
Kapitel II

Bewegungen und Kräfte

3.	Translation und Rotation	27
4.	Stoßprozesse	35
5.	Harmonische Schwingungen	41
6.	Gekoppelte Schwingungen	52
7.	Gedämpfte und erzwungene Schwingungen	59
8.	Trägheitsmoment	66

3. Translation und Rotation



Beobachtung und Analyse des freien Falls. Untersuchung der Grundgesetze für die gleichmäßig beschleunigte translatorische Bewegung und für die Rotationsbewegung. Analogien zwischen Translation und Rotation. Bestimmung der Fallbeschleunigung.



Standardlehrbücher (Stichworte: Masse, Kraft, Translation, Rotation, Fallbeschleunigung).



Bewegungen von Massenpunkten

Die Bewegung eines Körpers, hier zunächst als Massenpunkt angenommen, wird durch die Angabe des Ortes s , an dem sich der Körper zur Zeit t befindet, beschrieben:

$$s = s(t) \quad .$$

Die Bewegung wird auch durch die

$$\textbf{Geschwindigkeit} \quad (\text{engl. } \underline{v}\text{elocity}) \quad \textbf{v} = \frac{ds}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

und die

$$\textbf{Beschleunigung} \quad (\text{engl. } \underline{a}\text{cceleration}) \quad \textbf{a} = \frac{dv}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

charakterisiert, Bild 3.1. Ort, Geschwindigkeit und Beschleunigung sind im allgemeinen Vektoren und deshalb hier in Fettdruck dargestellt. Für geradlinige Bewegungen reicht es aus, die Beträge der Vektoren anzugeben, die in normaler Schriftstärke und kursiv gedruckt sind, z. B. $|s| = s$.

Kraft

Der Bewegungszustand, genauer die Geschwindigkeit und Bewegungsrichtung, eines Körpers lassen sich dadurch ändern, dass eine **Kraft** auf den Körper ausgeübt wird. Kräfte werden durch verschiedene *Wechselwirkungen* zwischen Körpern hervorgerufen. Es gibt im Wesentlichen folgende Arten von Kräften:

- *Gravitationskraft*, auch Massenanziehungskraft; Spezialfälle: Erdanziehungskraft, Schwerkraft;
- *Elektromagnetische Kräfte*, Coulombkraft; Folgen: elastische Kräfte, chemische Bindungskräfte, Reibungskräfte;
- *Kernkräfte*: schwache und starke Wechselwirkung.

Eine Kraft (engl. *force*) wird mit dem Buchstaben **F** bezeichnet. Außer dem Betrag der Kraft muss zur vollständigen Beschreibung auch noch ihre Richtung angegeben werden. Die Kraft ist also eine vektorielle Größe.

Masse

Jeder Körper besitzt eine *Trägheit*, d. h. er verharrt in seinem Bewegungszustand, wenn keine äußeren Kräfte auf ihn wirken. Wirken Kräfte auf den Körper, so macht

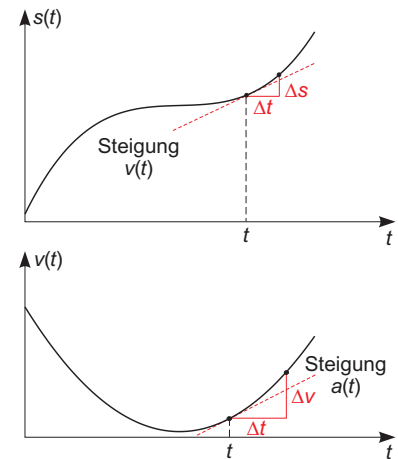


Bild 3.1. Zusammenhang zwischen Ort, Geschwindigkeit und Beschleunigung bei einer willkürlich angenommenen Bewegung eines Massenpunktes

sich die Trägheit als Widerstand gegen die Beschleunigung bemerkbar. Für die Beschreibung der Trägheit der Körper verwendet man den Begriff **träge Masse**. Zwischen jeweils zwei Körpern besteht eine Massenanziehung nach dem Gravitationsgesetz. Für die Beschreibung der Massenanziehung der Körper verwendet man den Begriff **schwere Masse**. Obwohl beide Massenbegriffe voneinander unabhängig sind, hat die Erfahrung gezeigt, dass träge und schwere Masse gleich sind. Deshalb muss man diese nicht unterscheiden und spricht allgemein von der **Masse** als einer Eigenschaft der Körper.

Zur Bestimmung einer Masse wird diese mit einem Massennormal verglichen und damit gemessen. Der Vergleich erfolgt meist direkt oder indirekt mit einer Waage unter Ausnutzung der Erdanziehungskraft.

