

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Tätigkeitstheorie

Die vorliegende Arbeit stützt sich in ihrer lernpsychologischen Untersuchung des Begriffes Reflexionswissen⁵⁵ auf die Tätigkeitstheorie in der Rezeption von Giest und Lompscher⁵⁶. Die Tätigkeitstheorie stellt Begrifflichkeiten bereit und vertritt eine Auffassung von Lehren und Lernen, die wie dargestellt werden wird, in besonderem Maße geeignet sind, einen Zugang zu dem für diese Arbeit zentralen Begriff des Reflexionswissens zu finden. Dieser Zugang ermöglicht es, die Ebenen von persönlichen Reflexionen und gesellschaftlich erarbeitetem Wissen so zu trennen, dass eine Diskussion von curricularen Konsequenzen möglich wird.

In diesem Kapitel werden zunächst einige begriffliche Grundlagen der Tätigkeitstheorie erarbeitet. An einigen Stellen werden Vorschläge vorgestellt, die bestehenden Theorien zu erweitern, um sie noch besser mit dem Konzept von Reflexionswissen verbinden zu können, wie es im Abschnitt 2.2 aus verschiedenen Perspektiven auf einen allgemeinbildenden Mathematikunterricht entwickelt wird.

2.1.1 Grundbegriffe

In diesem Abschnitt werden zunächst die relevanten begrifflichen Grundlagen dargestellt. Dies geschieht jeweils im Hinblick auf ihre weitere Verwendung und ist entsprechend selektiv. Für ausführlichere Darstellungen sei vor allem auf die umfassende Arbeit von Giest und Lompscher⁵⁷ verwiesen, auf die sich die folgenden Ausführungen weitgehend stützen.

⁵⁵Vgl. Abbildung 1.2 auf Seite 8.

⁵⁶Vgl. Giest und Lompscher, 2006.

⁵⁷Vgl. Giest und Lompscher, 2006.

2.1.1.1 Tätigkeit, Handlung

Die Tätigkeitstheorie hat das Unternehmen aufgenommen eine materialistische Theorie, die zunächst vor allem in Hinblick auf gesellschaftliche Entwicklungen erarbeitet wurde, auch auf psychische Entwicklungen zu übertragen⁵⁸. Insofern ist sie stets im Rahmen einer umfassenden materialistischen Dialektik zu sehen. Der zentrale Begriff der Tätigkeit wird nach Giest und Lompscher entsprechend dialektisch „als spezifisch menschliche Form der Aktivität, der Wechselwirkung mit der Welt, in der der Mensch diese und zugleich sich selbst verändert“⁵⁹ beschrieben. Es gibt verschiedene für den Menschen typische Formen der Tätigkeit, die in unterschiedlichen Lebensphasen unterschiedliche Wichtigkeit besitzen. Die historisch erste Form der Tätigkeit und die bedeutendste im Verlauf des Lebens ist demnach die Arbeitstätigkeit, in der der Mensch gezielt ein im Bewusstsein ideell bereits vorhandenes (materielles oder geistiges) Produkt herstellt. In der Phylogenese des Menschen steht dagegen zuerst die Spieltätigkeit und darauf folgend die Lerntätigkeit, die für den strukturierten Unterricht der Schule die bedeutendste Form der Tätigkeit darstellt^{60,61}.

Eine Tätigkeit vollzieht sich zwischen einem Subjekt und einem Objekt, dem Gegenstand der Tätigkeit. Das Subjekt der Tätigkeit muss dabei nicht ein Individuum sein, es kann auch eine Gruppe von Individuen umfassen. Das Subjekt wirkt aus einem bestimmten Motiv heraus bewusst auf das Objekt ein, um dieses dem Motiv entsprechend umzugestalten. Unter Beachtung der äußeren (Eigenschaften des Objektes) und inneren (Fähigkeiten des Subjektes) Bedingungen der Tätigkeit setzt das Subjekt zu diesem Zweck Mittel ein, beobachtet die Effekte seiner Einwirkung und verändert mit Blick auf die verfolgten Ziele die Mittel und Bedingungen der Tätigkeit.⁶²

Innerhalb der Tätigkeit gibt es zwei weitere untergeordnete Formen der Aktivität: Handlungen und Operationen. Während sich eine Tätigkeit durch ein übergeordnetes Motiv (etwa Lernmotiv in der Lerntätigkeit) auszeichnet, ergeben sich Handlungen innerhalb einer Tätigkeit aus Teilzielen. Operationen unterscheiden sich wiederum von Handlungen dadurch, dass sie sich aus konkre-

⁵⁸S. Giest und Lompscher, 2006, S. 29.

⁵⁹S. Giest und Lompscher, 2006, S. 27.

⁶⁰Vgl. Pippig u. a., 1988, S. 23.

⁶¹Vgl. Giest und Lompscher, 2006, S. 55.

⁶²Vgl. Giest und Lompscher, 2006, S. 37f.

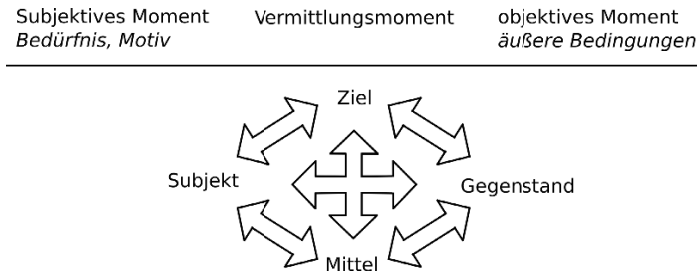


Abbildung 2.1: Veranschaulichung der Tätigkeitsstruktur (S. Giest und Lompscher, 2006, S. 38)

ten Handlungsbedingungen ergeben und automatisiert ohne bewusste Kontrolle oder Zielbildung verlaufen. Sie stellen verkürzte Handlungen dar.⁶³

Die Abgrenzung dieser drei Aktivitätsformen ist durch äußere Beobachtung nicht ohne weiteres möglich, da Ziele und innere Bedingungen des Subjekts, wie etwa, ob eine Aktivität weitgehend unbewusst automatisiert abläuft oder nicht, äußerlich nicht direkt sichtbar sind⁶⁴. Strukturell lassen sich Handlungen und Operationen daher auch durch Subjekt, Ziel, Mittel und Gegenstand charakterisieren, wobei sie im Rahmen der übergeordneten Tätigkeit zu betrachten sind. Weiter werden Handlungen strukturell in unterschiedliche Phasen unterteilt, dazu gehören die zwei Phasen des Orientierungs- und Ausführungsteils. Im Orientierungsteil wird zunächst eine Orientierungsgrundlage⁶⁵ erarbeitet, deren Handlungsplan in der Ausführungsphase realisiert wird. Beide Phasen sind dabei begleitet von einer Regulation der Handlung. Der Plan und die Ausführung können so gegebenenfalls modifiziert werden. Von manchen Autoren wird zusätzlich ein Kontrollteil der Handlung ausgegliedert. In diesem wird schließlich die Handlung analysiert und bewertet, so dass Konsequenzen für weitere andere oder ähnliche Handlungen gezogen werden können⁶⁶. Kontrollen finden als psychische Regulation der Tätigkeit allerdings in allen Teilen der Handlung statt, insofern ist diese Ausgliederung nur im Sinne einer besonderen Betonung zu verstehen⁶⁷.

⁶³Vgl. Giest und Lompscher, 2006, S. 39f.

⁶⁴Vgl. Giest und Lompscher, 2006, S. 41.

⁶⁵Vgl. 2.1.1.3 auf Seite 22.

⁶⁶Vgl. Giest und Lompscher, 2006, S. 197.

⁶⁷Vgl. Kossakowski und Lompscher, 1977, S. 119.

2.1.1.2 *Lerntätigkeit und Aneignung*

Die Tätigkeitstheorie unterscheidet zwei Grundformen des Lernens: Lernen durch Tätigkeit, als beiläufiges Lernen in Alltag und Freizeit, und Lernen als eine spezifische Tätigkeit. Diese für die vorliegende Arbeit bedeutende Form der Tätigkeit ist die Lerntätigkeit, die das Kind mit Beginn des Schulalters ausbildet. Sie ist Voraussetzung für den schulischen Unterricht. Gleichzeitig wird sie im Rahmen des Unterrichts verbessert und weiter herausgebildet. Die Lerntätigkeit umfasst dabei „Lernen als spezifische Tätigkeit mit dem Ziel und Inhalt der Aneignung von Wissen und Können“⁶⁸. Mit dem Herausbilden dieser Tätigkeit wird das Kind in die Lage versetzt, selbständig zu handeln und zu lernen: „Selbständiges Handeln ist Ergebnis (und in gewisser Weise auch Bedingung) der Aneignung von Lernhandlungen und von Lerntätigkeit“⁶⁹. Lerntätigkeit bezieht sich also auf einen aktiven, zunehmend selbstverantwortlichen Lerner. Denn „nicht der Lerngegenstand oder sein 'Vermittler', der Lehrer, das Lehrbuch oder andere Lehrmittel sind die eigentlichen Akteure, sondern die Lernenden selbst“⁷⁰. Lerntätigkeit ist ein bewusster Akt des Lerners.

Lernen wird dabei grundsätzlich als Aneignung verstanden, „Aneignung der unterschiedlichen Aspekte und Elemente der menschlichen Kultur, ihre aktuellen Veränderungsprozesse eingeschlossen“⁷¹. In Analogie zur Arbeitstätigkeit, die auf die Anpassung der Umwelt durch den Menschen abzielt, bewirkt die Lerntätigkeit die „Veränderung der eigenen Persönlichkeit, d.h. der inneren Umwelt“⁷². Aneignung sollte dabei aber nicht als einseitige Anpassung missverstanden werden. Tätigkeit bewirkt immer zugleich eine Veränderung von Subjekt und Objekt, das Subjekt wird dadurch auch befähigt „sein und mithin gesellschaftliches Wissen zu verändern, dieses Wissen seinen Bedürfnissen anzupassen, was eben bedeutet, neues Wissen subjektiv zu erzeugen und nicht einfach zu übernehmen“⁷³.

Die Lernenden werden dabei als Teil eines Gesamtsubjekts mit der Lehrkraft verstanden. In dieser besonderen Konstruktion der Subjekt-Tätigkeit-Objekt-Relation im Unterrichtsprozess löst der Tätigkeitsansatz das Problem einer einsei-

⁶⁸S. Giest und Lompscher, 2006, S. 69.

⁶⁹S. Giest und Lompscher, 2006, S. 149.

⁷⁰S. Giest und Lompscher, 2006, S. 88.

⁷¹S. Giest und Lompscher, 2006, S. 69.

⁷²S. Giest und Lompscher, 2006, S. 76.

⁷³S. Giest und Lompscher, 2006, S. 84.

tigen Betonung von einem individuellen Kompetenzaufbau im Sinne subjektiver kognitiver Dispositionen und einer lehrzentrierten Vermittlung von vorgefertigten Kulturinhalten⁷⁴. Die Lehrkraft ist nicht nur Verwalter des unterrichtlichen Geschehens, sondern muss als Lehrsubjekt insbesondere eine Strukturierung und Auswahl der Lerngegenstände und Lernaufgaben bereitstellen. Die Lernenden eignen sich auf dieser Basis in der gemeinsamen Lerntätigkeit, also mit der nötigen Unterstützung vom Lehrsubjekt, Wissen und Können auf möglichst hohem, individuell möglichem Niveau an. In der begrifflichen Differenzierung von Wissen und Kenntnissen findet sich eine passende Unterscheidung der kollektiven und der individuellen Ebene der Aneignung wieder⁷⁵.

Eine Tätigkeit wird grundsätzlich charakterisiert durch die zugrunde liegenden Bedingungen von Subjekt und Objekt sowie durch Gegenstand, Mittel, Motiv und Ziel der Tätigkeit. Pippig charakterisiert die Gegenstände der Lerntätigkeit als „gesellschaftliche Erfahrungen über Ausschnitte der objektiven Realität, d.h. Ergebnisse des gesellschaftlichen Erkenntnisprozesses: Begriffe und Gesetzesaussagen, Methoden theoretischer und praktischer Tätigkeit, Werte und Normen sowie Verhaltensweisen“⁷⁶. Insbesondere sollen also auch Werte und Normen Gegenstände der Lerntätigkeit sein, was die bereits angesprochene persönlichkeitsbildende Komponente der Lerntätigkeit unterstützt. Allerdings ist dabei besonders das oben beschriebene subjektive Moment der Aneignung innerhalb der Lerntätigkeit zu betonen. In der Beschreibung von Reflexionswissen wird Wissen über Werte und Normen entsprechend Berücksichtigung finden. Zusätzlich sollen auch die Lernhandlungen selbst neben den inhaltlichen Gegenständen zum Gegenstand der Lerntätigkeit gemacht werden⁷⁷.

Die Bedingungen der Lerntätigkeit sind durch die „gesellschaftlichen Formen der Führung und Gestaltung der Tätigkeit“⁷⁸ gegeben. Dazu gehören das institutionalisierte Bildungssystem, aber auch vorliegende inhaltliche Orientierungen sowie die am Bildungsprozess beteiligten Personen. Die Mittel der Lerntätigkeit unterstützen den Lernenden darin, sich mit dem Lerngegenstand auseinanderzusetzen: „Lernhandlungen sind die wichtigsten Mittel der Lerntätig-

⁷⁴Vgl. Giest und Lompscher, 2006, S. 119ff.

⁷⁵Vgl. 2.1.3.2 auf Seite 35.

⁷⁶S. Pippig u. a., 1988, S. 24.

⁷⁷Vgl. Giest und Lompscher, 2006, S. 89.

⁷⁸S. Pippig u. a., 1988, S. 26.

keit“⁷⁹. Lernhandlungen werden verstanden als „relativ voneinander abgrenzbare, zeitlich und logisch strukturierte Abschnitte im Verlauf der Lerntätigkeit, die ein konkretes Lernziel realisieren, durch bestimmte Lernmotive angetrieben werden und entsprechend den konkreten Lernbedingungen durch den Einsatz äußerer und verinnerlichter Lernmittel in einer jeweils spezifischen Folge von Teilhandlungen vollzogen werden“⁸⁰. Lernhandlungen sind im Unterricht direkt beeinflussbar und stellen damit den direktesten Weg zur Einflussnahme des Lehrenden dar. Bruder definiert diesem theoretischen Rahmen folgend Aufgaben als „Aufforderungen zum Lernhandeln“^{81,82}. Giest und Lompscher fassen den idealisierten Verlauf im Unterricht kurz zusammen: „In Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand werden Lernziele gebildet und daraus Lernaufgaben abgeleitet, die über Lernhandlungen realisiert werden“⁸³. Über Lernhandlungen kann auch das Verständnis eines Lerngegenstandes durch den Lernenden untersucht werden. Bruder schlägt als Charakterisierung für ein Grundverständnis bezüglich eines Lerngegenstand die Durchführbarkeit von Identifizierungs- und Realisierungshandlungen vor⁸⁴. Bezogen auf den Gegenstand eines Rechtecks würde dies etwa bedeuten, aus einer Reihe von geometrischen Formen ein Rechteck bestimmen zu können (identifizieren) und zusätzlich in der Lage zu sein ein Rechteck zu zeichnen (realisieren)⁸⁵.

2.1.1.3 Orientierungsgrundlage

Erfolgreiches Lernen hängt neben einer guten Qualität der Aneignung des Wissens und Könnens ganz wesentlich davon ab, wie das Subjekt in der Lage ist, konkrete Anforderungen bestimmten Anforderungsklassen zuzuordnen, um entsprechend zielführend adäquate Handlungen ausführen zu können⁸⁶. Kann eine solche Verbindung trotz vorhandenem Wissen nicht hergestellt werden, so wird in der Psychologie auch von „trägem Wissen“ gesprochen⁸⁷. Ob eine Aneignung in diesem Sinne stattfindet oder aber Handlungen in flexiblen Situationen

⁷⁹S. Giest und Lompscher, 2006, S. 87.

⁸⁰S. Giest und Lompscher, 2006, S. 189.

⁸¹S. Bruder, 2000, S. 69.

⁸²Vgl. auch 4.2 auf Seite 147.

⁸³S. Giest und Lompscher, 2006, S. 87.

⁸⁴Vgl. 4.2 auf Seite 150.

⁸⁵Vgl. Bruder und Brückner, 1989, S. 79.

⁸⁶S. Giest und Lompscher, 2006, S. 191.

