
Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Was ist Mechanik?	1
1.2	Einige Meilensteine in der Geschichte der Mechanik	3
1.3	Einteilung der Mechanik	6
1.4	Einteilung und Inhalte des Buches	7
1.5	Ziele des Buches	8

Teil I Grundlagen der Starrkörperstatik

2	Grundbegriffe	13
2.1	Die Newtonsche Kraft	13
2.1.1	Der Betrag einer Kraft	13
2.1.2	Der Kraftvektor	15
2.1.3	Flächen- und Volumenkräfte	16
2.1.4	Lastermittlung für Ingenieurkonstruktionen	17
2.1.5	Freischneiden und Freikörperbild	20
2.1.6	Einteilung von Kräften	22
2.1.7	Aufgaben zu Abschnitt 2.1	23
2.2	Der Starrkörper	26
2.3	Die Freiheitsgrade des freien Körpers	26
2.4	Lager- und Reaktionskräfte	27
2.4.1	Allgemeines	27
2.4.2	Lagerarten für ebene Systeme	28
2.4.3	Lagerarten für räumliche Systeme	31
2.4.4	Zwischenlagerungen	33
2.4.5	Aufgaben zu Abschnitt 2.4	35
3	Axiome, Gesetze und Idealisierungen	37
3.1	Das Gleichgewichtssaxiom zweier Kräfte am Starrkörper	37
3.2	Wechselwirkung zwischen zwei Kräften: „actio gleich reactio“	40
3.3	Das Axiom vom Kräfteparallelogramm	41

3.4	Gleichgewicht verschiedenartiger Kräfte	44
3.4.1	Das Gravitationsgesetz von Newton für zwei Massen	44
3.4.2	Das Coulombsche Gesetz für zwei elektrische Ladungen	45
3.4.3	Kräfte auf stromdurchflossene Leiter im magnetischen Feld	47
3.4.4	Das Hookesche Gesetz für Schraubenfedern	49
3.5	Statisch äquivalente Kraftsysteme und Gleichgewicht von Kraftsystemen . . .	50
3.6	Anwendung der Axiome auf idealisierte Körper	51
3.7	Aufgaben zu Kapitel 3	55
4	Zentrale Kraftsysteme in der Ebene	59
4.1	Vom realen System zum zentralen Kraftsystem	59
4.2	Zeichnerische Lösungen der drei Grundaufgaben	60
4.2.1	Erste Grundaufgabe: Reduktion auf eine Einzelkraft	60
4.2.2	Zweite Grundaufgabe: Gleichgewicht	62
4.2.3	Praktische Berechnung von zentralen Kraftsystemen	64
4.2.4	Gleichgewicht von drei Kräften	68
4.2.5	Das Superpositionsgesetz für Drei-Kräfte-Systeme	70
4.2.6	Dritte Grundaufgabe: Zerlegung einer Kraft	72
4.2.7	Zerlegung eines Kraftvektors auf kartesische Koordinatenachsen	73
4.2.8	Aufgaben zu Abschnitt 4.2	75
4.3	Rechnerische Lösungen der drei Grundaufgaben	81
4.3.1	Erste Grundaufgabe: Reduktion auf eine Einzelkraft	81
4.3.2	Zweite Grundaufgabe: Gleichgewicht	82
4.3.3	Dritte Grundaufgabe: Zerlegung einer Kraft	84
4.3.4	Die Systemmatrix	85
4.4	Statische Bestimmtheit eines Massenpunktes in der Ebene	86
4.5	Numerische Methoden für Gleichgewichtsaufgaben	89
4.6	Aufgaben zu den Abschnitten 4.3 bis 4.5	91
5	Nichtzentrale Kraftsysteme in der Ebene	95
5.1	Vom realen System zum nichtzentralen Kraftsystem	95
5.2	Reduktion von zwei parallelen Kräften	96
5.3	Kräftepaar und Drehmoment	97
5.3.1	Definitionen und Gesetze	97
5.3.2	Reduktion und Gleichgewicht für Drehmomente	101
5.4	Parallelverschiebung einer Kraft	103
5.5	Das polare Moment einer Kraft	103
5.6	Aufgaben zu den Abschnitten 5.2 bis 5.5	106
5.7	Die drei Grundaufgaben der Starrkörperstatik	109
5.7.1	Erste Grundaufgabe: Reduktion	109
5.7.2	Zweite Grundaufgabe: Gleichgewicht	114
5.7.3	Statisch äquivalente Gleichgewichtsbedingungen für den Starrkörper .	116
5.7.4	Dritte Grundaufgabe: Zerlegung einer Kraft	118
5.7.5	Die Systemmatrix	120