Innerhalb der klassischen Mechanik, also für Geschwindigkeiten, die klein sind gegen die Lichtgeschwindigkeit, ist die Masse von der Geschwindigkeit unabhängig. Für sehr große Geschwindigkeiten, wie sie z. B. in der Elementarteilchenphysik erreicht werden, nimmt nach der **Relativitätstheorie** die Masse zu:

$$m = m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad ,$$

wobei $m_0 = m(0)$ die Ruhemasse, und c die Vakuumlichtgeschwindigkeit bedeuten. Bei den im folgenden beschriebenen Experimenten und auch sonst bei alltäglichen Bewegungen ist jedoch $v \ll c$, so dass man mit $m = m_0 = \text{const.}$ rechnen kann.

Newtonsche Bewegungsgleichung und Impuls

Die Änderung des Bewegungszustandes eines Körpers durch Wirkung einer Kraft ist gegeben durch die **Newtonsche Grundgleichung** oder

$$\text{Newtonsche Bewegungsgleichung} \quad \mathbf{F} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) \quad .$$

Das Produkt $m\mathbf{v}$ nennt man **Impuls \mathbf{p}** oder **Bewegungsgröße**. Die Kraft ist also die Ursache für die zeitliche Änderung des Impulses. Besonders einfach ist die Newtonsche Bewegungsgleichung bei konstanter Masse:

$$\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = m\mathbf{a} \quad \text{bei} \quad m = \text{const.}$$

Die Kraft ist dann direkt proportional zur Beschleunigung \mathbf{a} , der Proportionalitätsfaktor ist die Masse m . Wirken keine Kräfte, so ändert sich der Impuls mit der Zeit nicht, und es gilt der **Erhaltungssatz des Impulses**. Ist zusätzlich die Masse konstant, so bewegt sich der Körper mit konstanter Geschwindigkeit.

In einem System von Körpern, auf das keine äußeren Kräfte wirken, bleibt der Gesamtimpuls, also die Summe der Einzelimpulse, erhalten. Der Erhaltungssatz dieses Gesamtimpulses ist eine Voraussetzung für die Beschreibung von Stoßvorgängen (siehe auch Themenkreis 4).

Gleichmäßig beschleunigte Bewegung

Ein wichtiger Spezialfall ist die Bewegung unter Einwirkung einer konstanten Kraft, die gleichmäßig beschleunigte Bewegung; Beispiele siehe Bild 3.2. Da die Kraft konstant ist, ist auch die Beschleunigung konstant:

$$\mathbf{F} = \text{const.}, \quad \text{also auch} \quad \mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m} = \text{const.}$$

Eine zweimalige Integration liefert dann die Gleichungen für die Bewegung bei konstanter Beschleunigung:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{v}}{dt} &= \mathbf{a} \\ \mathbf{v} &= \mathbf{a}t + \mathbf{v}_0 \end{aligned}$$

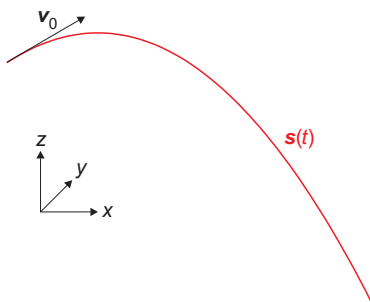


Bild 3.2. Parabolische Bahnkurve $\mathbf{s}(t)$ eines Körpers, der mit einer Geschwindigkeit \mathbf{v}_0 gestartet wird und sich unter dem Einfluss der Erdanziehungskraft weiterbewegt

$$\frac{ds}{dt} = v$$

$$s = \frac{a}{2}t^2 + v_0t + s_0$$

Dabei ist s_0 der Ort zur Zeit $t = 0$ und v_0 die Geschwindigkeit zur Zeit $t = 0$. Bei der Untersuchung des freien Falls eines Körpers im Schwerfeld der Erde oder anderen Experimenten kann man s_0 und v_0 zu Null wählen, so dass die Gleichungen für Geschwindigkeit, Weg und Zeit die einfachste Form erhalten, Bild 3.3:

Weg-Zeit-Gesetz

$$v = at$$

$$s = \frac{a}{2}t^2 \quad \text{bei} \quad a = \text{const.} \quad \text{sowie} \quad s_0 = 0 \quad \text{und} \quad v_0 = 0$$

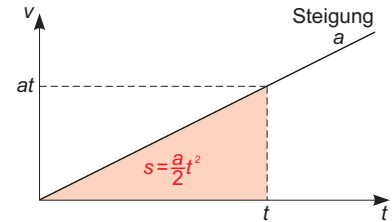


Bild 3.3. Geschwindigkeit v und zurückgelegter Weg s bei einer Bewegung mit konstanter Beschleunigung a

Die Geschwindigkeit v und der zurückgelegte Weg s haben hier die gleiche Richtung wie die Beschleunigung a . Der Betrag v der Geschwindigkeit lässt sich auch aus dem zurückgelegten Weg berechnen:

$$v = \sqrt{2as}$$

Bei der Bewegung im Schwerfeld der Erde ist der Betrag a der Beschleunigung gegeben durch die Erdbeschleunigung g . Die Erdbeschleunigung hat den mittleren Wert $g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$. Der genaue Wert von g hängt allerdings von der geographischen Breite ab (s.a. Tab. 5.2), wie ist das erklärbar?