⁸⁷Vgl. Renkl, 1996.

verfügbar sind, hängt wesentlich vom Orientierungsteil der Handlung ab. Pjotr Galperin hat zur detaillierten Beschreibung dieses Sachverhalts im Rahmen seiner Lerntheorie den Begriff der Orientierungsgrundlage als die „Bildung von der vorläufigen Vorstellung einer Aufgabe“⁸⁸ eingeführt und ausgearbeitet. Die Orientierungsgrundlagen sind als Hinweise für die Handlungsausführung zu verstehen, umfassen diese Ausführung aber noch nicht⁸⁹. Der Aufbau einer Orientierungsgrundlage gehört zur Handlungsregulation, sie bildet sich stets spontan bezogen auf eine bestimmte Anforderung, durch die eine Handlung initiiert wird. Kossakowski und Lompscher betonen die besondere Bedeutung von Kenntnissen für die Handlungsregulation. „Kenntnisse über Ziele, Bedingungen, Verfahren der Handlung usw. sind Voraussetzung einer bewußten und gegenstandsadäquaten Handlungsregulation“⁹⁰. Die Ausbildung von Orientierungsgrundlagen sind also kenntnisabhängig. Kenntnisse werden aber in Lernhandlungen erworben, für die Orientierungsgrundlagen ausgebildet werden. Im dialektisch Sinn sind also Kenntnisse einerseits Voraussetzung für den Aufbau einer Orientierungsgrundlage in Bezug auf eine Lernhandlung, andererseits sind diese für den Aufbau der Orientierungsgrundlage notwendigen Kenntnisse bereits Ergebnis von Lernhandlungen⁹¹.

Giest und Lompscher rezipieren den Begriff der Orientierungsgrundlage als „die psychische Abbildung (Repräsentation) und handlungsbezogene Vorwegnahme (Antizipation) der objektiven Komponenten einer auszuführenden oder bereits ausgeführten Handlung“⁹². Die verschiedenen Dimensionen dieses Begriffs können ihnen folgend in vier Fragen zusammengefasst werden: „dem Was (Anforderungsstruktur, Abfolge von Teilhandlungen), dem Wie (Prüfbedingungen, Mittel, Methoden, Qualität der Handlung), dem Warum (Begründung der Handlung, innere Zusammenhänge) und dem Wozu (Einordnung der Handlung in übergreifende Zusammenhänge, mögliche Folgen usw.)“⁹³.

Im Laufe eines Lernprozesses können sich bei der Konfrontation mit einer Anforderung verschiedene Orientierungstypen ausbilden, die einen unterschiedlichen Umgang mit der Anforderung und unterschiedliche Übertragungsmög-

⁸⁸S. Galperin, 1967, S. 376.

⁸⁹Vgl. Galperin, 1967, S. 378.

⁹⁰S. Kossakowski und Lompscher, 1977, S. 137.

⁹¹Vgl. 3.2.1 auf Seite 114.

⁹²S. Giest und Lompscher, 2006, S. 192.

⁹³S. Giest und Lompscher, 2006, S. 192.

lichkeiten auf weitere Anforderungen bedeuten. Galperin unterschied drei verschiedene Orientierungstypen voneinander, die durch die unten aufgeführten Eigenschaften gekennzeichnet sind^{94,95}. Die Bezeichnungen sind der Rezeption von Bruder entnommen⁹⁶.

- **1. Typ („Probierorientierung“)**: Die Orientierungsgrundlage der Handlung ist unvollständig, eine Orientierung kristallisiert sich durch Versuch und Irrtum erst stückweise im Handlungsverlauf heraus. Die Aneignung geschieht nur durch Ergebniskontrolle, ein Herausgliedern von notwendigen Elementen und wirksamen Bedingungen findet dabei nicht statt. Sie ist unbeständig und stark abhängig von der Lage des handelnden Subjekts. Diese Orientierungsgrundlage wird im Alltag oft herausgebildet, wenn sich eine Person mit einer gänzlich unbekannten Anforderung auseinandersetzen muss, ohne dabei Hilfestellungen von außen zu erhalten.
- **2. Typ („Musterorientierung“)**: Eine vollständige Orientierungsgrundlage ist direkt gegeben. Sie ist einsichtig, bewusst und in begrenztem Umfang verallgemeinert. Eine Übertragbarkeit ist allerdings nur eingeschränkt auf ähnliche Anforderungen möglich, da eine Zuordnung zu einer verallgemeinerten Klasse von Anforderungen nicht gelingt. Die Bezeichnung Musterorientierung deutet auf die Eingeschränktheit der Orientierung hin. Eine solche Orientierungsgrundlage liegt vor, wenn Lernende beispielsweise an einer konkreten Aufgabe ohne weitere Erläuterungen gelernt haben, ein lineares Gleichungssystem zu lösen. Sehr ähnliche Probleme sind anhand eines solchen Musters ebenfalls bearbeitbar, sollten allerdings dort nicht auftretende Schritte erforderlich werden, etwa durch einen verschwindenden Koeffizienten an einer ungünstigen Stelle, so ermöglicht diese Orientierung nicht ohne weiteres eine Übertragung.
- **3. Typ („Feldorientierung“)**: Die Orientierung findet an den Gesetzmäßigkeiten des Gegenstands und seinen Verbindungen zu anderen Gegenständen statt. Die Orientierungsgrundlage für die Handlung wird daraus selbständig aufgebaut. Die Handlungen selbst und (im Gegensatz zum 2. Typ) auch deren Bedingungen und innere Struktur sind einsichtig,

⁹⁴Vgl. Galperin, 1966/1973, S. 111ff.

⁹⁵Vgl. Giest und Lompscher, 2006, S. 193.

⁹⁶Vgl. Bruder, 2008a, S. 75ff.

die Transfermöglichkeiten sind damit deutlich verbessert. Eine solche Orientierungsgrundlage würde im Fall der linearen Gleichungssysteme etwa die Kenntnis eines allgemeinen Ablaufschemas und die an die Ausführung der einzelnen Schritte geknüpften Bedingungen umfassen, so dass eine Anpassung der Handlung, etwa das Verfolgen einer Pivotstrategie, jederzeit möglich ist.

Galperins Forschungen bezogen sich auf grundlegende fachliche Zusammenhänge. Er zielte darauf ab, zu zeigen, dass eine Lernhandlung auf Basis einer Feldorientierung die besten Lernergebnisse erbringt. Heute werden die verschiedenen Orientierungstypen nicht nur im Hinblick auf die beste Lernmöglichkeit bewertet, sondern auch als unterschiedliche Zugänge verschiedener Lernender gesehen. Die Unterschiedlichkeit der jeweiligen Transferleistungen auf Basis verschiedener Orientierungsgrundlagen werden damit nicht bestritten. Anders als noch Galperin fordert Bruder aber von einer guten Lernumgebung, den Lernenden Zugänge bezogen auf alle möglichen Orientierungsgrundlagen zu bieten, so dass eine Förderung auf verschiedenen Niveaus ermöglicht wird⁹⁷. In manchen Situationen kann es für das handelnde Subjekt sogar sinnvoll sein, bezogen auf eine Anforderung eine Musterorientierung auszubilden, obwohl die geistigen Voraussetzungen für eine Feldorientierung gegeben sind, etwa wenn bei einer routinisierten Anforderung bei gleichem Ergebnis dafür weniger kognitive Anstrengung nötig wäre.

In der Rezeption wurde Galperins Lerntheorie häufig eher mit Zielen der Anpassung an Vorgegebenes verbunden, weniger mit Weiterentwicklung und Veränderung, also kreativen Vorgängen⁹⁸. Dies ist sicherlich auch auf den Gegenstand von Galperins Forschung zurückzuführen, der vor allem „Bedingungen der Aneignung von Grundkenntnissen und -fertigkeiten in verschiedenen Gegenstandsbereichen“⁹⁹ umfasste und damit einen Teil schulischen Lernens, der sich eher durch großen Konsens auszeichnet als durch zu diskutierende Widersprüchlichkeiten oder stark subjektabhängige Zugänge. Dennoch konstatieren etwa Giest und Lompscher aus den genannten Gründen einen für umfassendere Untersuchungen zu engen Lernbegriff¹⁰⁰. Von verschiedenen Autoren wurde versucht, diesen Umstand mit der Konstruktion eines vierten Orientierungstyps

⁹⁷Vgl. Bruder, 2005, S. 243.

⁹⁸Vgl. Schmitz, 1978, S. 180.

⁹⁹S. Giest und Lompscher, 2006, S. 196.

¹⁰⁰Vgl. Giest und Lompscher, 2006, S. 196.

zu würdigen. Drei unterschiedliche Zugänge sollen im Folgenden vorgestellt werden, die dann unter dem vereinenden Begriff der „Problemorientierung“ zusammengefasst werden.

Giest und Lompscher bemängeln ausgehend von der Konstatierung des engen Lernbegriffs Galperins, dass zwar der Aufbau einzelner Begriffe, nicht aber ganzer Begriffssysteme sowie das Operieren mit diesen durch Galperin untersucht wurden. In diesen Untersuchungen wurden die Orientierungsgrundlagen in der Regel lehrkraftgeleitet erarbeitet. Eine selbständige Erarbeitung, die auf der Reflexion der durch den Lernenden begangenen Fehler beruht, wurde nicht berücksichtigt. Als vierten Orientierungstyp schlagen Giest und Lompscher deshalb eine unvollständige Orientierungsgrundlage vor, die allerdings durch Reflexionen von Fehlern „die selbständige Suche nach den wesentlichen Merkmalen eines Anforderungsbereichs“¹⁰¹ einschließt. Insgesamt soll damit weniger auf Reproduktion und stärker auf den Subjektcharakter des Lernenden fokussiert werden. Giest und Lompscher geht es um Handlungsorientierung durch die Reflexion der eigenen zurückliegenden (auch geistigen) Handlungen, also um Metahandlungen und Metakognition, und um eine gegenstandsorientierte Reflexion zur Hervorbringung der wesentlichen Merkmale eines Anforderungsbereichs.

Die Potsdamer Forschungsgruppe um Alfred Dietz hat zur Weiterentwicklung der Mathematikmethodik der DDR¹⁰² ebenfalls einen vierten Orientierungstyp vorgeschlagen. Eigenschaften wie die Vollständigkeit der Orientierungsgrundlage, die eine Übertragung auf sehr unterschiedliche Sachverhalte zulässt, die bereits von der Feldorientierung erfüllt werden, gelten dabei auch für diesen vierten Orientierungstyp. Dieser bezieht sich aber explizit auf bestimmte Verfahrensweisen im Rahmen eines Problemlöseprozesses. Er bezieht daher heuristische Strategien zur systematischen Analyse einer Problemsituation mit ein und kann prinzipiell nicht allein durch ein vermittelndes Lehrerhandeln angeregt werden, sondern muss sich in Form eines inneren kritischen Dialogs im Lernenden ausbilden. Das Lernsubjekt kontrolliert dabei nicht nur sein eigenes Handeln, sondern geht gleichzeitig dagegen in Opposition, stellt kritische Fragen. Es entsteht also eine Einheit von Problemlöser, Kontrolleur und Opponent. Dieses Verhalten sollen die Lernenden verinnerlichen. Besonders bedeutend „ist dabei auch die Ausbildung von effektiven Fragestrategien (OH-Typ IV),

¹⁰¹S. Giest und Lompscher, 2006, S. 196.

¹⁰²Vgl. Dietz, 1984.

deren wesentliche Basis die Aneignung von Kenntnis-Systemen und die Fähigkeit ist, Kenntnisse zu gruppieren und zu klassifizieren sowie Kenntnisse über die Art und Weise des Fragens¹⁰³. Dietz fordert hier also ähnlich wie Giest und Lompscher mit einem Fokus auf Problemlösesituationen eine verstärkte Reflexion des eigenen Handelns und Denkens. Besonders bemerkenswert ist dabei die Feststellung, dass Kenntnisse über das Fragenstellen eine besonders wichtige Rolle spielen, Voraussetzung für den Aufbau der entsprechenden Orientierungsgrundlage sind. Die personale Einheit von Handelndem, Kontrolleur und Kritiker ist dabei sicherlich auch auf Bereiche außerhalb des mathematischen Problemlösens übertragbar.

Aus einer gesellschaftswissenschaftlichen Perspektive wurde auch vor dem theoretischen Hintergrund der kritischen Psychologie ein vierter Orientierungstyp ins Gespräch gebracht. In der dortigen Rezeption steht die Orientierungsgrundlage zwischen den gesellschaftlichen Erkenntnissen und dem sich diese Erkenntnisse aneignenden Lernsubjekt: „die gesellschaftliche Erfahrung hat also das Brennglas geschliffen, durch das das Auge des Lernenden blickt!“¹⁰⁴. Die Aufgabe der Didaktik ist es folglich, den Lernprozess so zu rationalisieren, dass eine Überbrückung von den Kenntnissen des Lernsubjekts zum subjektiv neuen gesellschaftlichen Wissen gelingt¹⁰⁵. Als Ziel von Galperins Lerntheorie wurde daher eher die Anpassung an Bestehendes betrachtet als dessen Weiterentwicklung und Veränderung. Bei basalen Lerngegenständen wird dies als unproblematisch angesehen, aber „was tun, wenn die wissenschaftliche Analyse des Gegenstandes auf Widersprüche entweder im Gegenstand selbst oder zwischen Realität und bewußtseinsmäßigem Niederschlag in den sprachlichen Bedeutungen führt? Dann kann man eine Interiorisations- als Lerntheorie nicht unbekümmert, das hieße in diesem Falle „technokratisch“, anwenden, sondern muß diese Bedingungen des Gegenstandes in der Orientierungsgrundlage deutlich machen“¹⁰⁶. Spätestens in der Sekundarstufe II sollte der Lernende daher in die Lage versetzt werden, die dem „Lernprozeß vorgängige Analyse des Gegenstandes (durch den Lehrer bzw. durch die Wissenschaft) zu rekonstruieren und ggf. zu kritisieren“¹⁰⁷.

¹⁰³S. Dietz, 1984, S. 41.

¹⁰⁴S. Wilhelmer, 1979, S. 210.

¹⁰⁵S. Schmitz, 1978, S. 177.

¹⁰⁶S. Schmitz, 1977, S. 68.

¹⁰⁷S. Schmitz, 1978, S. 181.

Hier lässt sich eine Parallele zu Heymanns Hauptmodi der Tradierung kultureller Inhalte ziehen. Für den schulischen Unterricht nennt Heymann hauptsächlich zwei relevante Hauptmodi, die „unveränderte und unhinterfragte Übernahme des Überlieferten“¹⁰⁸ sowie die „Reflexion des Überlieferten, bewusste kritische Auseinandersetzung mit dem Überlieferten aus der Distanz, was sowohl zur produktiven Weiterentwicklung des Überlieferten auf einer weniger naiven Stufe als auch zum völligen Bruch mit der Tradition führen kann“¹⁰⁹. Bei elementaren Gegenständen wie etwa dem Spracherwerb und handwerklichen Tätigkeiten ist eine unhinterfragte Übernahme nach Heymann zunächst einmal sinnvoll. Bei weiterführenden Inhalten, bei denen nicht direkt ein lebensvorbereitender Aspekt des Lerngegenstands sichtbar ist, sieht er allerdings eine kritische Distanz und reflexive Bewertung durch die Lernenden als unabdingbar im Bildungsprozess.¹¹⁰

Bereits beim dritten Orientierungstyp ist eine selbständige Gegenstandsanalyse durch die Lernenden verlangt, für die die Lehrkraft also die eigene Analyse offen legen muss. Diese Transparenz im Lernprozess begrüßt Schmitz, darüber hinaus sollen die Lernenden aber gezielt Kritikfähigkeit entwickeln und lernen mit Widersprüchen im Lernprozess umzugehen. Dafür sollen sie nicht in erster Linie vorgegebene Aufgaben lösen, sondern „vor allem lernen, die richtigen Fragen zu stellen“¹¹¹. Der Orientierungstyp IV bezieht sich daher auf Probleme, die eine eindeutige Positionierung nicht zulassen. Dabei kommt eine neue Kontrollhandlung zum Tragen, diese „richtet sich auf die kritische Reflexion individueller und besonderer Sinne sowie gesellschaftlicher Bedeutungen“¹¹². Die kritische Psychologie sieht eine Weiterentwicklung von Galperins Theorie demnach vor allem in die Richtung der Reflexion von vorliegenden Gegenstandsanalysen und Bedeutungszuweisungen, um es den Lernenden zu ermöglichen, einen eigenständigen Zugang entwickeln zu können. Kritikfähigkeit, die Fähigkeit Fragen zu stellen und der Umgang mit Widersprüchen sollen dabei explizite Lernziele sein.

Den verschiedenen Weiterentwicklungen gemein ist eine besondere Betonung subjektiver Komponenten im Lernprozess: die eigenständige Aneignung

¹⁰⁸S. Heymann, 1996, S. 71.

¹⁰⁹S. Heymann, 1996, S. 71.

¹¹⁰Vgl. Heymann, 1996, S. 71f.

¹¹¹S. Schmitz, 1978, S. 183.