5.8	Statische Bestimmtheit eines Starrkörpers in der Ebene	121
5.9	Aufgaben zu den Abschnitten 5.7 und 5.8	126
6	Kraftsysteme im Raum	131
6.1	Kraftvektoren in kartesischen Koordinaten	131
6.2	Zentrale Kraftsysteme im Raum	132
6.2.1	Erste Grundaufgabe: Reduktion auf eine Einzelkraft	132
6.2.2	Zweite Grundaufgabe: Gleichgewicht	134
6.2.3	Dritte Grundaufgabe: Zerlegung einer Kraft	136
6.2.4	Statische Bestimmtheit eines Massenpunktes im Raum	137
6.2.5	Aufgaben zu Abschnitt 6.2	137
6.3	Nichtzentrale Kraftsysteme im Raum	139
6.3.1	Der Momentenvektor eines Kräftepaares	139
6.3.2	Parallelverschiebung einer Kraft	141
6.3.3	Der polare Momentenvektor einer Kraft	142
6.3.4	Der axiale Momentenvektor einer Kraft	145
6.3.5	Aufgaben zu den Abschnitten 6.3.1 bis 6.3.4	147
6.3.6	Erste Grundaufgabe: Reduktion	148
6.3.7	Zweite Grundaufgabe: Gleichgewicht	152
6.3.8	Statisch äquivalente Gleichgewichtsbedingungen	152
6.3.9	Dritte Grundaufgabe: Zerlegung einer Kraft	154
6.3.10	Statische Bestimmtheit eines Starrkörpers im Raum	155
6.3.11	Aufgaben zu den Abschnitten 6.3.6 bis 6.3.10	158
7	Kinematik von Starrkörpersystemen in der Ebene	161
7.1	Die finite ebene Bewegung eines Körpers	161
7.2	Die infinitesimale ebene Bewegung eines Körpers	162
7.3	Die drei Grundaufgaben der Starrkörperkinematik	165
7.3.1	Erste Grundaufgabe: Verschiebungen eines Starrkörpers ermitteln	165
7.3.2	Zweite Grundaufgabe: Momentanpol eines Starrkörpers ermitteln	166
7.3.3	Dritte Grundaufgabe: Polplan eines mehrteiligen Systems ermitteln	169
7.4	Verschiebungen von Punkten in kartesischen Koordinaten	173
7.5	Kinematische Bestimmtheit von Starrkörpersystemen in der Ebene	174
7.6	Statische und kinematische Bestimmtheit von Starrkörpersystemen	176
7.7	Praktische Untersuchung der kinematischen Bestimmtheit	176
7.8	Aufgaben zu Kapitel 7	180

Teil II Anwendungen der Starrkörperstatik

8	Schwerpunkte	187
8.1	Der Schwerpunkt einer Körpergruppe	187
8.1.1	Definition und Berechnung	187
8.1.2	Aufgaben zu Abschnitt 8.1	190