Arbeit und Energie

Will man an einem mechanischen System eine Veränderung vornehmen, z. B. einen Körper verschieben, so muss man dazu in der Regel eine **Arbeit** aufwenden. Arbeit bei einer kleinen Verschiebung ds ist definiert als das (skalare) Produkt aus der am Körper angreifenden Kraft F und dem Element ds des Verschiebungsweges s . Das Integral längs des Weges s ergibt die gesamte

$$\text{Arbeit} \quad A = \int (F \cdot ds)$$

Schließen Kraft und Wegrichtung den Winkel α ein, so gilt:

$$A = \int (F \cos \alpha) ds$$

Hebt man einen Körper gegen die Gewichtskraft $F_G = mg$ auf die Höhe h über ein willkürlich gewähltes Nullniveau, so wendet man wegen $\cos \alpha = 1$ dazu die Arbeit $A = mg(s - s_0) = mgh$ auf. Dieser Körper kann dann beim Herunterfallen einen Körper mit einer gleich großen Masse auf dieselbe Höhe heben, z. B. über eine Wippe. Diese Fähigkeit eines Körpers, Arbeit zu verrichten, wird als **Energie** bezeichnet.

Die **Energie** eines gehobenen Körpers der Masse m nennt man

$$\text{potentielle Energie im Schwerfeld} \quad E_{\text{pot}} = mgh$$

oder Lageenergie, weil der gehobene Körper die Energie seiner speziellen Lage relativ zu einem Nullniveau verdankt.

Ein Körper besitzt aber auch dadurch Energie, dass er eine Geschwindigkeit hat. Diese Energie heißt **Bewegungsenergie** oder **kinetische Energie** E_{kin} . Der Wert von E_{kin} errechnet sich am einfachsten am Beispiel des freien Falles, Bild 3.4. Beim Herabfallen des Körpers aus der Höhe h nimmt die potentielle Energie laufend ab und ist am Boden Null. Hier besitzt der Körper dafür seine größte Geschwindigkeit

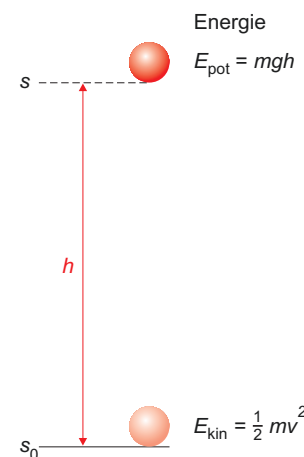


Bild 3.4. Umwandlung von potentieller in kinetische Energie beim freien Fall



$v = \sqrt{2gh}$ und Bewegungsenergie. Die ursprünglich vorhandene Energie E_{pot} ist in kinetische Energie E_{kin} umgewandelt worden. Mit Hilfe dieser Energie ist der Körper nun in der Lage (wenn man von Verlusten durch Reibung absieht), über einen Hebel ein gleich großes Gewicht wieder bis zur Höhe h zu heben, also eine Arbeit von der Größe

$$E_{\text{pot}} = mgh = mg \frac{v^2}{2g} = \frac{m}{2} v^2$$

zu liefern. Deshalb wird einem Körper mit der Geschwindigkeit v eine

$$\text{kinetische Energie} \quad E_{\text{kin}} = \frac{m}{2} v^2$$

zugeordnet.