¹¹²S. Schmitz, 1978, S. 188.

des Zugangs zum Gegenstandsbereich, die Reflexion eigener Handlungen und der dabei möglicherweise begangenen Fehler, der verwendeten heuristischen Strategien, individueller Bedeutungen und Bewertungen von umstrittenen Lerngegenständen. Dabei wird gleichermaßen betont, dass eine gewisse Vorbereitung dieser subjektiven Komponenten wichtig ist. Die Lernenden können etwa ganz allgemein im Stellen hilfreicher Fragen unterstützt werden. Dietz folgend können dafür die Rollen von Problemlöser, Kontrolleur und Opponent gezielt reflektiert und in der Person der Lernenden vereint werden. Von der kritischen Psychologie wird das Einüben in Kritikfähigkeit und im Umgang mit Widersprüchen betont. Diesen Aspekten wird bei konkreten Überlegungen zur Förderung der Ausbildung eines vierten Orientierungstyps bezogen auf konkrete Reflexionshandlungen nachzugehen sein. Ausgehend von diesen Beobachtungen soll ein vierter Orientierungstyp im Rahmen dieser Arbeit wie folgt definiert werden:

Ein vierter Typ der Orientierungsgrundlagen („**Problemorientierung**“) bezeichnet die selbständige Orientierung in Bezug auf eine Anforderung, in der auch individuelle und gesellschaftliche Bedeutungen und Bewertungen der zugehörigen Gegenstände und Handlungen problematisiert werden. Diese Orientierungsgrundlage ermöglicht insgesamt eine kreative Handlungsausführung und die kritische Stellungnahme des Subjekts.

Entsprechend den dargestellten Überlegungen von Schmitz ist zu betonen, dass eine so definierte Problemorientierung nicht bei der Aneignung beliebiger Lerngegenstände eine Rolle spielen kann. So können beispielsweise die von Galperin fokussierten Lernprozesse in Bezug auf Basiswissen und -können ausgenommen werden, also etwa Lernprozesse zu Grundrechenarten. Subjektive Zugänge im Sinne von Grundvorstellungen sind allerdings auch hier denkbar und werden bereits in der Grundschuldidaktik umgesetzt. Eine Ausweitung von Reflexionen eigener Handlungen auch auf diese Prozesse ist also denkbar, eine entsprechende Erweiterung des Begriffs der Problemorientierung könnte eine lohnenswerte Perspektive auf damit verbundene Lernprozesse bieten. Der Fokus der vorliegenden Arbeit richtet sich allerdings auf andere Lerngegenstände und gezielt auf die Sekundarstufe II, die Definition zielt daher auf entsprechende Lernprozesse auf dieser Entwicklungsstufe ab.

2.1.2 Exkurs: Tätigkeitstheorie als moderat konstruktivistischer Ansatz

Innerhalb der Erziehungswissenschaften gilt der Konstruktivismus als eine der „attraktivsten theoretischen Grundlagen und als ausgesprochen praxisrelevantes Konzept“¹¹³. Von einem einheitlichen Theoriemodell kann dabei allerdings nicht ausgegangen werden, schon wegen der zahlreichen Fachwissenschaften, die sich mit konstruktivistischen Theorien befassen und unterschiedliche Ansätze verfolgen. Allen gemeinsam ist aber der Grundsatz, dass eine Aussage über die tatsächliche Beschaffenheit der Wirklichkeit nicht erreichbar ist, sondern, dass es sich dabei stets um individuelle Wahrnehmungen, Interpretationen handelt, die auf individuellen und kulturellen Hintergründen beruhen¹¹⁴. Die Tätigkeitstheorie wird meist den konstruktivistischen Ansätzen als eine Form des sozialen Konstruktivismus zugeordnet^{115,116}. Bevor im nächsten Kapitel mit dem Wissensbegriff ein für diese Arbeit zentraler Begriff vorgestellt wird, soll in diesem Exkurs durch einen Vergleich radikaler konstruktivistischer Ansätze und der Tätigkeitstheorie verdeutlicht werden, welche Vorteile die letztgenannte gerade bei der Beschäftigung mit Wissenselementen und deren Vermittlung aus erkenntnistheoretischer Sicht bietet. Das von Woolfolk formulierte Dilemma, wie ein Unterricht „im Sinne des Konstruktivismus“ organisiert werden kann, „sodass das selbstständige Denken der Schüler anerkannt wird, sie sich aber auch den Lernstoff aneignen“¹¹⁷, kann mit Mitteln der Tätigkeitstheorie überwunden werden, ohne stattdessen im Gegenteil die Probleme eines naiven Übertragungsmodells gegebener, objektiver Inhalte zu erhalten.

Um das Verhältnis des Menschen zu seiner Umwelt zu beschreiben, greift die Tätigkeitstheorie auf die Widerspiegelungstheorie des dialektischen Materialismus zurück. Diese geht davon aus, dass die Psyche eine „subjektive interne Modellierung („Widerspiegelung“, „Konstruktion“) der Realität“ und „prinzipiell nur dem Subjekt selbst, nicht aber der Außenwelt direkt zugänglich“¹¹⁸ ist. Die Widerspiegelungstheorie kann dabei leicht objektivistisch aufgefasst werden, wie es etwa manche Formulierungen in Dawydows Analyse von empirischem

¹¹³S. de Haan und Rülcker, 2009, S. 7.

¹¹⁴Vgl. de Haan und Rülcker, 2009, S. 7f.

¹¹⁵Vgl. Giest und Lompscher, 2006, S. 231.

¹¹⁶Vgl. Woolfolk, 2008, S. 421.

¹¹⁷S. Woolfolk, 2008, S. 439.

¹¹⁸S. Giest und Lompscher, 2006, S. 234f.

und theoretischem Wissen¹¹⁹ sowie in einigen darauf aufbauenden Arbeiten¹²⁰ möglicherweise nahelegen. So konstatiert auch Bauersfeld in einer Analyse zur möglichen Nutzung der Tätigkeitstheorie im Rahmen seiner Forschung, dass es nach dieser wahr und falsch gebe, „weil es einen wissenschaftlichen Ansatz gibt, der unbedingtes, objektiv wahres Wissen hervorbringt“¹²¹. Auf welche Vertreter der Tätigkeitstheorie dieses Problem in der angegebenen Schärfe auch zutreffen mag, moderne Formulierungen der Widerspiegelungstheorie besetzen in dieser Frage explizit eine gemäßigte Position. Die prinzipielle Existenz einer objektiv vorliegenden Realität wird zwar nicht bestritten, Hans Heinz Holz etwa warnt aber davor „Widerspiegelungstheorie mit Abbildtheorie gleichzusetzen“¹²². Im Gegensatz zu einer gestalthaften Wiedergabe wird bei der Widerspiegelung von einer strukturellen Entsprechung ausgegangen, die damit begründet wird, dass sich Wirklichkeit und Widerspiegelung in der Tätigkeit konstituieren und somit eine gemeinsame Genese haben^{123,124}. Für den widergespiegelten Bewusstseinsinhalt ist dabei aber auch stets die Perspektive des Subjekts entscheidend, wie es die Spiegelungsmetapher nahelegt: „Der Spiegel erzeugt zwar ein Bild der Sache selbst, aber ein Bild in der Perspektive des Spiegels“¹²⁵.

Im radikalen Konstruktivismus wird im Erkenntnisprozess die Subjektseite stärker betont als die des Objekts. Die Wirklichkeit wird vom denkenden, erfahrenden Subjekt gedanklich konstruiert, seine Psyche existiert parallel zur Außenwelt. Das Subjekt ist in einer Beobachterposition. Eine „Wahrheitsfindung“ kann es nur im Sinne eines Konsens („Viabilität“) geben, der sich im Diskurs bildet. Ein im erkenntnistheoretischen Sinn realistischer Ansatz geht umgekehrt davon aus, dass die Vorstellungen und Aussagen des Menschen mit der Wirklichkeit in Übereinstimmung zu bringen sind, dieser Ansatz betont also vor allem die Seite des Objekts. Die moderne Tätigkeitstheorie versteht sich in einer gemäßigten Position in Bezug auf diese beiden Extreme. Der Mensch zeichnet sich demnach nicht durch eine Beobachterposition aus, sondern durch seine aktive Einwirkung und Veränderung der Wirklichkeit – durch die Tätigkeit. Die Übereinstimmung von Aussagen mit der Wirklichkeit prüft sich nicht

¹¹⁹S. etwa Dawydow, 1972/1977, S. 135f: „die tatsächliche Bedeutung historischer Ereignisse“.

¹²⁰S. Reinhold, 1988, S. 148: „objektiver Gesetzmäßigkeiten des jeweiligen Sachverhalts“.

¹²¹S. Bauersfeld, 1995, S. 82.

¹²²S. Holz, 2003, S. 34.

¹²³Vgl. Holz, 2003, S. 34f.

¹²⁴Vgl. Giest und Lompscher, 2006, S. 236.

¹²⁵S. Holz, 2003, S. 50.

im Diskurs, sondern erweist sich in der Anwendung¹²⁶. Allerdings zielt dieses „Kriterium der Praxis“ nicht auf einen logischen *Beweis* ab, sondern auf ein *Erweisen* durch Erfahrung¹²⁷. Nur in der aktiven Einwirkung auf die Welt ist Erkenntnis möglich, die aber deshalb auch immer eine subjektive Komponente aufweist und schon aus diesem Grunde nicht objektiv sein kann¹²⁸.

In der gemeinsamen Lerntätigkeit von Lernenden und Lehrendem geht es nun um die Einführung der Lernenden in die sich durch die Tätigkeit kulturell herausgebildete Praxis. Dies schließt kulturelle Errungenschaften in Form von Wissen und Können ein. Anders als im radikalen Konstruktivismus kommt dem Lehrenden hier eine sehr bedeutende Rolle im Lernprozess zu, da dieser nicht nur Lernumwelten bereitstellen soll, in denen der Lernende relativ eigenständig arbeitet, sondern gezielt Problemsituationen erzeugen soll, die für den Lernenden alleine nicht direkt handhabbar sind. Der Lernende soll im Sinne der Zone der nächsten Entwicklung bei Wygotski durch den Lehrenden äußere Hilfsmittel der Bewältigung in Form von Wissen und Können aus dem kulturhistorischen entwickelten Repertoire angeboten bekommen und sich diese im Laufe der damit verbundenen Lerntätigkeit zu eigen machen¹²⁹.

Wilhelmer fasst diesen Sachverhalt wie folgt zusammen: „Der Lernprozeß im engeren Sinn, für den die OH [Orientierungsgrundlage der Handlung, O. S.] entwickelt wird, dient der Vermittlung gesellschaftlich bereits hervorgebrachten Wissens im subjektiven Neulernprozess“¹³⁰. Der Lehrende hilft also insbesondere dabei eine adäquate Orientierung auszubilden. Der Diskussion im Kapitel über die Orientierungsgrundlagen folgend¹³¹, muss dabei aber auch eine ständige Hinterfragung der Inhalte unter Rückbezug auf den Lerngegenstand möglich sein. Das gilt besonders dann, wenn es sich um gesellschaftlich bzw. wissenschaftlich umstrittene Sachverhalte handelt. Ein Begriff wie Reflexionswissen kann aber erst in diesem Spannungsfeld gesellschaftlichen Wissens und individueller Aneignung definiert werden. Reflexionswissen bezeichnet einerseits Wissen, das vom Individuum durch eigene Reflexionen angeeignet wird und andererseits Wissen, das im Prozess gesellschaftlicher Reflexionen im Verlaufe

¹²⁶Vgl. Giest und Lompscher, 2006, S. 238ff.

¹²⁷Vgl. Holz, 2003, S. 56.

¹²⁸Vgl. Giest und Lompscher, 2006, S. 237.

¹²⁹Vgl. Giest und Lompscher, 2006, S. 253ff.

¹³⁰S. Wilhelmer, 1979, S. 210.

¹³¹Vgl. 2.1.1.3 auf Seite 22.

der Kulturentwicklung entstanden ist. Radikalkonstruktivistische Lerntheorien würden aus ihrer Perspektive die Orientierung am gesellschaftlich vorliegenden Wissen ablehnen. Eine solche Vernachlässigung würde aber mit Wilhelmer gesprochen „die gesammelte Erfahrung der Menschheit geringschätzen und der Weiterentwicklung geistiger Handlungen die Grundlage entziehen“¹³².

2.1.3 Wissensbegriff

In diesem Kapitel wird der in der vorliegenden Arbeit verwendete Wissensbegriff erarbeitet. Dabei werden zunächst einige wissenspsychologische Grundlagen erläutert, die dann verwendet werden um den tätigkeitstheoretischen Wissensbegriff einzuordnen.

2.1.3.1 Wissenspsychologische Grundlagen

Der Erwerb von Wissen wird in der Psychologie als „wichtigste Zieldimension der meisten Bildungsprozesse“¹³³ und Ergebnis von Lernprozessen verstanden. Der Wissensbegriff umfasst dabei im Allgemeinen die „kognitive *Repräsentation* von Gegenständen“¹³⁴. Dabei wird der Begriff des Wissens in der Wissenspsychologie in vielfältiger Weise systematisiert, üblich ist vor allem eine Unterscheidung von deklarativem und prozeduralem Wissen¹³⁵. Deklaratives Wissen bezeichnet dabei Faktenwissen im Sinne von „Wissen, dass“, etwa das Wissen welche Eigenschaften einen Zylinder charakterisieren. Prozedurales Wissen bezeichnet ein „Wissen, wie“, also etwa das zielführende Auflösen einer linearen Gleichung. Dabei ist die Zuordnung nicht vollständig vereinheitlicht, so würde das Wissen über einen Lösungsweg im Sinne eines verbalisierbaren Plans von de Jong und Ferguson-Hessler zum prozeduralen Wissen gezählt werden, während es von Anderson zum deklarativen Wissen gezählt würde¹³⁶.

Eine weitere, auch für diese Arbeit bedeutende Unterteilung bezieht sich auf die Explizitheit von Wissen. In seiner Arbeit zu implizitem Wissen stellte Michael Polanyi fest, dass Menschen weit mehr wissen, als sie in der Lage sind zu sagen. So können sie etwa Gesichter erkennen, ohne im Einzelnen die unterscheidenden

¹³²S. Wilhelmer, 1979, S. 210.

¹³³S. Renkl, 2009b, S. 4.

¹³⁴S. Heinecke, 2013, S. 1673.

¹³⁵Vgl. Spada und Mandl, 1988; Renkl, 2009b.

¹³⁶Vgl. Renkl, 2009b, S. 4f.

Merkmale aufzählen zu können¹³⁷. Dieser Sachverhalt führte zu der Bildung des Begriffs vom impliziten Wissen. Es „bezeichnet das im Verhalten i. w. S., das heißt in Prozessen des Wahrnehmens, Beurteilens, Erwartens, Denkens, Entscheidens oder Handelns verausgabte, durch das Subjekt und u. U. auch den analysierenden Beobachter jedoch nicht, nicht vollständig oder nicht angemessen explizierbare (verbalisierbare, objektivierbare, formalisierbare, technisierbare) Wissen einer Person“¹³⁸. Neuweg beschreibt hier einen graduellen Übergang von explizitem Wissen zu prinzipiell nicht explizierbarem Wissen. Dazwischen liegt zunächst Wissen, das nicht vollständig explizierbar ist. Dazu zählt beispielsweise Wissen über das Fahrradfahren, bei dem einerseits hilfreiches Wissen, etwa über das Gleichgewichtthalten, vermittelt werden, andererseits aber das derart vermittelte Wissen nicht allein zum Fahrradfahren befähigen kann. Zwischen explizitem und nicht explizierbarem Wissen liegt auch Wissen, das prinzipiell explizit zu beschreiben wäre, dem Individuum aber bislang nur unterbewusst zur Verfügung steht und durch dieses oder den äußeren Beobachter erst bewusst und damit explizierbar gemacht werden müsste.

Ein derart breites Verständnis des Wissensbegriffs wird zum Teil auch der Kritik unterzogen, den Begriff durch diesen großen Bedeutungsumfang bedeutungslos zu machen. Diese Kritik wird etwa von den Ökonomen Schreyögg und Geiger aus Sicht eines modernen Wissensmanagements vorgebracht¹³⁹. Wissen werde so zu einem „Sammelbecken [...], das alle nur erdenklichen menschlichen Fähig- und Fertigkeiten, Emotionen, Normen usw. umgreift“¹⁴⁰. Als Ausweg sehen sie eine Orientierung an Qualifizierungsverfahren, wie sie für wissenschaftliches Wissen üblich sind. Dafür muss Wissen grundsätzlich kommunizierbar sein, über eine Begründung mit Geltungsanspruch verfügen, das ein feldabhängiges Prüfverfahren durchlaufen hat. Auf implizites Wissen im engeren Sinne eines prinzipiell nicht zu explizierenden Wissens lässt sich diese Einschränkung des Wissensbegriffs nicht mehr beziehen, daher möchten Schreyögg und Geiger hier eher von einer „Könnerschaft“ sprechen¹⁴¹. Dem wissenschaftlichen Wissen setzen sie aber noch eine Wissensform gegenüber, die den formulierten Anspruch an Wissen erfüllt und eine „Zwischenstellung“

¹³⁷Vgl. Polanyi, 1966/1985, S. 14.

¹³⁸S. Neuweg, 2005, S. 581.

¹³⁹Vgl. Schreyögg und Geiger, 2003.

