufgaben zu Kapitel 11	632
12 Analysis auf Schritt und Tritt	633
Literatur	645
Abbildungsverzeichnis	661
Personenregister	679
Sachwortregister	691

3000 Jahre Analysis

Geschichte - Kulturen - Menschen

Sonar, Th.

2016, XXIV, 712 S. 383 Abb., 259 Abb. in Farbe.,

Hardcover

ISBN: 978-3-662-48917-8