Im oben beschriebenen Beispiel ist zu jedem Zeitpunkt die Summe aus potentieller Energie und kinetischer Energie, d. h. die Gesamtenergie konstant:

$$\text{mechanischer Energieerhaltungssatz} \quad E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} = \text{const.}$$

Dieser Energieerhaltungssatz gilt auch für andere reibungsfreie, mechanische Systeme, z. B. für eine springende Stahlkugel oder ein schwingendes Pendel. Bei allen mechanischen Geräten tritt jedoch als weitere Energieart immer die Reibungswärme auf, so dass der Satz in der oben angegebenen Form bei realen Systemen nicht exakt gilt. Berücksichtigt man aber alle auftretenden Energiearten, z. B. Wärme E_{therm} oder chemische Bindungsenergien E_{chem} , so gilt:

$$\text{allgemeiner Energiesatz} \quad E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} + E_{\text{therm}} + E_{\text{chem}} + \dots = \text{const.}$$



Drehbewegungen starrer Körper

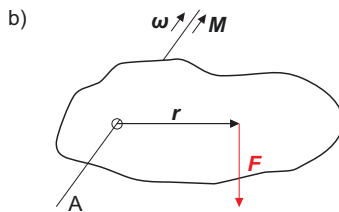
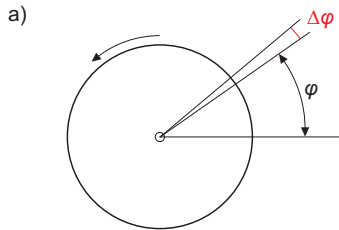


Bild 3.5. (a) Zur Definition der Winkelgeschwindigkeit $d\varphi/dt$ und (b) des Drehmoments M

Im allgemeinen bewirken Kräfte, die an einem starren Körper angreifen, nicht nur eine beschleunigte Verschiebung (**Translation**), sondern auch eine beschleunigte *Drehbewegung* (**Rotation**). Zur Beschreibung der Drehbewegung werden Winkelgrößen eingeführt, Bild 3.5 a:

$$\begin{array}{ll} \text{Winkel} & \varphi \\ \text{Winkelgeschwindigkeit} & \omega = |\omega| = d\varphi/dt = \dot{\varphi} \\ \text{Winkelbeschleunigung} & \alpha = |\alpha| = d\omega/dt = \dot{\omega} = \ddot{\varphi} \end{array} ,$$

weil diese bei einer Drehung für alle Teile des starren Körpers gleich sind, während deren Translationsgrößen wie Weg s , Bahngeschwindigkeit v oder Bahnbeschleunigung a mit dem Abstand von der Drehachse zunehmen.

Drehmoment

Um einen Körper in eine Drehung um eine feste Achse A zu versetzen, muss eine Kraft F über einen *Hebelarm* r angreifen (Bild 3.5 b). Der Hebelarm ist der Abstand r zwischen der Drehachse A und dem Angriffspunkt der Kraft. Als sinnvolle Beschreibungsgröße für die Drehbewegung erweist sich das vektorielle Produkt aus angreifender Kraft F und dem Hebelarm r , das

$$\text{Drehmoment} \quad M = r \times F .$$

Der Betrag des Drehmoments ist $M = rF \sin \beta$, wenn Kraft und Hebelarm den Winkel β einschließen.

Trägheitsmoment

Um den Zusammenhang zwischen dem Drehmoment M und der dadurch verursachten Winkelbeschleunigung ω herzuleiten, betrachten wir eine beschleunigte Kreisbewegung des Körpers, bei dem also Hebelarm r und Kraft F den Winkel $\beta = 90^\circ$ einschließen, d. h. $\sin \beta = 1$ ist. Weiter denken wir uns den starren Körper zerlegt in lauter Massenelemente mit der Masse Δm_i (Bild 3.6). Für den Betrag des Drehmoments M_i auf dieses Massenelement lässt sich dann unter Verwendung der Newtonschen Bewegungsgleichung $F = \frac{d}{dt}mv$ schreiben:

$$M_i = r_i F_i = r_i (\Delta m_i \dot{v}_i) = r_i \Delta m_i r_i \dot{\omega} = \Delta m_i r_i^2 \dot{\omega}$$

$$M_i = I_i \dot{\omega} = I_{\text{ui}} \alpha \quad .$$

Die Größe $I_i = \Delta m_i r_i^2$ wird als das **Trägheitsmoment** des i -ten Massenelementes bei der Rotation um die Achse A definiert. Für den gesamten starren Körper summieren sich die Beiträge der einzelnen Massenelemente (Bild 3.6)

Trägheitsmoment bei diskreten Massenelementen Δm_i

$$I = \sum_i \Delta m_i r_i^2 \quad .$$

Bei einer kontinuierlichen Verteilung dieser Massenelemente in einem starren Körper geht die Summe in ein Integral über:

$$\text{Trägheitsmoment} \quad I = \int r^2 dm \quad .$$

Das Trägheitsmoment eines starren Körpers hängt von der Lage der Drehachse ab (siehe *Themenkreis 8, Satz von Steiner*).