¹⁴⁰S. Schreyögg und Geiger, 2003, S. 9.

¹⁴¹S. Schreyögg und Geiger, 2003, S. 15.

zwischen dem sogenannten implizitem und wissenschaftlichem Wissen einnimmt: narratives Wissen, das in Erzählungen übermittelt wird und Handlungsrezepte oder Erfahrungsberichte umfasst. Eine Reflexion der Legitimation findet zwar nicht direkt statt, ist aber prinzipiell etwa durch einen Beobachter durchaus möglich.

Die begriffliche Unterscheidung von implizitem und explizitem Wissen wurde dessen ungeachtet in vielen unterschiedlichen Disziplinen aufgegriffen, insbesondere auch in Fragen des Theorie-Praxis-Verhältnisses bei Expertentätigkeiten und in der Berufsbildung¹⁴². Im Zuge der Kompetenzdiskussion wurde dabei eine weitere spezifische Form des Wissens begrifflich gefasst, das aus der Diskussion des Phänomens von verfügbarem expliziten Wissen bei gleichzeitiger Handlungsunfähigkeit des Individuums hervorging: das träge Wissen¹⁴³. Mit dem Kompetenzbegriff soll gerade eine solche Trägheit vermieden werden, „daher wird durch ihn die Funktionalität von erworbenem Wissen betont“¹⁴⁴.

Gegenüber diesen eher an der traditionellen Lehr-Lern-Forschung orientierten Ansätzen, stellt der Situierteitsansatz Wissen als „abgespeicherte, abstrakt-dekontextualisierte Repräsentationen [...], die in einem Kontext erworben und in einem anderen Kontext angewandt werden könnten“¹⁴⁵ in Frage. Stattdessen konstituiert sich Wissen stets relational zwischen einer Person und einer bestimmten Situation mit bestimmten Handlungsangeboten und -beschränkungen. Damit soll das Problem der Dichotomie von Wissen und Handeln, das kognitive Ansätze kennzeichnet, überwunden werden¹⁴⁶.

2.1.3.2 Tätigkeitstheoretische Begriffe von Wissen und Kenntnis

Im Rahmen der Tätigkeitstheorie wird die Leistungsdisposition, die sich auf das Bewältigen einer bestimmten Klasse von Anforderungen bezieht, als Können bezeichnet¹⁴⁷. Dieses Können umfasst damit sowohl prozedurales als auch deklaratives Wissen im oben dargestellten Sinn. Der Begriff des Wissens bezieht sich in der Tätigkeitstheorie nicht wie in den bisher aufgeführten Charakterisierungen auf eine individuelle psychische Disposition, sondern umfasst kognitive Abbilder

¹⁴²Vgl. Neuweg, 2005, S. 582.

¹⁴³Vgl. Renkl, 1996.

¹⁴⁴S. Renkl, 2009a, S. 739.

¹⁴⁵S. Renkl, 2009a, S. 745.

¹⁴⁶Vgl. Renkl, 2009a, S. 745.

¹⁴⁷Vgl. Pippig, 1985, S. 19.

der Realität, die sich in der Kulturgeschichte des Menschen durch wissenschaftlich forschende Aktivitäten im gesellschaftlichen Bewusstsein herausgebildet haben und objektiviert etwa in materialisierter Form von Büchern vorliegen. Davon unterschieden wird der Begriff der Kenntnis, mit dem die individuelle Aneignung dieses (gesellschaftlichen) Wissens durch das Individuum beschrieben wird¹⁴⁸. Kenntnissysteme stellen „das Insgesamt der geordneten Kenntnisse über einen Bereich“¹⁴⁹ dar. Die Unterscheidung entspricht der Differenzierung von individuellem Wissen und gesellschaftlichem Wissen, das Damerow und Lefèvre in ihrer Untersuchung zur geschichtlichen Wandlung von Wissenssystemen vornehmen. Gesellschaftliches Wissen wird dort verstanden als „von zahlreichen Individuen intersubjektiv geteilt und historisch mit einer gewissen Kontinuität tradiert“¹⁵⁰. Dabei stehen individuelle mentale Repräsentationen des Wissens mit kulturellen Repräsentationen, also materialisierten Objekten oder Handlungen wie Bildern oder Sprachformen, in Verbindung¹⁵¹.

Die in dieser Form beschriebenen Kenntnisse stellen ein deklaratives Wissen im oben beschriebenen Sinne dar. Kenntnisse sind allerdings nicht als eine direkte Übertragung des Wissens auf das Individuum zu verstehen. Sie „ermöglichen dem Menschen, sich seiner selbst bewusst zu werden, zu allen Erscheinungen der Welt eine Position zu beziehen und durch seine Tätigkeit bewußt Beziehungen zur Welt zu realisieren“¹⁵². Hier ist also insbesondere auch die persönliche Sinnggebung in Bezug auf den jeweiligen Gegenstand mitgedacht. Das Begriffspaar zeigt die gemäßigte Position, die von der Tätigkeitstheorie in der Frage des Verhältnisses von der Vermittlung vorgeformter Kulturinhalte und deren individueller Aneignung eingenommen wird¹⁵³. Da die individuellen Kenntnisse sich durch den begrifflichen Bezug auf das gesellschaftliche Wissen und damit auf im gesellschaftlichen Bewusstsein objektivierte Gegenstände beziehen, sind Kenntnisse als explizites oder wenigstens explizierbares Wissen im Sinne der in den psychologischen Grundlagen dargestellten Begriffsbildung einzuordnen. Narratives Wissen als kommunizierbares Wissen im Sinne von Schreyögg und Geiger kann ebenso dem tätigkeitstheoretischen Wissensbegriff

¹⁴⁸Vgl. Pippig, 1985, S. 20ff.

¹⁴⁹S. Pippig, 1980, S. 61.

¹⁵⁰S. Damerow und Lefèvre, 1998, S. 77.

¹⁵¹Vgl. Damerow und Lefèvre, 1998, S. 79.

¹⁵²S. Pippig, 1985, S. 21.

¹⁵³Vgl. 2.1.2 auf Seite 30.

zugeordnet werden. Dagegen wird implizites Wissen im engeren Sinne eines nicht explizierbaren Wissens, beispielsweise der Kennerblick oder Körperwissen, nicht eingeschlossen. Dieses wird bezogen auf die jeweils zugehörige Handlung dem übergeordneten Bereich des Könnens zugeordnet und möglicherweise weiter ausdifferenziert als Fähigkeit oder Fertigkeit eingeordnet.

Der Wissensbegriff der Tätigkeitstheorie ist eher auf Seiten der traditionellen Lehr-Lern-Forschung einzuordnen, da hier Wissen in dekontextualisierten Repräsentationen gedacht wird. Dabei ist zu beachten, dass durch den Begriff der Orientierungsgrundlage der Einbezug von Kenntnissen in die Handlungsplanung und -durchführung stets auch situationsbezogen gedacht wird. Die flexible Verfügbarkeit von Wissen in verschiedenen Situationen wird dabei als besonderes Qualitätsmerkmal der angeeigneten Kenntnisse gesehen¹⁵⁴. Renkl¹⁵⁵ rückt den konstruktivistischen Ansatz nach Piaget und auch sozialkonstruktivistische Ansätze nach Wygotski sogar in die Nähe der situierten Kognition, da bei beiden der Wissenserwerb im Rahmen aktiver Teilnahme an fachlichen Diskursen betrachtet wird, die an konkrete Situationen gebunden sind.

2.1.3.3 Wissensaspekte nach Pippig

Um die individuelle Qualität der Aneignung von Wissen genauer zu beschreiben, hat Pippig verschiedene Qualitätsmerkmale von Kenntnissen kategorisiert. Diese sind durch den jeweiligen Fokus auf die Beziehung zum Wissen (Adäquatheit), zu Persönlichkeitseigenschaften und zum Gedächtnis charakterisiert und sollen im Folgenden rezipiert werden¹⁵⁶.

1. Beziehung zum Wissen (Adäquatheit)

- Objektivität: „Grad der Vollständigkeit der klassifikationsrelevanten Merkmale von Begriffen oder die Übereinstimmung von abgebildeten Relationen in Aussagen mit den im Wissenssystem vorhandenen“¹⁵⁷
- Allgemeinheit: „Kennzeichnet das Verhältnis von Allgemeinem, Besonderem und Einzelem“. Das höchste Niveau hat eine Person, die „in der Einzelercheinung das Besondere und Allgemeine erkennt

¹⁵⁴Vgl. 2.1.3.3.

¹⁵⁵Vgl. Renkl, 2009b, S. 7.

¹⁵⁶Vgl. Pippig, 1980, S. 74ff.

¹⁵⁷S. Pippig, 1980, S. 74.

und vom Allgemeinen her das Besondere und Einzelne aufspüren kann“¹⁵⁸

- Systemhaftigkeit: „Adäquatheit von Relationen zwischen Kenntnissen eines Bereichs oder unterschiedlicher Bereiche“¹⁵⁹
- Anschaulichkeit: „Beziehungen zwischen sinnlichen und rationalen Komponenten“¹⁶⁰, womit die Übereinstimmung dieses Verhältnisses mit dem entsprechenden Wissenssystem gemeint ist, nicht das Überwiegen des Sinnlich-Konkreten.

2. Beeinflussung durch Persönlichkeitseigenschaften (beziehen sich auf Adäquatheitsparameter, sind aber weder über- noch untergeordnet.)

- Disponibilität: Verfügbarkeit in vielfältigen Anwendungen und unter unterschiedlichen äußeren Bedingungen, auch außerhalb des erlernten Kontexts, Einschätzung der Lösungsrelevanz von Kenntnissen¹⁶¹.
- Sinnhaftigkeit: Fasst das Verhältnis von Kenntnissen zu Einstellungen und die subjektive Bedeutsamkeit der Kenntnisse¹⁶².

3. Festigkeit von Kenntnissen (Gedächtnisaspekt)

- Dauerhaftigkeit: „Zeitspanne, in der Kenntnisse nach dem Einprägen noch reproduzierbar sind“¹⁶³, dabei werden Hilfsmittel nicht berücksichtigt.
- Widerstandsfähigkeit: Resistenz gegen äußere Einflüsse, in Diskussionen etwa bei Angriffen von außen¹⁶⁴.

Gemeinsam mit Nora Feldt-Caesar wurden diese Merkmale Pippigs zu den insgesamt vier Qualitätsmerkmalen der Verfügbarkeit, Exaktheit, Allgemeinheit und Übertragbarkeit zusammengefasst, um eine möglichst kompakte Beschreibung zur Charakterisierung von Grundwissen und Grundkönnen sowie dem Grad von dessen Aneignung durch die Lernenden zu erlangen¹⁶⁵. Der Parameter der Ver-

¹⁵⁸S. Pippig, 1980, S. 75.

¹⁵⁹S. Pippig, 1980, S. 76.

¹⁶⁰S. Pippig, 1980, S. 76.

¹⁶¹Vgl. Pippig, 1980, S. 88ff.

¹⁶²Vgl. Pippig, 1980, S. 93ff.

¹⁶³S. Pippig, 1980, S. 95.

¹⁶⁴Vgl. Pippig, 1980, S. 96f.

¹⁶⁵Vgl. die Beiträge zur gemeinsamen Sektion bei der GDM-Tagung 2013 in Feldt, 2013; Schmitt, 2013.

fügbare beschreibt die Zeit- und Situationsunabhängigkeit von Kenntnissen (Dauerhaftigkeit, Disponibilität, Widerstandsfähigkeit), die zugehörige Skala wurde danach unterteilt wie unabhängig von einer Lehrperson oder Lernmaterialien Aufgaben bearbeitet werden können. Dabei wurde Bezug genommen auf die Unterscheidung von sicherem Wissen und Können, reaktivierbarem Wissen sowie episodischem Wissen nach Hans-Dieter Sill¹⁶⁶. Die Exaktheit beschreibt das Maß der Übereinstimmung mit wissenschaftlichen Definitionen (Objektivität, Systemhaftigkeit). Die Skala richtet sich nach der Anzahl und Wesentlichkeit der genannten klassifizierungsrelevanten Merkmale. Die Allgemeinheit (Allgemeinheit und Anschaulichkeit) beschreibt die Spannweite der Abstraktionsstufen der Kenntnis. Die Übertragbarkeit (Systemhaftigkeit, Sinnhaftigkeit) beschreibt Anzahl und Tiefe der Verbindungen von Kenntnissen zu anderen Gegenstandsbereichen. Grundwissen und Grundkönnen wurden nach diesem Ansatz über ihre Qualität charakterisiert. Dabei wurden vor allem die Parameter der Verfügbarkeit und der Exaktheit betrachtet. Die Allgemeinheit und Übertragbarkeit beschreiben die Fähigkeit zum inner- und außerfachlichen Transfer und sind daher besonders bei der Beschreibung von einem vertiefterem Verständnis relevant.

2.1.3.4 Einordnung von Wissen und Kenntnissen in die Lerntätigkeit

Die Aneignung von Wissen und Können ist grundsätzliches Ziel und Inhalt der Lerntätigkeit¹⁶⁷. Wissen wird also einerseits in einer Lernhandlung angeeignet, ist andererseits in angeeigneter Form als Kenntnis neben Fähigkeiten und Fertigkeiten aber auch Voraussetzung für die Bildung von Orientierungsgrundlagen und damit zur Ausbildung von Lernhandlungen. In diesem Sinne steht Wissen also in einem dialektischen Verhältnis zur Lerntätigkeit. Das Lehrsubjekt hilft dabei innerhalb des Gesamtsubjekts der Lerntätigkeit den Lernenden, eine adäquate Orientierungsgrundlage auszubilden. Damit sammeln die Lernenden durch die durchgeführten Lernhandlungen langfristig so viele und qualitativ hochwertige Kenntnisse, dass sie bei neuerlichen Anforderungen selbst dazu in der Lage sind, eine Orientierungsgrundlage auszubilden. Dadurch wird den Lernenden sukzessive eine selbständige Ausführung der (Lern-)Handlung ermöglicht.

¹⁶⁶Vgl. Guba u. a., 2009.

¹⁶⁷Vgl. 2.1.1.2 auf Seite 20.

Von grundsätzlicher Bedeutung für die Ausbildung einer Orientierungsgrundlage ist dabei offensichtlich die Verfügbarkeit benötigter Kenntnisse. Doch sind beispielsweise für eine fachliche Kenntnis, die in unterschiedlichen Kontexten angewendet werden soll, auch die anderen Qualitätsparameter von großer Bedeutung. Neben fachlichen Kenntnissen spielen bei dem Aufbau einer Orientierungsgrundlage, abhängig von der jeweiligen Anforderung, auch Kenntnisse von anderen, nicht direkt fachlichen Inhalten eine wichtige Rolle. Dabei kann es sich beispielsweise um Wissen über übliche Strategien bei bestimmten Anforderungen oder um inhaltliches Wissen aus dem Anwendungsbereich handeln. Insbesondere für Handlungen wie das Bewerten eines Modells, eines Arguments oder eines algorithmischen Vorgehens ist neben innerfachlichem Wissen auch Wissen über Modelle, Argumente oder Algorithmen von hoher Relevanz. Dieses Wissen wird im folgenden Kapitel als Reflexionswissen charakterisiert werden¹⁶⁸.

2.1.3.5 Theoretische Kenntnisse und theoretisches Denken

In der Tätigkeitstheorie wurden verschiedene Ansätze entwickelt, wie Lernende bei der Ausbildung einer möglichst weit tragenden Orientierungsgrundlage unterstützt werden können, um damit die Aneignung von möglichst vielfältigen und im Sinne der Qualitätsmerkmalen hochwertigen Kenntnissen zu ermöglichen. Im Rahmen dieser Untersuchungen werden grundsätzlich zwei Typen von Kenntnissen unterschieden: empirische und theoretische Kenntnisse.

Alltägliches Handeln ist meist auf äußere Merkmale der Welt gerichtet, die sich dem Menschen durch sinnliche Wahrnehmung darbieten. Davon ausgehend werden die Erscheinungen klassifiziert und auf dieser Basis Begriffe gebildet. Eine solche Weltaneignung bildet sogenannte empirische Kenntnisse aus. Auf diese Weise entsteht eine begriffliche Pyramide, an deren Spitze die abstrakten Begriffe stehen, die von einzelnen konkreten weiter unten getragen werden¹⁶⁹. Auch in Lernprozessen wird oft ein solcher Weg gewählt, der in manchen Fällen aber problematisch sein kann. Lernenden ist der wesentliche Inhalt der zunächst an konkreten Beispielen erarbeiteten Lerngegenstände nicht bewusst, entsprechend richtet sich die Konzentration ohne weitere Maßnahmen zunächst auf Oberflächenmerkmale. In der Folge kann es daher zum einen Schwierigkeiten bereiten, den Blick auf das sich aus der gesellschaftlich-kollektiven Verarbeitung

¹⁶⁸Vgl. 3 auf Seite 109.