8.2	Der Schwerpunkt eines inhomogenen Körpers	191
8.3	Geometrische Mittelpunkte für Volumina, Flächen und Linien	192
8.3.1	Volumenmittelpunkte	192
8.3.2	Flächenmittelpunkte	193
8.3.3	Linienmittelpunkte	194
8.4	Praktische Auswertung der Integrale	195
8.5	Die Totalresultierende von Streckenlasten	208
8.6	Geometrische Mittelpunkte für zusammengesetzte Körper	210
8.7	Aufgaben zu den Abschnitten 8.2 bis 8.6	219
8.8	Die zwei Regeln von Pappus-Guldin	224
8.8.1	Herleitung der Regeln	224
8.8.2	Aufgaben zu Abschnitt 8.8.....	226
9	Gleichgewicht von Balkentragwerken	229
9.1	Einteilung von Tragwerken und statische Systeme	229
9.2	Praktische Berechnung von Gleichgewicht für Tragwerke	230
9.3	Einteilige Tragwerke in der Ebene	230
9.3.1	Statische Bestimmtheit und Gleichgewicht	230
9.3.2	Aufgaben zu Abschnitt 9.3	238
9.4	Mehrteilige ebene Tragwerke	242
9.4.1	Statische Bestimmtheit und Gleichgewicht	242
9.4.2	Dreigelenkbogen	245
9.4.3	Gelenkbalken (Gerberträger)	248
9.4.4	Aufgaben zu Abschnitt 9.4	252
9.5	Einteilige Tragwerke im Raum	256
9.5.1	Statische Bestimmtheit und Gleichgewicht	256
9.5.2	Aufgaben zu Abschnitt 9.5	258
10	Gleichgewicht von Fachwerken	261
10.1	Grundlagen und Einteilungen	261
10.2	Idealisierungen und Regeln für das ideale Fachwerk	264
10.3	Statische Bestimmtheit von Fachwerken	265
10.4	Die drei Bildungsgesetze	269
10.5	Praktische Berechnung von Stabkräften	272
10.5.1	Nullstäbe	272
10.5.2	Das Knotenpunktverfahren: Grundgedanke	273
10.5.3	Das zeichnerische Knotenpunktverfahren	274
10.5.4	Das rechnerische Knotenpunktverfahren	276
10.5.5	Das numerische Knotenpunktverfahren	277
10.5.6	Das Rittersche Schnittverfahren	283
10.6	Aufgaben zu Kapitel 10	284

11 Werkzeuge und Maschinen	289
11.1 Begriffe	289
11.2 Bewegungs- und Ruhezustand	290
11.3 Gleichgewicht an verschieblichen Systemen mit Haltekraftgrößen	291
11.4 Wandlung von Kräften und Wegen in Hebeln	295
11.5 Wandlung von Momenten und Drehwinkeln in Getrieben	302
11.5.1 Übertragungsfaktoren in ruhenden Systemen	302
11.5.2 Übertragungsfaktoren in bewegten Systemen	304
11.5.3 Wandlung von Kraft- und Bewegungsgrößen in Radpaaren	308
11.6 Wandlung von Momenten und Drehzahlen in mehrstufigen Getrieben	313
11.7 Wandlung von Kräften und Wegen in Flaschenzügen	316
11.8 Kräfte in Zahnradgetrieben	322
11.8.1 Allgemeines	322
11.8.2 Die Zahnradkraft	322
11.9 Aufgaben zu Kapitel 11	329
12 Schnittgrößen	337
12.1 Definition von Schnittgrößen	337
12.2 Gleichgewichtsmethode für einteilige Balkentragwerke	339
12.3 Zusammenhang zwischen Belastung und Schnittgrößen	343
12.4 Praktische Berechnung von Schnittgrößen	345
12.5 Berechnen der Schnittgrößen durch Lösen der Differenzialgleichungen	356
12.6 Schnittgrößen in räumlichen Tragwerken	360
12.7 Schnittgrößen in Werkzeugen und Maschinen	363
12.8 Aufgaben zu Kapitel 12	367
13 Reibung	373
13.1 Grundlagen zur Reibung	373
13.2 Reibungsgesetze für Haft- und Gleitreibung	375
13.2.1 Vier Zustände eines Körpers bei Reibung	375
13.2.2 Haftreibung für Gleichgewicht im Ruhezustand I	376
13.2.3 Das Haftreibungsgesetz im Grenzzustand II	377
13.2.4 Die beschleunigte Bewegung im Zustand III	378
13.2.5 Die stationäre Bewegung im Zustand IV: Das Gleitreibungsgesetz	378
13.3 Praktische Berechnung von Systemen mit Reibung	379
13.4 Haftreibungswinkel, Haftreibungskegel und Selbsthemmung	382
13.5 Reibung in Keilen	385
13.6 Reibung in Schrauben und Gewinden	387
13.6.1 Schrauben mit Flachgewinde	387
13.6.2 Schrauben mit Spitzgewinde	389
13.6.3 Schrauben mit Vorspannkraft	391
13.7 Seilreibung	392
13.8 Wirkungsgrad für allgemeine Reibungsverluste	396
13.9 Aufgaben zu Kapitel 13	396