Drehimpuls

Mit dem Trägheitsmoment erhält man die Bewegungsgleichung für die Rotation:

Grundgleichung für Drehbewegungen

$$M = \frac{d}{dt}(I\omega) \quad \text{oder} \quad M = I\ddot{\varphi} \quad \text{bei} \quad I = \text{const.} \quad .$$

Das Produkt aus Trägheitsmoment und Winkelgeschwindigkeit nennt man

$$\text{Drehimpuls} \quad L = I\omega \quad ,$$

so dass sich die Grundgleichung der Drehbewegung schreiben lässt als $M = dL/dt$. Bei Abwesenheit von äußeren Drehmomenten gilt dann der **Erhaltungssatz für den Drehimpuls**, der Drehimpuls bleibt zeitlich konstant.

Die bisher behandelten Zusammenhänge zeigen, dass sich die Rotation formal nach gleichen Gesetzen wie die Translation beschreiben lässt, wenn man die jeweils analogen Beschreibungsgrößen verwendet. Diese analogen Größen der Translation und der Rotation sind in Tabelle 3.1 gegenübergestellt.

Gleichmäßig beschleunigte Drehbewegung

Ein wichtiger Spezialfall ist die Drehbewegung unter Einwirkung eines konstanten Drehmomentes, die gleichmäßig beschleunigte Drehbewegung. Falls zusätzlich das Trägheitsmoment konstant ist, ist auch die Winkelbeschleunigung konstant:

$$\alpha = \frac{M}{I} = \text{const.}$$

Eine zweimalige Integration liefert dann die Gleichungen für die Drehbewegung bei konstanter Winkelbeschleunigung:

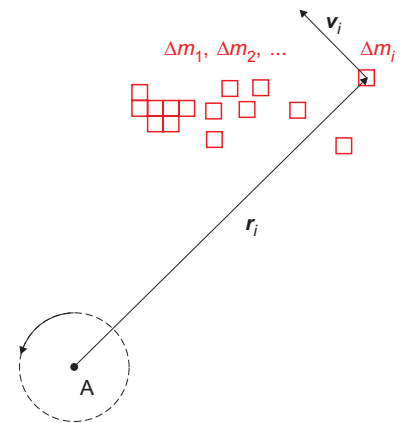


Bild 3.6. Zerlegung eines rotierenden Körpers in Massenelemente Δm_i

Tabelle 3.1. Gegenüberstellung der Betragsgrößen der Translations- und Rotationsbewegung

Translation		Rotation	
Ort	s	Winkel	φ
Geschwindigkeit	$v = \frac{ds}{dt}$	Winkelgeschwindigkeit	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$
Beschleunigung	$a = \frac{dv}{dt}$	Winkelbeschleunigung	$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$
Masse	m	Trägheitsmoment	I
Kraft	F	Drehmoment	M
Impuls	$p = mv$	Drehimpuls	$L = I\omega$
kinetische Energie	$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$	Rotationsenergie	$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}I\omega^2$

$$\omega = \alpha t + \omega_0$$

$$\varphi = \frac{\alpha}{2}t^2 + \omega_0 t + \varphi_0 \quad ,$$

siehe hierzu auch Bild 3.5. Dabei ist φ_0 der Winkel zur Zeit $t = 0$ und ω_0 die Winkelgeschwindigkeit zur Zeit $t = 0$. Wenn man im Experiment φ_0 und ω_0 zu Null wählt, so vereinfachen sich diese Gleichungen ähnlich wie bei der Translation:

$$\omega = \alpha t \quad \text{und} \quad \varphi = \frac{\alpha}{2}t^2, \quad \text{falls} \quad \alpha = \text{const.}$$

3.1 Weg-Zeit-Verlauf beim freien Fall (1/3)

Mit einer frei fallenden Stahlkugel soll die Fallzeit als Funktion des zurückgelegten Weges gemessen werden. Aus dem gemessenen Zusammenhang sollen Geschwindigkeit und Beschleunigung grafisch bestimmt werden.

Stahlkugel mit Halterung und Auslöser zur Freigabe der Kugel. Fangschalter zum Auffangen der Kugel. Stativfuß zur Montage von Auslöser und Fangschalter. Elektronische Uhr. Alternativ zu einem Fanghalter zur Messung der Fallzeit kann auch eine Lichtschranke eingesetzt werden.

Die Stahlkugel wird in die Halterung eingespannt und schließt dabei den elektrischen Kontakt. Beim Auslösen der Kugel wird der elektrische Kontakt geöffnet, und die Zeitmessung beginnt. Die Kugel trifft einen Fangschalter, der die Zeitmessung beendet. Der Kontakt im Fangschalter wird dabei durch die Abwärtsbewegung des Fangtellers geschlossen, Bild 3.7. Dieser muss vor der Messung in seine obere Position (Fangschalterkontakt geöffnet) gezogen werden. In dieser Stellung wird die Höhe s (Abstand zwischen den Kugelmittelpunkten in Auslöser und Fangschalter bei Schließen des Kontaktes) gemessen. Die Fallzeit z. B. für 10 verschiedene Höhen wird jeweils dreimal gemessen (auf genügend viele Messpunkte bei kleinen Höhen achten).