¹⁶⁹Vgl. Giest und Lompscher, 2006, S. 217f.

des Gegenstandes ergebende Wesentliche zu lenken, zum anderen wird dadurch eine Übertragung der einzelnen Lerngegenstände auf neue Anforderungen oder eine ganze Klasse von Anforderungen möglicherweise erschwert¹⁷⁰.

In der Lerntätigkeit ist der Lernende bei der Erkundung der Lerngegenstände allerdings nicht in dieser Art auf sich alleine gestellt. Seine Beziehung zur Wirklichkeit ist durch das gesellschaftliche Wissen und Können vermittelt¹⁷¹. Kenntnisse können in der Lerntätigkeit systematisch, auf das in gesellschaftlicher Verarbeitung Wesentliche ausgerichtet, angeeignet werden. Derart angeeignete Kenntnisse werden in der Tätigkeitstheorie theoretische Kenntnisse genannt. Mit dem zugehörigen theoretischen Denken ist daher „das wachsende Verständnis für wesentliche Merkmale und Relationen gemeint, die nicht an der Oberfläche der Lerngegenstände liegen, sondern Abstraktion von den Erscheinungen und Eindringen in das jeweilige Wesen erfordern“¹⁷². Dieses theoretische Denken muss aber selbstverständlich in Verbindung zu empirischem Denken stehen, das auf „unmittelbar gegebene Merkmale und Beziehungen gerichtet ist“¹⁷³.

2.1.4 Lehrstrategie des Aufstiegens vom Abstrakten zum Konkreten

Unter Lehrstrategien werden die „allgemeinen Vorgehensweisen oder Entscheidungsregeln zur Auswahl und zum Einsatz von Lehrmethoden, -mitteln, und -bedingungen (allgemeiner: von Lehrhandlungen), die geeignet erscheinen, ein bestimmtes Lehrziel zu erreichen“¹⁷⁴ verstanden. Giest und Lompscher sehen an der Tätigkeitstheorie orientierte Lehrstrategien stets in einer Mittelposition zwischen den sich prinzipiell widersprechenden Strategien der Übermittlung und der freien Entfaltung¹⁷⁵. Die Übermittlungsstrategie betont den Lehrenden als Subjekt im Lernprozess, der auf die Lernenden einwirkt, um Inhalte systematisch gegliedert möglichst gut zu vermitteln. Dagegen betont die freie Entfaltung das Lernsubjekt, das durch eine selbstbestimmte Erkundung des Inhalts unter Beratung durch den Lehrenden den Lernprozess weitgehend selbst organisiert. Die Stärke der Übermittlungsstrategie liegt in der systematischen Gliederung, die der freien Entfaltung in der Eigenaktivität der Lernenden.

¹⁷⁰Vgl. Pippig u. a., 1988, S. 25ff.

¹⁷¹Vgl. Pippig u. a., 1988, S. 24.

¹⁷²S. Lompscher, 1996, S. 2.

¹⁷³S. Lompscher, 1996, S. 2.

¹⁷⁴S. Giest und Lompscher, 2006, S. 152.

¹⁷⁵Vgl. Giest und Lompscher, 2006, S. 152f.

Im Zentrum einer Lehrstrategie sollte für diese Mittelposition der Tätigkeitstheorie die Lerntätigkeit stehen. In dieser interagiert das Lernsubjekt mit dem Lehrsubjekt, wodurch eine systematische Aneignung ermöglicht wird. Neben Fragen der Motivation, Selbstregulation und Kooperation der Lernenden steht dabei vor allem die Frage im Zentrum, wie die Lernzielbildung organisiert werden kann¹⁷⁶.

Eine Lehrstrategie, die von Beginn an auf eine möglichst weittragende Orientierung abzielt, ist die auf Dawydow¹⁷⁷ zurückgehende Lehrstrategie des Aufsteigens vom Abstrakten zum Konkreten. Grundlegendes Ziel des ersten Lernschritts ist dabei die Erarbeitung eines sogenannten Ausgangsabstraktums, in dem die „wichtigsten Merkmale und Relationen des Lerngegenstands“ abgebildet werden und das damit „einen ganzheitlichen Rahmen“ bildet, „in den die konkreten Einzelheiten integriert und gedächtnismäßig verankert werden können“¹⁷⁸. Mit Hilfe dieses Ausgangsabstraktums, auch Ausgangsabstraktion genannt, sollen dann die im weiteren Unterrichtsverlauf thematisierten konkreten Einzelheiten im Rahmen einer größeren Orientierung verarbeitet werden. Im Folgenden werden anhand eines Beispiels aus dem Naturwissenschaftsunterricht der Unterstufe zum Thema „Naturvorgänge“ die wesentlichen Phasen dieses Konzepts genauer erläutert.

Der wesentliche Lerninhalt, der in der Einheit zu „Naturvorgängen“ erfasst werden soll, ist die Kenntnis davon, dass Naturvorgänge stets auf Veränderungsprozessen mit bestimmten Ausgangs- und Endzuständen beruhen. Diese sind von bestimmten Bedingungen abhängig und führen zu gewissen Wirkungen¹⁷⁹. Bereits in der Lernzielbildung soll eine möglichst weitreichende Zielorientierung angeregt werden. Die hier angesprochene Zielorientierung bezieht sich nicht auf eine konkrete Lernhandlung, sondern stellt eine langfristige Orientierung in Bezug auf die Unterrichtseinheit dar. Im vorliegenden Beispiel wird als Ausgangspunkt das bekannte Zitat von Heraklit diskutiert, dass niemand zweimal in denselben Fluss steigen könne, um den Blick der Lernenden auf den zentralen Begriff der Veränderung zu lenken. Anhand einiger Beispiele werden die wesentlichen Lernhandlungen, in Bezug auf die Untersuchung von Naturvorgängen etwa die Planung und Durchführung von Experimenten, mit den Lernenden erarbeitet.

¹⁷⁶Vgl. Giest und Lompscher, 2006, S. 152f.

¹⁷⁷Vgl. Dawydow, 1972/1977.

¹⁷⁸S. Lompscher, 1996, S. 3.

¹⁷⁹Vgl. Giest und Lompscher, 2006, S. 222.

Die gesammelten Erfahrungen werden mit Blick auf das anfängliche Lernziel auf wesentliche Merkmale und Relationen untersucht und damit schließlich unter Anleitung des Lehrenden zu einem Ausgangsabstraktum zusammengefasst. In diesem ersten Lernprozess wäre daher im Grunde eher von einem Aufsteigen vom Konkreten zum Abstrakten zu sprechen, obwohl die Blickrichtung durch die anfängliche Lernzielbildung schon von Beginn an auf das Abstrakte gerichtet ist. Giest und Lompscher fassen den Ablauf als ein „Aufsteigen vom sinnlich Konkreten über das Abstrakte zum geistig Konkreten“¹⁸⁰ zusammen.

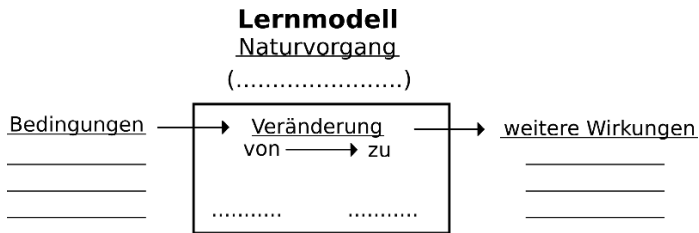


Abbildung 2.2: Lernmodell zu Naturvorgängen (S. Lompscher, 1996, S. 7)

Das Ausgangsabstraktum wird in einem Lernmodell wie in Abbildung 2.2 veranschaulicht. Damit sind „einfache, leicht überschau- und handhabbare graphische oder andere Schemata“¹⁸¹ gemeint, die in sogenannten Konkretisierungsreihen auf weitere Lerngegenstände angewendet werden können. Das Ausgangsabstraktum stellt insofern ein Zwischenergebnis dar, da es selbst aus der Lerntätigkeit hervorgeht, aber auch ein „Mittel für das Eindringen in den Lerngegenstand“¹⁸² darstellt. Im dargestellten Beispiel werden mit dem abgebildeten Hilfsmittel konkrete Naturvorgänge wie Fortpflanzung oder Stoffwechsel auf die wesentlichen Aspekte des Ausgangsabstraktums, aber auch auf konkrete Besonderheiten untersucht. Das Ausgangsabstraktum dient insofern „als Mittel der Analyse des Konkreten unter dem Aspekt des Abstrakten“¹⁸³. In weiteren Reflexionen kann daran anschließend auf die eingesetzten Mittel der Problemlösung oder soziale Aspekte des Lernprozesses fokussiert werden, um eine zunehmende Selbständigkeit in der Lerntätigkeit zu fördern.¹⁸⁴

¹⁸⁰S. Giest und Lompscher, 2006, S. 223.

¹⁸¹S. Lompscher, 1996, S. 6.

¹⁸²S. Giest und Lompscher, 2006, S. 223.

¹⁸³S. Lompscher, 1996, S. 6.

¹⁸⁴Vgl. Lompscher, 1996, S. 9f.

Die Lehrstrategie des Aufsteigens vom Abstrakten zum Konkreten ist mitunter als deduktiver Unterricht interpretiert worden¹⁸⁵. Allerdings hebt sich die Lehrstrategie mit dem Ziel des Aufbaus einer weitreichenden Orientierungsgrundlage und ihrer ersten Phase der Erarbeitung des Ausgangsabstraktums am Konkreten von dieser einseitigen Interpretation ab. Empirische Studien, die zur Wirksamkeit der Lehrstrategie in der DDR und der Sowjetunion durchgeführt wurden, legen große positive Effekte in Bezug auf die Lernergebnisse nahe¹⁸⁶. Es müsste allerdings im Einzelnen geprüft werden, inwiefern diese Studien heutigen empirischen Standards entsprechen.

In der vorliegenden Arbeit wird die Lehrstrategie des Aufsteigens vom Abstrakten zum Konkreten als eine theoretisch begründete Lehrstrategie zur Strukturierung von Unterrichtseinheiten eingesetzt. An konkreten mathematischen Inhalten sollen damit abstraktere Zusammenhänge zur Förderung von möglichst weittragenden Orientierungsgrundlagen bei den Lernenden dargestellt werden. Das in Abschnitt 4.3 erarbeitete Unterrichtskonzept orientiert sich im Aufbau der einzelnen Unterrichtsbausteine an den hier dargestellten Elementen der Lehrstrategie.

2.1.5 Reflexion im Rahmen der Tätigkeitstheorie

In diesem Abschnitt soll überblicksartig zusammengestellt werden, in welchen Zusammenhängen der Begriff der Reflexion in der Tätigkeitstheorie eine Rolle spielt. Diese Bereiche werden kurz dargestellt. Anschließend wird ein Ausblick gegeben, welche ergänzenden Perspektiven in der vorliegenden Arbeit im Rahmen der Mathematikdidaktik eingenommen werden.

Im Rahmen der Tätigkeitstheorie auf der Grundlage des dialektischen Materialismus, kann der Reflexionsbegriff mindestens auf zwei sehr unterschiedlichen Ebenen verortet werden: Zum einen wird in Beschreibungen der Lerntätigkeit Reflexion häufig als ein Teil von Metakognition aufgefasst, die es dem Lernsubjekt ermöglicht, sein Lernen zunehmend selbständig zu organisieren¹⁸⁷. Zum anderen ist Reflexion im dialektischen Materialismus ein „Strukturbegriff des menschlichen Selbstverhältnisses“¹⁸⁸ und spielt eine wesentliche Rolle in der

¹⁸⁵S. Giest und Lompscher, 2006, S. 225.

¹⁸⁶S. Giest und Lompscher, 2006, S. 225.

¹⁸⁷Vgl. etwa Giest und Lompscher, 2006, S. 155.

¹⁸⁸S. Zimmer, 2004, S. 6.

Entfaltung des Weltverhältnisses im Rahmen der Widerspiegelungstheorie¹⁸⁹. Durch sie wird Bewusstsein überhaupt erst ermöglicht. Erst die reflektorischen psychischen Prozesse ermöglichen es dem Subjekt, bewusst Stellung zur Welt zu beziehen¹⁹⁰. Erkenntnistheoretisch fassen Bozmanowa und Sacharowa die Bedeutung wie folgt zusammen: „In der Erkenntnistheorie des dialektischen Materialismus wird die Reflexion als Untersuchung des Erkenntnisakts selbst charakterisiert, als Hinwendung des Bewußtseins zu den eigenen Handlungsverfahren“¹⁹¹. In diesem breiten Spannungsfeld werden nun verschiedene Aspekte von Reflexion eingeordnet.

Giest und Lompscher verorten Reflexion zunächst im Bereich der Metakognition, die zur Bewussterwerdung der eigenen Tätigkeit verhelfen soll. Die Lernenden sollen deren „Verlauf, Bedingungen und Ergebnisse“ reflektieren und „ihre Tätigkeit planen, kontrollieren und bewerten lernen“¹⁹². Die zugehörigen spezifischen Handlungen, Strategien, Einstellungen und Verhaltensweisen nennen Giest und Lompscher Metakognition¹⁹³. Sie betonen hier also die Reflexion auf die eigenen (geistigen) Handlungen. Objekte der Reflexion sind im Rahmen dieses Verständnisses von Metakognition vor allem das Denken und Lernen als kognitive Prozesse, weniger die gedachten Lerngegenstände selbst. Allerdings deuten Giest und Lompscher auch bereits eine umfassendere Bedeutung der Reflexion an. Es wird neben der herauszubildenden Selbständigkeit in der Lern-tätigkeit auch die Steigerung von Verantwortungsbewusstsein betont, also eine persönlichkeitsbildende Komponente:

„Ein Lernender wird zum Subjekt seiner Tätigkeit, indem er sich diese Tätigkeit wirklich aneignet, was u. a. bedeutet, zunehmend selbstständig Lernziele zu bilden, Lernhandlungen auszuwählen und gegenstands- und zielspezifisch einzusetzen sowie Lernverlauf und -ergebnisse selbst zu kontrollieren, zu analysieren und zu bewerten. Bewusste Reflexion auf die eigene Tätigkeit muss bei den Lernenden angeregt und gefördert werden. Damit entwickelt sich auch Verantwortungsbewusstsein für die eigene Tätigkeit und Selbständigkeit ihrer Planung und Ausführung.“¹⁹⁴

¹⁸⁹Vgl. Holz, 2003, S. 66.

¹⁹⁰Vgl. Rubinstein, 1957/1973.

¹⁹¹S. Bozmanowa und Sacharowa, 1982, S. 203.

¹⁹²S. Giest und Lompscher, 2006, S. 155.

¹⁹³Vgl. Giest und Lompscher, 2006, S. 155.

¹⁹⁴S. Giest und Lompscher, 2006, S. 88.

Kossakowski formuliert drei psychische Bedingungen zur Entwicklung der Persönlichkeit, um sich als Subjekt der Tätigkeit begreifen zu können. Diese lauten Selbständigkeit, Bewusstheit und schöpferische Fähigkeiten¹⁹⁵. Zur Bedingung der Bewusstheit führt er ausführlicher aus:

„Zur Persönlichkeit gehört ein bestimmter Bewußtseinsgrad im Sinne des reflektierenden gegenständlichen und des Selbstbewußtseins. Das Individuum wird zur Persönlichkeit, wenn es in der Lage ist, über die Umwelt, über seine Stellung in der Umwelt, über sich selbst und seine Handlungen zu reflektieren, um damit bewußt und zielgerichtet zu handeln, seine Umwelt und sich selbst bewußt zu verändern.

RUBINSTEIN spricht von der fundamentalen Bedeutung des Bewußtseins für den Menschen als Persönlichkeit, und zwar Bewußtsein nicht nur im Sinne des Wissens, sondern auch im Sinne der Stellungnahme. Ohne Bewußtsein, also ohne die Fähigkeit, bewußt einen bestimmten Standpunkt zu beziehen, gibt es auch keine Persönlichkeit.“¹⁹⁶

Diese persönlichkeitsbildende Komponente erweitert den Blick auf Reflexionen über den wissensbezogenen Lernprozess hinaus und bezieht Einstellungen und persönliche Bewertungen mit ein. Zentral ist dabei die Eigenschaft der Bewusstheit, die auch in der heute üblichen Begriffsbildung von Metakognition große Bedeutung hat. Dort gilt Bewusstheit als ein „wesentliches Bestimmungsstück“¹⁹⁷. In allen Phasen einer Handlung¹⁹⁸ wird bewusstes und zielgerichtetes Handeln dabei durch die psychische Regulation der Tätigkeit sichergestellt.

Handlungen der Tätigkeitsregulation setzen sich aus komplexen Denkopoperationen zusammen. Auch die in der vorliegenden Arbeit betrachteten Reflexionen, die sich nicht primär auf Metakognition beziehen, können durch diese Denkopoperationen zergliedert werden. Dies kann zur Charakterisierung von Reflexionshandlungen und bei der Bestimmung von dafür hilfreichen Reflexionswissen ein nützliches Mittel sein¹⁹⁹. Die Teilfunktionen der psychischen Tätigkeitsregulation werden von Kossakowski und Lompscher als Erkennen, Erleben, Streben, Bewerten, Entscheiden, Kontrollieren und Behalten charakterisiert²⁰⁰.