14 Arbeit, Potenzial und Stabilität	405
14.1 Die Arbeit einer Kraft entlang einer Bahn	405
14.1.1 Vorbetrachtungen zum Arbeitsbegriff	405
14.1.2 Berechnung der Arbeit im allgemeinen Fall	406
14.1.3 Das Arbeitsdifferenzial in kartesischen Koordinaten	408
14.1.4 Arbeiten von Kräften auf einer Kreisbahn	410
14.1.5 Aufgaben zu Abschnitt 14.1	411
14.2 Das Prinzip der virtuellen Arbeit	413
14.2.1 Definitionen der virtuellen Arbeiten von Kräften und Momenten	413
14.2.2 Herleitung des Prinzips der virtuellen Arbeit	414
14.2.3 Praktische Berechnung von Systemen mit einem Freiheitsgrad	416
14.2.4 Berechnung von Haltekräften für verschiebbliche Systeme	417
14.2.5 Ermittlung von ausgelenkten Gleichgewichtslagen für verschiebbliche Systeme	419
14.2.6 Festlegung einzelner Systemparameter für Gleichgewicht	419
14.2.7 Berechnung von Kraftgrößen in statisch bestimmten Systemen	420
14.2.8 Variationelle Verschiebungen für Systeme mit mehreren Freiheitsgraden	426
14.2.9 Aufgaben zu Abschnitt 14.2	429
14.3 Potenzialkräfte	430
14.3.1 Wegunabhängigkeit von Gewichts- und Federkräften	430
14.3.2 Potenzialfunktionen für Gewichts- und Federkräfte	432
14.3.3 Das P.d.v.A für starre Körper mit Potenzialkräften	433
14.4 Stabilität von Gleichgewichtslagen	436
14.4.1 Allgemeines	436
14.4.2 Stabilität von Potenzialsystemen	437
14.4.3 Praktische Untersuchung der Stabilität von Systemen mit einem Freiheitsgrad	438
14.4.4 Aufgaben zu Abschnitt 14.4	442
15 Anhang	443
A Einheiten	443
B Notwendige und hinreichende Bedingungen in der Statik	443
C Grundlagen der Vektorrechnung	444
C.1 Rechenoperationen	445
C.2 Vektorbasis und Basisdarstellung von Vektoren	447
D Grundlagen der Matrixrechnung	448
E Anhang zu Kraftsystemen in der Ebene	450
E.1 Beweis des Reduktionsgesetzes (5.9) für Drehmomente in der Ebene	450
E.2 Beweis der Gleichgewichtsbedingungen (5.10) für Drehmomente in der Ebene	450
E.3 Beweis der statisch äquivalenten Gleichgewichtsbedingungen (5.27)	451
F Anhang zu Kraftsystemen im Raum	452
F.1 Beweis des Verschiebungsgesetzes (6.18.1) für Drehmomentenvektoren	452
F.2 Beweis des Reduktionsgesetzes (6.18.2) für Drehmomentenvektoren	452

F.3	Beweise zu den Regeln (6.29) des axialen Momentenvektors	453
E	Lösungen zu den Aufgaben	454
Literaturverzeichnis		463
Index		465

Lehrbuch der Technischen Mechanik - Band 1:

Starrkörperstatik

Grundlagen und Anwendungen

Mahnken, R.

2016, XIII, 470 S. 387 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-662-52784-9