Zu jeder Höhe s wird aus den gemessenen Zeiten der Zeitmittelwert t berechnet. In einem Diagramm wird der Weg s in Abhängigkeit von der Zeit aufgetragen.

Um zu prüfen, ob der erwartete Zusammenhang $s = (g/2)t^2$ (Weg-Zeit-Gesetz) zwischen dem Weg s und der Zeit t besteht, werden die Werte des Weges s/cm in doppelt logarithmischem Papier über der Zeit t/s aufgezeichnet. Man kann auch den Logarithmus des jeweiligen Zahlenwertes von s und t ausrechnen und linear auftragen. Es handelt sich um ein Gesetz der Form $s = ct^n$ oder

$$\log(s/\text{cm}) = n \log(t/\text{s}) + \log c \quad (\text{Geradengleichung}) \quad .$$

Aus dem Diagramm kann daher die erwartete Steigung $n = 2$ und aus $\log(s/\text{cm})$ bei $\log(t/\text{s})$ die Erdbeschleunigung bestimmt werden. Man untersuche und diskutierte Fehlerquellen, die z. B. bei der Auslösung des Fangschalterkontaktes auftreten.

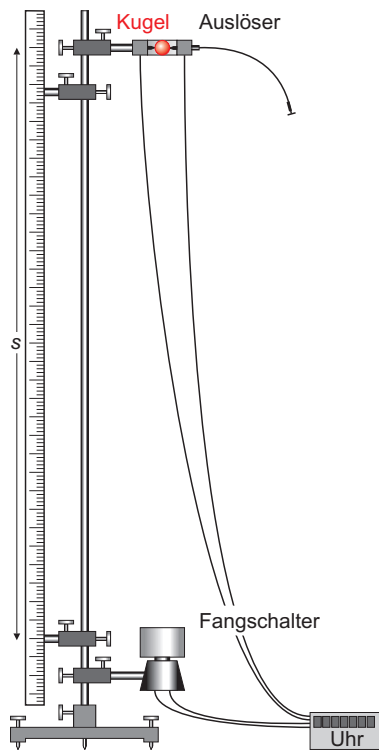




Bild 3.7. Fallversuch


 In einem zweiten Diagramm soll aus dem ersten Diagramm durch grafische Differentiation die Geschwindigkeit über der Zeit aufgetragen werden. Es sollte sich ein linearer Zusammenhang nach


$$v = gt \quad ,$$


d.h. eine Gerade mit der Steigung g , der Erdbeschleunigung, ergeben. Aus dem Diagramm wird nochmals g bestimmt.

3.2 Bestimmung der Erdbeschleunigung (1/3)


 Die Erdbeschleunigung g soll durch einen Kugelfallversuch bei fester Fallhöhe bestimmt werden.


 Es werden die gleichen Geräte wie in der vorhergehenden Aufgabe 3.1 verwendet.


 Es soll die Erdbeschleunigung g möglichst genau bestimmt werden. Für eine Höhe s wird dazu die Fallzeit t mindestens fünfmal gemessen. Die Höhe s wird dabei möglichst groß gewählt. (Warum?)

 Aus den gemessenen Zeiten wird der Mittelwert \bar{t} bestimmt und mit Hilfe des Gesetzes für den freien Fall die Erdbeschleunigung berechnet. Es soll eine Fehlerrechnung durchgeführt werden und ein Vergleich mit dem Literaturwert erfolgen (siehe auch *Themenkreis 5*).


3.3 Energieerhaltungssatz (1/3)

 Es soll gezeigt werden, dass die kinetische Energie $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$ nach einer Fallstrecke h gleich der potentiellen Energie $E_{\text{pot}} = mgh$ ist.


 Die Messungen sind die gleichen wie in Aufgabe 3.1; wurde diese durchgeführt, können die Messwerte verwendet werden. Die Masse der Stahlkugel wird durch Wägung oder Rechnung aus Radius und Dichte bestimmt.


 Für die verschiedenen Fallhöhen werden die potentielle und kinetische Energie berechnet und miteinander verglichen. Die Fehler werden abgeschätzt.

3.4 Drehung unter Einwirkung eines Drehmomentes (1/3)


 An einer um eine horizontale Achse drehbaren Scheibe (Wellrad) mit dem Trägheitsmoment I soll ein konstantes Drehmoment M angreifen. Der Drehwinkel wird als Funktion der Zeit gemessen. Die Winkelgeschwindigkeit und -beschleunigung sollen grafisch bestimmt werden.