¹⁹⁵S. Kossakowski und Lompscher, 1977, S. 20.

¹⁹⁶S. Kossakowski und Lompscher, 1977, S. 21.

¹⁹⁷S. Hasselhorn, 2006, S. 480.

¹⁹⁸Vgl. 2.1.1.1 auf Seite 19.

¹⁹⁹Vgl. 3.1.2 auf Seite 112.

²⁰⁰S. Kossakowski und Lompscher, 1977, S. 109.

Damit werden allerdings Funktionen auf unterschiedlichen Ebenen zusammengefasst. Während Bewerten und Entscheiden selbst komplexe Denkopoperationen zur Handlungsorientierung sowie der Ausführungs- und Kontrollregulation darstellen, handelt es sich bei den anderen Funktionen um allgemeinere Voraussetzungen der psychischen Tätigkeitsregulation²⁰¹.

Im Bewerten und Entscheiden zwischen Handlungsalternativen sind nicht nur kognitive Vorgänge angesprochen. Emotionale Aspekte, die auf Einstellungen, persönliche Wünsche und Vorstellungen einwirken, spielen hier ebenfalls eine wichtige Rolle. Zur Bewertung und Entscheidung sind Kenntnisse über Bewertungsmaßstäbe und mögliche Handlungsalternativen von Bedeutung²⁰². Diese können sich auf gesellschaftliche Normen beziehen, die vom Individuum angeeignet werden, oder auch kreativ entwickelte Maßstäbe auf Basis persönlicher Wertvorstellungen sein²⁰³.

Die adäquate Erfassung einer Situation wird von komplexen Denkopoperationen im Rahmen der Teilfunktion des Erkennens sichergestellt. Hierzu zählen

- „• das gedankliche Zergliedern eines Gegenstandes in seine Teile bzw. das Ausgliedern von Teilen aus dem Gegenstand und das Zusammenfügen solcher Teile zu einem neuen Ganzen, ebenso das gedankliche In-Beziehung-Setzen bestimmter Teile (Erfassen der Beziehungen von Teil und Ganzem),
- das Ausgliedern von Eigenschaften eines Gegenstandes und das Erfassen der Beziehungen dieser Eigenschaften zueinander sowie zwischen Eigenschaften und Gegenstand (Erfassen der Beziehungen von Ding und Eigenschaft),
- das Erfassen von Unterschieden zwischen Vergleichsobjekten hinsichtlich bestimmter Eigenschaften und das Erfassen von Gemeinsamkeiten zwischen ihnen (Differenzieren und Generalisieren, Vergleichen),
- das Erfassen bzw. gedankliche Herstellen einer auf- oder absteigenden Reihe von Objekten hinsichtlich eines oder mehrerer Ordnungsmerkmale (Ordnen),

²⁰¹S. Kossakowski, 1980, S. 55.

²⁰²S. Kossakowski, 1980, S. 56f.

²⁰³Vgl. auch die dazu passende Unterscheidung von Orientierungstypen 2.1.1.3 auf Seite 22.

- das Erfassen der einer Reihe von Gegenständen oder Erscheinungen gemeinsamen und gleichzeitig wesentlichen Merkmale und das Bilden von Klassen (Verallgemeinern),
- das Zuordnen eines Objekts zu einer Klasse oder das In-Beziehung-Setzen von Klassen zueinander (Klassifizieren),
- das Übertragen und das Anwenden des Allgemeinen auf das Besondere und das Einzelne (Konkretisieren).“²⁰⁴

Handlungen werden in der Tätigkeitstheorie stets im Verhältnis des Subjektes mit seiner Umwelt gesehen. Die bisherigen Betrachtungen zum Reflexionsbegriff beziehen sich auf die Regulation der Handlungen des Individuums, dessen Gedanken und Vorstellungen. Im Zusammenhang mit der lerntheoretisch in der Tätigkeitstheorie vertretenen Interiorisationsthese wird darüber hinaus aber auch schon eine soziale Dimension deutlich, die sich vor allem im kooperierenden Lernen zeigt. So sieht Zuckerman Reflexion als grundlegende menschliche Fähigkeit und unterscheidet die folgenden drei Funktionen²⁰⁵:

- a) Bedenken der Ziele, Motive, Methoden und Bedeutungen von eigenen und fremden Handlungen und Gedanken
- b) sich in die Perspektive anderer zu versetzen
- c) sich selbst zu verstehen, eigene Stärken und Grenzen zu studieren, um diese zu akzeptieren oder daran zu arbeiten

Giest und Lompscher betonen passend dazu auch die besondere Bedeutung der Reflexion für kooperative Lerntätigkeiten: Bewusstheit und Reflexion der eigenen Tätigkeit sind danach Voraussetzung für kooperative Lerntätigkeit. Darüber hinaus sollten die sozialen Beziehungen und deren Träger zum Reflexionsgegenstand werden²⁰⁶.

Die bisher beschriebenen Aspekte von Reflexion haben ausgehend von einzelnen Lernenden oder der Lerngruppe die Lerntätigkeit selbst zum Objekt. Die Reflexion entwickelt sich so zwar ausgehend von konkreten Lerngegenständen, ist aber nicht spezifisch auf deren Eigenarten bezogen. Reflexionen können

²⁰⁴S. Kossakowski und Lompscher, 1977, S. 112.

²⁰⁵Vgl. Zuckerman, 2004, S. 10.

²⁰⁶Vgl. Giest und Lompscher, 2006, S. 187.

sich aber auch direkt auf die Lerngegenstände oder auf mit diesen verbundene Klassen von Lernanforderungen beziehen. Die Begriffe der Orientierungsgrundlage und des theoretischen Wissens zeigen hier weiterführende Perspektiven zu Reflexionen im Rahmen der Lernfähigkeit auf²⁰⁷.

Lerngegenstände sollen von den Lernenden möglichst als theoretisches Wissen angeeignet werden, das nicht nur eine bloße Verallgemeinerung empirischer Erkenntnisse über einen Gegenstand darstellt. Die Gegenstände sollen nicht als Einzeldinge erfasst werden, sondern eingebettet werden in ein theoretisches Geflecht: „Die Reflexion ist eine unabdingbare Besonderheit der theoretischen Erkenntnis, die zum Wesen des Gegenstandes vordringt, zu seinen genetisch ursprünglichen, inneren Verbindungen in Einheit mit seinen Unterscheidungsmerkmalen. Auf theoretischem Denkniveau ist die Reflexion eine Analyse des Wesens der Begriffe“²⁰⁸. Die Lernhandlungen können so zum einen effektiver gelingen und zum anderen auch zu einem tieferen inhaltlichen Verständnis führen. Das „Wesentliche“ eines Gegenstandes oder zugehöriger Anforderungen soll gegenüber oberflächlicher Einzelbeschreibungen seiner Eigenschaften deutlich werden. Dies kann durch Reflexionsprozesse oder die gezielte unterrichtliche Darstellung der Ergebnisse von Reflexionsprozessen in Form eines Ausgangsabstraktums gelingen²⁰⁹. Dadurch wird den Lernenden eine weitgreifende Perspektive in Bezug auf den Lerngegenstand eröffnet.

Diese möglichst weite Perspektive auf den Lerngegenstand ist mit der Entwicklung einer weittragenden Orientierungsgrundlage verbunden²¹⁰. Anforderungen sollen nicht isoliert voneinander bearbeitet werden, sondern durch hergestellte Zusammenhänge prinzipieller Art oder durch erkennbare Muster miteinander in Verbindung gebracht werden können: „Das Subjekt untersucht die Mittel der eigenen Tätigkeit, die Grundlagen seiner Handlungen, die dem Ziel dienen, ein verallgemeinertes Lösungsverfahren für eine bestimmte Aufgabenklasse aufzubauen“²¹¹. Im Kontrollteil der Handlung sollten die Lernenden explizit dazu angeregt werden „nicht nur über den konkreten Rechenweg zu reflektieren, sondern darüber hinaus über den allgemeinen Lösungsprozeß“²¹².

²⁰⁷Vgl. 2.1.1.3 auf Seite 22.

²⁰⁸S. Bozmanowa und Sacharowa, 1982, S. 230.

²⁰⁹Vgl. 2.1.4 auf Seite 41.

²¹⁰Vgl. 2.1.1.3 auf Seite 22.

²¹¹S. Bozmanowa und Sacharowa, 1982, S. 230.

²¹²S. Köster, 1988, S. 130.

In dem Ziel Lernende in Bezug auf eine Anforderung zu einer möglichst weitreichenden Orientierungsgrundlage zu befähigen, ist also die Aufforderung zur Reflexion bereits implizit angelegt. Wird dazu noch die oben angesprochene persönlichkeitsbildende Komponente durch größere Bewusstheit der Tätigkeit hinzugezogen, so ergibt sich von dieser Seite aus ein weiteres Argument für den entwickelten vierten Orientierungstyp²¹³: Gerade in der Bewertung und bewussten Positionierung bezüglich eines nicht abschließend zu klärenden Problems kann sich Persönlichkeit entwickeln.

Weitere Differenzierungen des Reflexionsbegriffs im Unterricht lassen sich auch anhand des Aspekts des Ziels der jeweiligen Lerntätigkeit durchführen. Nach dem nun folgenden Abschnitt über unterschiedliche Reflexionsbegriffe in der Mathematikdidaktik wird dieser Aspekt im darauf folgenden Kapitel 3 aufgegriffen.

2.2 Reflexionen im Mathematikunterricht

Nach der Erläuterung der psychologischen Grundlagen der Arbeit und einem ersten Ausblick auf die Rolle von Reflexionen in der Tätigkeitstheorie, sollen in diesem Kapitel verschiedene inhaltliche Vorstellungen zu Reflexionen und Reflexionswissen im Mathematikunterricht dargestellt werden. Diese sind vor allem pädagogisch und philosophisch motiviert und beschreiben entsprechend allenfalls grob was lernpsychologisch unter Wissen verstanden werden soll oder wie die Aneignung dieses Wissens zu organisieren ist. Die Synthese aus diesen beiden Bereichen wird im anschließenden Kapitel erfolgen.

Als erste Annäherung an den Reflexionsbegriff soll hier zunächst die Wortbedeutung herangezogen werden. Der Begriff Reflexion stammt aus dem Lateinischen und bedeutet soviel wie zurückbeugen. Zunächst im optischen Sinne verstanden, wird er seit der frühen Aufklärung im Zuge einer „zweifelnden Selbstvergewisserung des Subjekts als einer von der Außenwelt klar unterschiedenen Substanz“²¹⁴ über die Metapher des Spiegels und Sich-Spiegeln auch für eine nachdenkende Betrachtung verwendet.

Wie auch bereits im vorigen Kapitel bezüglich der Tätigkeitstheorie erarbeitet, nehmen Reflexionen also das Verhältnis des Menschen zu seiner Umwelt, seinen Handlungen und sich selbst als Person in den Blick. Entsprechend

²¹³Vgl. 2.1.1.3 auf Seite 29.

²¹⁴S. Zahn, 1992, S. 396.

können Reflexionen im Mathematikunterricht unter ganz unterschiedlichen Blickwinkeln betrachtet werden. Bereits in der Einleitung wurden die drei unterschiedlichen Perspektiven von inhaltlichen Vorstellungen, Metakognition und der Bildungstheorie genannt²¹⁵. Der Fokus der vorliegenden Arbeit liegt auf den bildungstheoretischen Ansätzen und entsprechend ist die Auswahl der dargestellten Konzepte auf Autoren konzentriert, die dieser Perspektive zugeschrieben werden können. Die Gliederung in einzelne Abschnitte erfolgt dabei nach den unterschiedlichen theoretischen Hintergründen. Zunächst werden Ansätze der kritischen Mathematikdidaktik betrachtet, die auf der kritischen Theorie basieren. Es folgen die systemtheoretisch fundierten Arbeiten von Roland Fischer und seiner Klagenfurter Kollegen. Danach werden verschiedene Autoren referiert, die sich auf von Hentigs Überlegungen allgemeiner Wissenschaft beziehen. Dazu kommen weitere Betrachtungen, die auf die bildungsadministrative Seite Bezug nehmen, einerseits durch die Forderung einer wissenschaftspropädeutischen Bildung, andererseits durch angestrebte Reflexionen prozessbezogener Kompetenzen in den Bildungsstandards. Es wird sich zeigen, dass zwischen den verschiedenen Zugängen neben den Unterschieden in der theoretischen Erarbeitung, in den Konsequenzen für einen reflexionsorientierten Unterricht große Gemeinsamkeiten bestehen.

2.2.1 *Kritische Mathematikdidaktik*

In Bezug auf die Wirkung und den Einfluss von Mathematik auf den Einzelnen und die Gesellschaft wird von verschiedenen Autoren der kritischen Mathematikdidaktik eine stärkere Betonung von Fragestellungen über die vielseitige Verflechtung von Welt und Mathematik gefordert. Dadurch sollen die Lernenden allerdings nicht nur in die Lage versetzt werden, sich in einer mathematisierten Welt zurechtzufinden und sich in diese einzufügen. Sie sollen an ihr auch aktiv gestaltend teilhaben, indem sie den Einsatz und die Wirkung von Mathematik kritisch reflektieren. Dabei wird ein naiver Fortschrittsoptimismus explizit abgelehnt. Stattdessen soll Wissenschaft, insbesondere die Mathematik als methodischer Ausgangspunkt vieler moderner Wissenschaften, sowie auch der Mathematikunterricht einer kritischen Bewertung unterzogen werden²¹⁶.

²¹⁵Vgl. 1.1 auf Seite 3.

²¹⁶Vgl. zu den Themen der kritischen Mathematikdidaktik Skovsmose und Nielsen, 1996, S. 1261.

Zunächst sollen hier einige wesentliche Positionen zu Begründungen für Reflexionen im Mathematikunterricht wiedergegeben und das Ziel der mathematischen Literacy vorgestellt werden. Anschließend wird der von Skovsmose detaillierter ausgearbeitete Begriff des reflexiven Wissens dargestellt.

2.2.1.1 Gründe für Reflexionen im Mathematikunterricht

Ein wesentlicher Antrieb für die Reflexion von Mathematik stellt deren gesellschaftliche Wirkung dar. Mathematik ist zwar in vielen Bereichen wirksam, dies ist allerdings für den einzelnen Menschen in aller Regel nicht direkt sichtbar. So stellt Yves Chevallard fest, dass die These nach der Mathematik gelehrt werden muss, weil deren Beherrschung für den Alltag nützlich wäre, zu relativieren ist. Moderne Gesellschaften würden zwar ohne Mathematik nicht funktionieren, der Einzelne kann in der modernen Gesellschaft aber auch ohne eine zu tief gehende Beschäftigung mit Mathematik ein gutes Leben führen²¹⁷. Mathematikunterricht muss sich danach als gesellschaftliche Initiation verstehen, damit Lernende die Gesellschaft, der sie angehören, kennenlernen können²¹⁸. Dabei sollen sie sich vor allem auch damit beschäftigen, dass wissenschaftlich explizit vorliegende Mathematik, wenn sie gesellschaftliche Bedeutung erlangt hat, häufig in Objekten „kristallisiert“ und dadurch im Alltag kaum mehr sichtbar ist. Eine solche Kristallisation zeigt sich beispielsweise in technischen Systemen aber auch in so fundamentalen Konzepten wie dem der quantifizierten Zeit. Während explizite Mathematik abseits einfacher Arithmetik im Alltag kaum eine Rolle spielt, ist die gerade genannte „implizite“ Mathematik ständig hintergründig wirksam²¹⁹.

Implizite Mathematik geht mit einem weiteren Phänomen einher: So beobachtet Keitel mit Fischer und Chevallard zwar eine zunehmende Mathematisierung der Welt, aber eine potentielle Demathematisierung ihrer Bewohner, da die zugehörige Spezialbildung nicht in der Schule vermittelt werden kann. Die Mathematik ist implizit in der Technik enthalten, muss zur Bedienung aber nicht verstanden werden. Keitel kritisiert, dass im üblichen Unterricht Mathematisierung und Demathematisierung nicht zum expliziten Thema ge-

²¹⁷Vgl. Chevallard, 2007, S. 57.

²¹⁸Vgl. Chevallard, 2007, S. 64.

²¹⁹Vgl. Chevallard, 2007, S. 58.

macht werden²²⁰. Der Unterricht sollte ihr zu folge ein stärkeres Gewicht auf „reasoning, interpreting, reflection and an experimental attitude“²²¹ legen.

Mathematik ist über technische Werkzeuge hinaus auch strukturell in der Gesellschaft tief verankert. Im Rückgriff auf die Untersuchungen von Foucault bezüglich Wissen und Macht stellt Ole Skovsmose die aus seiner Sicht bislang nicht hinreichend gewürdigte Bedeutung der Mathematik für deren soziale Wechselwirkung heraus. Er stellt daher die These von der *formatting power* auf: „Social phenomena are structured and eventually constituted by mathematics“²²². Dies ist beispielsweise an der Modellierung von Steuersystemen erkennbar, die versuchen eine angemessene und gerechte Belastung der Bürger mit mathematischen Mitteln zu modellieren.

Dabei wird der pädagogische Wert typischer Mathematisierungen im Rahmen von Unterrichtsreihen zur Modellierung kritisch gesehen. So stellen Jablonka und Gellert etwa die Bedeutung des Modellierungskreislaufes und der damit verbundenen Einteilung grundsätzlich in Frage²²³, da eine Validierung im Rahmen des Unterrichts ohnehin nicht möglich ist. Zudem ist die Modellierung im Klassenzimmer immer stark abhängig von der vorliegenden Technik und dem verfügbaren mathematischen Wissen, meist dem Thema der Einheit. Auch wenn durch den Modellierungskreislauf die Zusammenhänge von Formalisierung und Problemdefinition beleuchtet werden, wird die informelle Macht der Mathematik nicht genügend klargestellt: In ihr werden formale Probleme gelöst, diese werden allerdings auch mit Blick auf sie konstruiert. Marylin Frankenstein bringt den Unterschied von vermeintlich realistischen mathematischen Problemen im Unterricht und den realen Problemen aus ihrer Sicht wie folgt auf den Punkt: „Real life poses problems whose solutions require dialogue and collective action. Traditional problem-solving curricula isolate and simplify particular aspects of reality in order to give students practice in techniques“²²⁴.

Ole Skovsmose begrüßt Modellbildungen im Mathematikunterricht zwar grundsätzlich, kritisiert aber ebenfalls, dass diese kein vollständiges Bild des modellierten gesellschaftlichen Vorgangs geben können, da innerhalb der Modellbildung keine kritische Distanzierung möglich ist. Daher muss neben dem

²²⁰Vgl. Keitel, 1989, S. 10.

²²¹S. Keitel, 1989, S. 13.

²²²S. Skovsmose, 1998, S. 197.

²²³Vgl. Jablonka und Gellert, 2007, S. 5f.

²²⁴S. Frankenstein, 2001, S. 56.

technischen Wissen, durch das eine mathematische Modellierung möglich wird, auch ein reflexives Wissen entwickelt werden. Dabei soll es sich grundsätzlich um Wissen über das Wesen und Kriterien einer Modellbildung sowie über den speziellen sozialen Kontext eines konkreten Problems handeln²²⁵.

Skovsmose verfolgt bei diesen Überlegungen einen wissenschaftskritischen Ansatz. Er lehnt die von ihm so bezeichnete „Dewey-Annahme“²²⁶ ab, nach der es eine Harmonie zwischen der wissenschaftlichen Methodologie und daran orientierten Lernprozessen mit dem Bemühen um Demokratisierung geben soll. Dem stellt er das von ihm so genannte „D'Ambrosio-Paradoxon“²²⁷ entgegen. Demnach wird zunächst konstatiert, dass die moderne Wissenschaft auf der einen Seite Wunder aber auf der anderen Seite auch Schrecken hervorgebracht hat. Das Paradoxon besteht nun darin, dass die Entwicklung des menschlichen Wissens und Fortschritts zum Teil mit furchtbarem menschlichen Verhalten verknüpft war und ist. Kritische Reflexion muss demnach nicht mehr nur darauf gerichtet sein, Fehlentwicklungen aufzudecken, durch die die Entwicklung der Wissenschaften gehemmt wird, sondern auch die wissenschaftliche Entwicklung generell einer Kritik unterziehen²²⁸.

Mathematik als eine Wurzel von Technologie und als Grundlagenwissenschaft steht nun inmitten dieses Spannungsfeldes. Sie beeinflusst gesellschaftliche Entscheidungsfindungen und Handlungen und übt in dieser Weise eine *formatting power* aus, die erst durch Reflexion der Kritik zugänglich werden kann. Diese Herausforderung kann als Maßstab für den Mathematikunterricht dienen: „Does mathematics education produce critical readers of the formatting? Or does mathematics education prepare a general acceptance of the formatting, independent of the critical nature of the actual formatting?“²²⁹ Die wichtige Handlung der Offenlegung impliziter mathematischer Einflüsse in einem gesellschaftlichen Vorgang, etwa einer politischen Entscheidung oder Debatte, wird von Skovsmose als „mathematical archaeology“²³⁰ bezeichnet.

²²⁵Vgl. Skovsmose, 1989, S. 4.

²²⁶Vgl. Alrø und Skovsmose, 2004, S. 253f.

²²⁷Vgl. Alrø und Skovsmose, 2004, S. 198f.

²²⁸Vgl. Skovsmose, 2006, S. 324.

²²⁹S. Alrø und Skovsmose, 2004, S. 197.

²³⁰S. Skovsmose, 1998, S. 199.

2.2.1.2 *Literacy und Mathemacy*

Als Ziel ihrer Vorschläge für den Mathematikunterricht geben die genannten Autoren mathematische Literacy an und beziehen sich dabei meist auf den von Paulo Freire geprägten Begriff²³¹. Bezogen auf Sprache bedeutet Literacy mehr als die Fähigkeit zu lesen und zu schreiben. Sie beinhaltet darüber hinaus auch, Sprache auf das gesellschaftliche Leben beziehen zu können. So fordert etwa Frankenstein, angelehnt an Freire, die vielfachen Verwicklungen und die Komplexität realer Probleme im Unterricht abzubilden und ein besseres Verständnis des Problems anzuvisieren. Das bedeutet, dass in Anwendungsaufgaben nicht nur auf eine korrekte Lösung hingearbeitet werden kann, da in realen Kontexten üblicherweise auch nicht eine allgemein akzeptierte Lösung existiert. Das dabei erworbene Wissen erhält bei ihr einen stark politischen Akzent: Es soll in seinen Entstehungs- und kulturellen Kontext eingebettet und zudem danach bewertet werden, ob es zur Humanisierung oder zur Dehumanisierung der Gesellschaft beiträgt. Ziel ist die von Freire sogenannte „Conscientização“, also die Entwicklung eines kritischen Bewusstseins. Dies ist vor allem nötig, da in technisierten Gesellschaften mit Massenmedien die Tendenz besteht, Entscheidungen an Experten zu delegieren. Eine kritische Mathematikdidaktik muss nach Frankenstein den Versuch unternehmen, die Menschen zu befähigen, zu verstehen „how technology works, and in whose interest“²³². Ein daran ausgerichteter Mathematikunterricht sollte demnach folgende Ziele verfolgen: „1. Understanding the mathematics, 2. understanding the mathematics of political knowledge, 3. understanding the politics of mathematical knowledge, 4. understanding the politics of knowledge“²³³.

Jablonka stellt fest, dass Literacy-Konzepte nicht auf reines Wissen verkürzt werden können, da es immer auch um individuelle Fähigkeiten der Nutzung und Anwendung geht.²³⁴ Sie unterscheidet zwei wesentliche Konzepte von mathematischer Literacy. Auf der einen Seite sind dies funktionelle Konzepte, die sich auf die Nachfrage einer Gesellschaft nach bestimmten Funktionsträgern richtet, Skovsmose spricht von „basic fundamental skills“ einer gut funktionierenden Gesellschaft²³⁵. Auf der anderen Seite beschreibt Jablonka emanzipatorische

²³¹Vgl. Skovsmose, 1994; Frankenstein, 2010.

²³²S. Frankenstein, 2010, S. 5.

²³³S. Frankenstein, 2001, S. 53.

²³⁴Vgl. Jablonka, 2003, S. 78.

²³⁵Vgl. Skovsmose, 2006, S. 325.

Konzepte, die auf eine aktive Teilhabe an der Gesellschaft abzielen²³⁶. Das Literacykonzept der kritischen Mathematikdidaktik ist zu den emanzipatorischen Konzepten zu zählen. Insofern ist es nur konsequent, dass eine große Nähe zur direkten sozialen Umwelt der Lernenden gefordert wird. So stellt Keitel fest: „In this context, numeracy means understanding (i) that by creating, interpreting, reflecting upon and controlling numbers, it is possible to address some social problems, and (ii) that numbers are determined by interests and intentions, and are not the only means of interpreting and understanding a situation in which change is being considered“²³⁷. Im Projekt „Our Community“ führt Skovsmose einen Unterricht mit der beschriebenen Zielstellung beispielhaft vor²³⁸. Skovsmose verwendet dabei den Begriff *Mathemacy* um das zu Literacy parallele Konzept zu bezeichnen: „Freire has talked about literacy, and we talk about *mathemacy* as the parallel competence. *Mathemacy* thus becomes a competence that crystallises the processes of learning mathematics critically“²³⁹.

2.2.1.3 Skovsmoses Wissensenteilung und Ausarbeitungen zur Reflexion

Die ausführlichste Ausarbeitung eines Reflexionskonzeptes im Rahmen der dargestellten Theorien hat Ole Skovsmose vorgelegt. Schon in seinem Grundsatzartikel zur Verbindung von Mathematikdidaktik und Kritischer Erziehung stellt Skovsmose die folgende These auf: „In the educational system ME [Mathematics Education, O. S.] serves as the most significant introduction to the technological society. It is an introduction which both endows (a part of) the students with relevant technical skills, and at the same time endows (all) the students with a „functional“ attitude towards the technological society. („Functional“ is seen from the perspective of the dominating power-structures.)“²⁴⁰. Damit nun Lernende nicht nur diese funktionale Haltung entwickeln, sondern zu kritischen Lesern der formatting power durch Mathematik werden, gilt es die bereits im Zitat aufkommenden unterschiedlichen Wissensformen in Bezug auf Mathematik zu unterscheiden.

Skovsmose unterscheidet drei Formen des Wissens. Mathematisches Wissen umfasst das übliche Schulwissen über Begriffe, Sätze und Verfahren. Techno-

²³⁶Vgl. Jablonka, 2003, S. 78.

²³⁷S. Keitel, 1997, S. 178.

²³⁸Vgl. Skovsmose, 1994.

²³⁹S. Alrø und Skovsmose, 2004, S. 260.

²⁴⁰S. Skovsmose, 1985, S. 348.

logisches Wissen ermöglicht dagegen die Anwendung der Mathematik, die mathematische Modellbildung. Reflexives Wissen (im Folgenden auch Reflexionswissen) schließlich umfasst das Reflektieren über und Bewerten vom Einsatz von Mathematik. Dabei geht er davon aus, dass technologisches Wissen bis zu einem gewissen Grad für Reflexionen nötig ist, aber keinesfalls hinreichend, da technisches Wissen allein sein Resultat nicht gänzlich voraussagen oder bewerten kann²⁴¹. Er würdigt Hans Freudenthals Reflexionsbegriff, der den Fokus vom Wissen von Mathematik auf den Prozess, zum Wissen von Mathematik zu kommen, gelenkt hat²⁴², vom Lehren des Produkts also zum Prozess. Skovsmose selbst möchte aber noch einen Schritt weitergehen, um mit Reflexionen zu einem Wissen über Mathematik zu gelangen. Als leitender Grundsatz für den modernen Mathematikunterricht soll demzufolge nicht die Theorie der Wissensentwicklung als solche stehen, sondern auf einem Metalevel die Funktion formaler Methoden in der modernen Gesellschaft²⁴³.

Das Reflexionswissen teilt Skovsmose, allerdings explizit ohne Anspruch auf Vollständigkeit, in vier Aspekte ein: mathematikorientierte, modellorientierte, kontextorientierte und lebensweltorientierte Reflexion. Bei der mathematikorientierten Reflexion wird die Frage aufgeworfen, ob durchgeführte Rechnungen korrekt vorgenommen wurden. Die modellorientierte Reflexion stellt die Frage danach, ob eine vorgenommene Modellierung verlässliche Ergebnisse liefert oder ob das Modell verbessert werden muss. Kontextorientierte Reflexion stellt die Frage nach der politischen oder sozialen Funktion, dem Zweck in einem bestimmten Kontext Mathematik, bzw. ein mathematisches Modell zu verwenden. Die lebensweltorientierte Reflexion schließlich bezieht sich auf direkte Anwendungen und Hilfestellungen, die mathematische Fähigkeiten und Fertigkeiten im Alltag liefern können.²⁴⁴

An anderer Stelle arbeitet Skovsmose gemeinsam mit Helle Alrø²⁴⁵ drei Aspekte von Reflexionen heraus, die sich durch die drei Fragen, welcher Sachverhalt, von wem und in welchem Kontext reflektiert wird, zusammenfassen lassen. Der Kontext ist im Mathematikunterricht üblicherweise die Schule und der gemeinsame Unterricht. Das Subjekt der Reflexion soll dabei nicht nur der Ein-

²⁴¹Vgl. Skovsmose, 1994, S. 47f.

²⁴²Vgl. 2.2.6.1 auf Seite 104.

²⁴³Vgl. Skovsmose, 1994, S. 49.

²⁴⁴Vgl. Skovsmose, 1998, S. 199ff.

²⁴⁵Vgl. Alrø und Skovsmose, 2004, S. 184ff.

zelle sein, Reflexionen sollen sich im Gruppenkollektiv dialogisch entwickeln²⁴⁶. Dabei soll auch die Unterrichtssituation selbst mit in den Blick genommen und kritisch reflektiert werden. Passend dazu gibt Skovsmose gemeinsam mit Keitel und Kotzmann die folgenden sechs Dimensionen für Reflexionen im Unterricht an:

Reflexionen über ...

1. eine bestimmte mathematische Rechnung
2. die Passung der verwendeten Rechnung (auf Modellierung bezogen)
3. die Zuverlässigkeit der Lösung im Kontext (bezogen explizit auf außermathematische Kontexte)
4. die Frage, ob eine Formalisierung überhaupt angebracht ist
5. die Wirkung von Mathematik in alltäglichen Zusammenhängen
6. die Lernsituation als Ganzes²⁴⁷

Die ersten drei Punkte setzen sich mit dem Einsatz der Mathematik auseinander, ohne diesen prinzipiell in Frage zu stellen, dies folgt schließlich ab Punkt vier. Der Schwerpunkt der kritischen Mathematikdidaktik liegt Skovsmose folgend gerade auf den beiden letztgenannten Punkten, da hier der soziopolitische Kontext der Lernenden in die Diskussion miteinbezogen und so der Reflexionsbereich ausgeweitet wird.

2.2.1.4 Zusammenfassung und unterrichtliche Umsetzung

Skovsmose stellt ein umfangreiches Wissenskonzept vor, in dem er Reflexionswissen nicht losgelöst von anderen Wissensformen definiert, sondern es in Beziehung zu mathematischem und technologischem Wissen setzt. Dabei erfolgt die Unterscheidung anhand der Funktion des jeweiligen Wissens. Besonders Gewicht legt er in seinen Untersuchungen auf die Entwicklung des Reflexionswissens. In den verschiedenen Formen des Reflexionswissens oder den oben angesprochenen sechs Dimensionen wird die große Breite des Reflexionsbegriffs deutlich. Der Schwerpunkt liegt hier, wie Skovsmose es mit Blick auf

²⁴⁶Vgl. Keitel, 1997, S. 175.

²⁴⁷Vgl. Keitel, Kotzmann, und Skovsmose, 1993, S. 42ff.

die kritische Mathematikdidaktik selbst betont, auf Reflexionen des Kontexts und der Angemessenheit eines Modells sowie der Bedeutung der Mathematik im Alltag, insbesondere auch im Lernalltag der Lernenden. Mathematisierung und Demathematisierung sollen ein expliziter Unterrichtsgegenstand werden. Das heißt „mathematics in action“²⁴⁸, also die durch Mathematik konstituierten gesellschaftlichen Praktiken, sollten im Unterricht beim Erwerb mathematischen Wissens eine wichtige Rolle spielen. Implizite Mathematik soll also expliziert werden. Dabei wird bei manchen Autoren, etwa bei Frankenstein, besonders auch eine Politisierung des Unterrichts anvisiert, die Lernenden sollen verstehen „how technology works, and in whose interest“²⁴⁹.

Bei den von Skovsmose beschriebenen Beispielen handelt es sich meist um projektartige Unterrichtssequenzen²⁵⁰. Das übliche Aufgabenparadigma, in dem es eine korrekte Lösung gibt, auf die mit den in der Aufgabe gegebenen Informationen hingearbeitet wird, soll damit gezielt überwunden werden: „The exercises serve as an ongoing test of a student's mathematical capabilities, and the disciplining aspect of mathematics education seems to be linked to these exercises. The paradigm of exercises can be substituted in several ways, one of which is doing project work“²⁵¹. Stattdessen sollen von den Schülern selbst Entdeckungen gemacht und Nachforschungen angestellt werden. Kritisches Lernen und Reflektieren kann nach Skovsmose nicht aktiv erzwungen werden, es kann nur erfolgen, wenn die Lernenden es aktiv im Lernprozess betreiben möchten. Dazu muss ein entsprechendes Angebot gemacht werden, für das er den Begriff „landscape of investigations“²⁵² prägt. Diese Lernlandschaften werden von den Lernenden selbständig erkundet²⁵³.