 Wellrad nach Bild 3.8. Gewichtsstück mit Faden. Stoppuhr.

 Das konstante Drehmoment wird erzeugt durch ein Gewichtsstück mit der Gewichtskraft F , das an einem Faden hängt, der um eine Stufe des Wellrades gewickelt ist, Bild 3.9: Das Wellrad erhält dadurch eine Winkelbeschleunigung α . Die Zeit soll für mindestens 8 verschiedene Winkel (z. B. π , 2π , 3π , ...) jeweils dreimal gemessen werden. Auf eine ausreichende Zahl von Messpunkten bei kleinen Winkeln achten.

 Die lineare Abhängigkeit der Winkelgeschwindigkeit von der Zeit sowie die zeitliche Konstanz der Winkelbeschleunigung sollen durch grafische Auswertung gezeigt werden.

3.5 Drehmoment und Winkelbeschleunigung (1/3)

 Es soll der Zusammenhang zwischen dem Drehmoment als Ursache der Drehbewegung und den kinematischen Größen der Drehbewegung, speziell der Winkelbeschleunigung, hergestellt werden.

 Wellrad nach Bild 3.8. Gewichtsstücke mit Faden. Stoppuhr. Plexiglasmaßstab oder Schiebelehre.

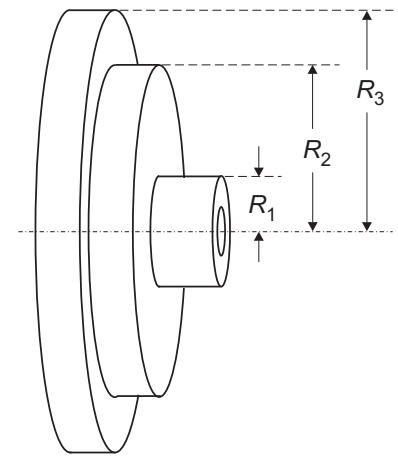


Bild 3.8. Wellrad mit drei Stufen

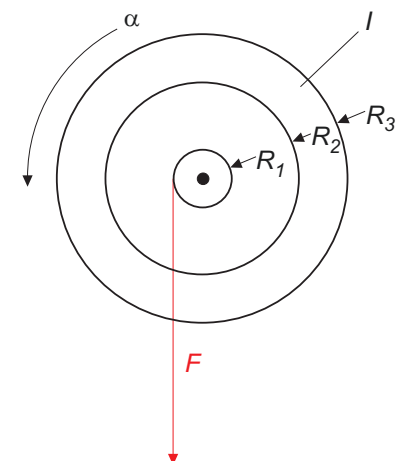


Bild 3.9. Das Wellrad erfährt durch ein Drehmoment, verursacht durch die Gewichtskraft F , eine Winkelbeschleunigung α



Die verschiedenen Drehmomente können realisiert werden entweder durch verschiedene Gewichtstücke oder durch Veränderung des Hebelarmes, indem man den Faden um verschiedene Stufen des Wellrades (R_1 , R_2 , R_3) legt. Aus der Messung von Drehwinkel φ und Zeit t wird nach der Beziehung

$$\alpha = \frac{2\varphi}{t^2}$$

die Winkelbeschleunigung α bestimmt. Es sollen mindestens sechs verschiedene Drehmomente eingestellt werden.



In einem Diagramm wird die Winkelbeschleunigung in Abhängigkeit vom Drehmoment M dargestellt. Aus der Steigung lässt sich wegen

$$M = I\alpha \quad \text{oder} \quad \alpha = \frac{1}{I}M$$

das Trägheitsmoment I des Wellrades bestimmen.



Die geometrischen Größen des Wellrades sind auszumessen.



Der experimentell bestimmte Wert für I soll mit dem aus den Abmessungen des Wellrades berechneten verglichen werden. Für die Berechnung des Trägheitsmomentes $I = \int r^2 dm$ eines *Vollzylinders* bzw. einer Kreisscheibe, Bild 3.10, mit dem Radius R und der Höhe h kann als Massenelement dm angesetzt werden:

$$dm = \rho dV = \rho dr r d\varphi h \quad .$$

ρ ist die Dichte des Materials und beträgt z. B. für Aluminium $\rho_{\text{Al}} = 2,70 \text{ g cm}^{-3}$. Für die Rotation um die Zylinderachse ist also

$$\begin{aligned} I &= \int_{r=0}^{R_Z} \int_{\varphi=0}^{2\pi} r^2 \rho dr r d\varphi h \\ &= \rho h \int_{r=0}^{R_Z} r^3 dr \int_{\varphi=0}^{2\pi} d\varphi \\ &= \rho h \frac{R_Z^4}{4} 2\pi \\ &= \frac{\pi}{2} \rho h R_Z^4 \quad . \end{aligned}$$

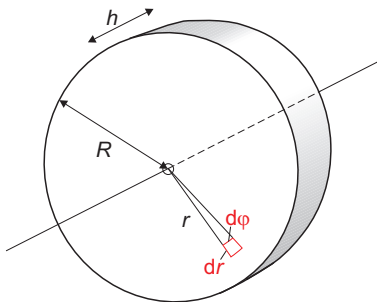


Bild 3.10. Zur Berechnung des Trägheitsmomentes eines Vollzylinders

Das Trägheitsmoment des gesamten Wellrades wird als Summe der Trägheitsmomente der einzelnen Stufenscheiben abzüglich des Trägheitsmomentes der Innenbohrung berechnet.

4. Stoßprozesse



Wiederholung der wichtigsten Grundbegriffe und Erhaltungssätze der Mechanik der Massenpunkte. Beschreibung von elastischen und inelastischen Stoßvorgängen.



Standardlehrbücher (Stichworte: Impulserhaltungssatz, Energieerhaltungssatz, Stoßprozesse).



Impuls- und Energieerhaltungssatz

Für ein System aufeinander stoßender Körper mit den Massen m_1, m_2, \dots, m_n gilt der

Impulserhaltungssatz

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 + \dots + m_n u_n = m_1 v_1 + m_2 v_2 + \dots + m_n v_n$$

$$\sum_i m_i u_i = \sum_i m_i v_i \quad ,$$

wobei u_1, u_2, \dots bzw. v_1, v_2, \dots die Geschwindigkeiten der Körper *vor* bzw. *nach* dem Stoß sind. Dabei wird vorausgesetzt, dass sich die Körper nur in einer Dimension bewegen.

Bei einem vollkommen **elastischen Stoß** bleibt außerdem die Summe der kinetischen Energien konstant:

Energieerhaltungssatz für kinetische Energien

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 + \dots + \frac{1}{2} m_n u_n^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \dots + \frac{1}{2} m_n v_n^2$$

$$\sum_i \frac{1}{2} m_i u_i^2 = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2 \quad .$$

Speziell für den *elastischen Stoß* zweier Körper *gleicher* Masse $m_1 = m_2$ folgt aus Impuls- und Energieerhaltungssatz:

$$u_1 + u_2 = v_1 + v_2 \quad \text{und} \quad u_1^2 + u_2^2 = v_1^2 + v_2^2 \quad .$$

Dieses quadratische Gleichungssystem hat zwei Lösungen, die man am einfachsten durch Einsetzen überprüft. Die erste Lösung ist $v_1 = u_1$ und $v_2 = u_2$. Dies bedeutet, dass beide Kugeln nach dem Stoß mit unveränderter Geschwindigkeit weiterfliegen, es hätte also gar keine Wechselwirkung stattgefunden, was physikalisch uninteressant ist. Die zweite Lösung ist $v_1 = u_2$ und $v_2 = u_1$, d. h. die beiden Kugeln haben beim Stoß ihre Geschwindigkeiten ausgetauscht. Ist z. B. der Körper 2 vor dem Stoß in Ruhe, $u_2 = 0$, so besitzt er nach dem Stoß die Geschwindigkeit des stoßenden Körpers 1, während dieser zur Ruhe kommt, $v_1 = 0$, Bild 4.1.

Bei einem **inelastischen Stoß** gilt zwar der Impuls-, aber nicht der Erhaltungssatz der mechanischen Energien, da ein Teilchen außer der kinetischen Energie noch andere Energien aufnehmen kann, z. B. Verformungsenergie. Bei Stößen vollkommen inelastischer Körper werden diese unter Erwärmung solange verformt, bis sie die gleiche Geschwindigkeit besitzen $v_1 = v_2 = \dots = v$; dann hört die Wechselwirkung auf. Nach dem Impulserhaltungssatz gilt in diesem Fall

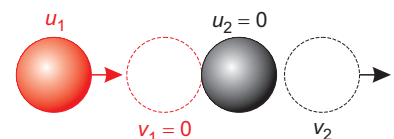


Bild 4.1. Elastischer Stoß zweier Kugeln, wobei eine Kugel in Ruhe ist

Das neue Physikalische Grundpraktikum

Eichler, H.J.; Kronfeldt, H.-D.; Sahm, J.

2016, XVIII, 470 S. 612 Abb. in Farbe., Softcover

ISBN: 978-3-662-49022-8