Skovsmose geht dabei allerdings von einem etwas pauschalisierenden und wenig bestimmten Aufgabenbegriff aus. In Aufgaben geht es ihm zufolge nur um richtige oder falsche Antworten, er spricht von einer „one-and-only-one-answer-is-correct assumption“²⁵⁴. Selbst, wenn in der Aufgabe realistische Situationen beschrieben und bearbeitet werden, kann nach Skovsmose dieses Aufgabenparadigma damit nicht überwunden werden. In den von ihm häufig beobachteten

²⁴⁸Vgl. etwa Skovsmose, 2006, S. 323.

²⁴⁹S. Frankenstein, 2010, S. 5.

²⁵⁰Vgl. Alrø und Skovsmose, 2004.

²⁵¹S. Skovsmose, 2006, S. 328.

²⁵²Vgl. 4.1.1 auf Seite 134.

²⁵³Vgl. Alrø und Skovsmose, 2004, S. 231ff.

²⁵⁴S. Alrø und Skovsmose, 2004, S. 48.

„Semi-Realitäten“²⁵⁵, die nicht über die Informationen im Aufgabentext hinausgehen, sind Relevanzfragen der Mathematiknutzung ohnehin nicht formulierbar und damit höhere Dimensionen der Reflexion nicht erreichbar. Erst die offene Untersuchung in den „landscapes of investigation“ macht diese in letzter Konsequenz möglich und ermöglicht auch einen Diskurs zwischen Lernenden und Lehrenden, der nicht auf die einseitige Kontrolle von richtig oder falsch hinausläuft.²⁵⁶

Der grundsätzlichen Kritik an einem traditionellen Aufgabenparadigma ist sicherlich zuzustimmen, ob dies allerdings notwendig mit allen Aufgaben im Unterricht verbunden sein muss, hängt vom gewählten Aufgabenbegriff ab. Dieser scheint hier auf einen pauschalisierten Aufgabenbegriff im Sinne von einfachen Bestimmungsaufgaben bezogen. Wird eine Aufgabe wie in der vorliegenden Arbeit allgemein als Aufforderung zum Lernhandeln verstanden²⁵⁷, so trifft die vorgetragene Kritik darauf nicht grundsätzlich zu, sollte aber als Warnung vor einer methodischen Verhinderung von Reflexionen ernst genommen werden. Skovsmose stellt allerdings auch fest, dass ein solcher, dem üblichen Aufgabenparadigma entgegengesetzter Unterricht, in traditionellen Schulformen schwierig zu etablieren ist.²⁵⁸

2.2.2 Fischers systemtheoretisch fundierter Bildungsbegriff

Roland Fischer betont bereits seit den frühen 80er Jahren, dass eine unterrichtliche Wende weg von einem immer komplexeren Fachwissen, hin zu einem Wissen über das Fach anzustreben sei. Dabei greift er auf eine systemtheoretisch geprägte Gesellschaftstheorie zurück, aus der heraus er Reflexionen über den Bereich der Mathematik als gesellschaftlich notwendig herausstellt. Wichtige Anregungen hat er dabei, wie er selbst betont²⁵⁹, vom Klagenfurter Philosophen Peter Heintel erhalten. Durch ihn wurde er zum Grundgedanken seines für sein weiteres Denken einflussreichen Artikels „Unterricht als Prozess der Befreiung vom Gegenstand“²⁶⁰ veranlasst. Danach geht es im Mathematikunterricht vornehmlich um die Befreiung des Lernenden vom Fach, im Sinne

²⁵⁵S. Alrø und Skovsmose, 2004, S. 47.

²⁵⁶Vgl. Alrø und Skovsmose, 2004, S. 46ff.

²⁵⁷Vgl. 4.2 auf Seite 147.

²⁵⁸Vgl. Alrø und Skovsmose, 2004, S. 238f.

²⁵⁹Vgl. R. Fischer, 2010.

²⁶⁰Vgl. R. Fischer, 1984.

eines souveränen Gegenübertretens. Aus diesem Gedanken heraus entwickelt Fischer in der Folge ein umfassendes Reflexionskonzept, das von Kollegen und Mitarbeitern in Klagenfurt mit- und weiterentwickelt wurde. Im Folgenden sollen zunächst die Ausgangspunkte dieses Konzeptes erläutert werden. Dabei werden auch einige Aspekte der zugehörigen Gesellschaftstheorie beschrieben. Für eine ausführliche Darstellung sei auf die Zusammenstellung verschiedener Artikel im Buch „Materialisierung und Organisation“ verwiesen²⁶¹. Anschließend wird genauer herausgearbeitet, was unter Reflexionswissen im vorgestellten Sinn zu verstehen ist und wie sich dieses von anderen Wissensformen abgrenzt. Es folgt eine Beschreibung der von Fischer dargestellten Möglichkeiten einer inhaltlichen Auswahl von Reflexionswissen, die vor allem in Arbeiten seiner Klagenfurter Kollegen konkretisiert wurde. Hier werden insbesondere Fragen der unterrichtlichen Umsetzung zum Teil stärker ausgearbeitet. Der Abschnitt schließt mit einer kurzen Bemerkung zum Verhältnis von Fischer und den Konzepten der kritischen Mathematikdidaktik.

2.2.2.1 Gründe für die Orientierung an Kommunikations- und Entscheidungsfähigkeit

In dem bereits angesprochenen Text „Unterricht als Prozess der Befreiung vom Gegenstand“ stellt Fischer fest, dass Bildung zur Beherrschung der Mathematik führen muss. Damit ist nicht in erster Linie die Beherrschung von Rechentechniken gemeint, sondern die Herstellung eines „vernünftigen Verhältnisses zwischen Mensch und Mathematik“²⁶². Das Ziel ist die „Entwicklung eines reflektierten, realistischen Verhältnisses“ zum mathematischen Wissen²⁶³. Geschichtlich betrachtet bezieht die Mathematik ihre große Bedeutung daher, dass sie, als eine verstehende Distanzierung von der Natur, eine Emanzipierung des Menschen von dieser ermöglichte. Mit Peter Heintel gesprochen wurde die Mathematik dabei zur „Zwischenwelt des Verstandes“, die eine Abgrenzung und Befreiung ermöglicht²⁶⁴. Diese Zwischenwelt wurde Fischer zufolge aber zur zweiten Natur des Menschen, die dem Menschen darum wiederum eine erneute Befreiung abnötigt. Er muss eine selbstbewusste Haltung gegenüber dem mathematischen Wissen einnehmen. „Im Reflektieren über das Wissen,

²⁶¹Vgl. R. Fischer, 2006a.

²⁶²S. R. Fischer, 1984, S. 52.

²⁶³S. R. Fischer, 1984, S. 52.

²⁶⁴Vgl. R. Fischer, 1984, S. 57.

im Bewerten dieses Wissens, aber auch im Erfassen zusätzlicher – für uns wesentlicher – Gesichtspunkte“²⁶⁵ liegen die Möglichkeiten der neuerlichen Befreiung.

Diese Möglichkeiten aufzuzeigen, ist für Peter Heintel eine Aufgabe, die der Didaktik zukommt. So beschreibt er in seinen „Thesen zu einer Philosophie der Mathematik“, die im Rahmen der Klagenfurter Beiträge zur Technikdiskussion erschienen sind, unter der Überschrift „Die Vermittlung wissenschaftlichen Wissens“ einen Begriff von Reflexionswissen in Bezug zur Selbstreflexion einer Wissenschaft wie folgt: „Wichtig ist nur das Wissen erstens darüber, warum und wo man sie als Mittel gebraucht, zweitens, welche Konsequenzen das auf Gegenstände und Wissenschaft betreibende Subjekte hat, und drittens, wo Reduktionen vorliegen, die instrumentalisieren, wo es nicht am Platz ist“²⁶⁶. Nach Heintel ist eine didaktische Reflexion von Nöten, in der es zur Aufhebung der Trennung von Subjekt und vermeintlicher wissenschaftlicher Objektivität kommen soll²⁶⁷. Diese Reflexion „wird dann zur Aufklärung der Wissenschaft über sich selbst, die sie dann bitter notwendig hat, wenn sie sich selbst in starrer Vergegenständlichung instrumentell verloren hat, wenn sie aber dabei noch dazu indirekt Verhalten und Einstellung prägt und bildet“²⁶⁸. Sie soll „eine Brücke zwischen der Ich-Identität und dem Wesen der Menschen und dem Wesen der Wissenschaft“²⁶⁹ schlagen.

Der Mathematik kommt hier als zu vermittelnde Wissenschaft eine besondere Rolle zu, da sie eine große gesellschaftliche Bedeutung hat. Hier lassen sich nach Fischer zwei unterschiedliche Aspekte unterscheiden. Zum einen hat sie Mittelcharakter, gibt Mittel an die Hand, um „komplexe Situationen der natürlichen oder der von uns geschaffenen Umwelt zu erklären, zu beherrschen und mit anderen darüber zu kommunizieren“²⁷⁰. Beispiele hierfür sind in der Öffentlichkeit sehr präsent und werden auch in Form von Modellierungs- und Anwendungsaufgaben im Unterricht dargestellt. Zum anderen hat die Mathematik aber auch Systemcharakter, hat ein „System von Begriffen, Verfahren und Regeln“ in unserem Denken verankert, das unsere Identität mitbestimmt²⁷¹.

²⁶⁵S. R. Fischer, 1984, S. 59.

²⁶⁶S. Heintel, 1988, S. 42.

²⁶⁷Vgl. Heintel, 1988, S. 44ff.

²⁶⁸S. Heintel, 1988, S. 48.

²⁶⁹S. Heintel, 1988, S. 53.

²⁷⁰S. R. Fischer, 1988b, S. 20.

²⁷¹S. R. Fischer, 1988b, S. 20.

Dieser Aspekt wird in der öffentlichen Wahrnehmung und im Unterricht nach Fischer weit weniger, sogar zu wenig, betont. Diese Überbetonung des Nutzungswertes bei einem gleichzeitigen scheinbaren Bedeutungsverlust in öffentlichen Diskussionen ordnet Fischer dabei in den Prozess der Trivialisierung von Wissenschaft nach Friedrich Tenbruck ein²⁷². Der Systemcharakter der Mathematik zeigt sich etwa in den mathematisch formulierten Gesetzen der Ökonomie. Die Mathematik konstruiert auf diese Weise eine neue Realität. Mathematik materialisiert das Abstrakte in Form von Symbolen und ermöglicht die Entwicklung von Maschinen, die eine Kommunikation auf Basis abstrakter Strukturen und damit unsere moderne Massenkommunikation erst ermöglichen. Diese Vergegenständlichungen von in uns verankerten Strukturen ermöglichen auch eine Distanzierung und die oben beschriebene Befreiung. Fraglich ist dabei aber wiederum, was mögliche Nebenwirkungen der mit Hilfe von Mathematik geschaffenen Strukturen sind²⁷³.

Fischer nennt die derzeitige Organisation der Gesellschaft eine „Regelgesellschaft“, die durch Regeln zusammengehalten wird. Dazu gehören etwa die Regeln des Marktes, innerhalb derer sich der Einzelne frei entfalten kann, ohne sich um das Ganze Sorgen machen zu müssen. Die Funktion eines Legitimators der Regeln und Versächlicher der Entscheidungen übernimmt die Wissenschaft. Doch selbst Wissenschaft kann diese Funktion nicht ausreichend erfüllen, da wissenschaftliche Objektivität in gesellschaftlichen Entscheidungsfragen meist nicht vorliegt²⁷⁴. Wenn Regelsysteme versagen, steht eine solche Gesellschaft vor großen Problemen, da sie die Regeln nicht einfach überwinden kann. Sie wird von Fischer daher bewusstlos genannt. Anzustreben wäre dagegen ein kollektives Bewusstsein, das auch außerhalb der etablierten Regeln handeln kann. Dieses Kollektiv entsteht durch Selbstbeobachtung des sozialen Systems. Beobachter konstruieren als Experten Selbstdefinitionen der Gesellschaft, alle anderen dekonstruieren diese in Diskussionsprozessen. Diese Prozesse sollen schon in der Schule bei der Diskussion über die Bedeutung und Relevanz von Lerninhalten eingeübt werden²⁷⁵.

Die Mathematik selbst ist nach Fischer ebenso irreflexiv wie eine Regelgesellschaft. Mathematische Darstellungen können aber auch Beziehungen festhalten

²⁷²Vgl. R. Fischer, 1988b, S. 21f.

²⁷³Vgl. R. Fischer, 1988a, S. 3.

²⁷⁴Vgl. R. Fischer, 2012c.

²⁷⁵Vgl. R. Fischer, 2002, 2006b.

und verdeutlichen, dadurch bestehende Beziehungen verändern. Dies geschieht beispielsweise bei der Konfrontation einer Gruppe mit einem Soziogramm, das eine mathematisch abstrahierende Darstellung von deren sozialen Beziehungen darstellt. In diesem Sinne kann Mathematik also zur Überwindung einer Regelgesellschaft beitragen helfen und zu einer Gesellschaft mit Bewusstsein führen. Sie sollte in diesem Sinne als Spiegel der Menschheit unterrichtet werden, selbstreflexiv angewendet werden: „Was sagt uns die Verwendung von Mathematik über unsere Intentionen und Vorentscheidungen? Was ist unser Wille, möglicherweise unbewusst, wenn Mathematik in bestimmter Weise verwendet wird?“²⁷⁶

Fischer fordert daher den bewusst vollzogenen Wandel von einer Regelgesellschaft in das, was er „Entscheidungsgesellschaft“²⁷⁷ nennt, in der gemeinsame Entscheidungen trotz bewusster Ungewissheit auf Basis von Wissen getroffen werden. Für die Organisation solcher Entscheidungen muss die Aufmerksamkeit auf entscheidende Aspekte fokussiert werden. Diese Aufgabe fällt Bildung, Wissenschaft und Medien zu. Das Bewusstsein des sozialen Systems besteht im Wechselspiel von „Konstruktion ganzheitlicher Selbst-Entwürfe und anschließender Dekonstruktion derselben. Für die Konstruktion sind Aufmerksamkeitseliten zuständig, für die Dekonstruktion alle“^{278,279}. Bildung muss einen Lernprozess in diese Richtung initiieren. In Anspielung auf Kant nennt Fischer Bildung daher auch die „Befreiung aus der (selbstverschuldeten?) Unmündigkeit einer Regelgesellschaft“²⁸⁰.

Gegenüber einer möglichen Überbetonung eigener fachlicher Problembewältigung als Handlungskompetenz geht es Fischer für die Bildung von höher allgemein gebildeten Laien stärker um Handlungskompetenzen, die sich auf Entscheidungs- und Kommunikationshandlungen beziehen, da es unmöglich geworden ist in allen Fachfragen stets selbst Experte zu sein²⁸¹. So ist die Beschleunigungsformel der Physik etwa eher für die Reflexion der Berechenbarkeit der Welt und deren Grenzen interessant als für das Problemlösen in alltäglichen Zusammenhängen. Die Handlungen beim Lernprozess sind nicht an denen der Experten auszurichten, viel wichtiger ist die Kommunikationsfä-

²⁷⁶S. R. Fischer, 2006b, S. 19 (übersetzt vom Autor).

²⁷⁷S. R. Fischer, 2012c, S. 279.

²⁷⁸S. R. Fischer, 2012c, S. 284.

²⁷⁹Vgl. auch R. Fischer, 2001b, S. 25.

²⁸⁰S. R. Fischer, 2012c, S. 286.

²⁸¹Vgl. R. Fischer, 2001b, S. 10f.

higkeit. Dazu gehört: Experten auswählen, Fragen stellen, die Antworten der Experten verstehen, interpretieren und beurteilen und verschiedene Antworten in einer Synthese zusammenfassen zu können.²⁸² In seinem Text über die „Höhere Allgemeinbildung“ für Lernende der Sekundarstufe II nennt er daher auch die Bildung der Kommunikationsfähigkeit und Entscheidungsfähigkeit als wesentliche Orientierungsprinzipien von Bildung, da es in der Sekundarstufe II einerseits nicht mehr darum gehen kann, dem Einzelnen das praktische Rüstzeug für das spätere Leben zu vermitteln, doch andererseits auch die bloße Studierfähigkeit als Ziel der Sekundarstufe II kein ihr selbst innewohnendes Ziel ist. Jeder Mensch ist bei seinen Entscheidungen auf zum Teil widersprüchliche Urteile von Experten angewiesen und muss mit Hilfe dieser Expertisen, ähnlich einem Richter, der zur Verhandlung eines Falles Expertisen einholt, selbst zu einem Urteil gelangen. Nicht die Richtigkeit der jeweils vorgenommenen Argumentationen kann er dabei in Frage stellen, sondern allenfalls die Relevanz der vorgebrachten Argumente.²⁸³

Mit diesem Hintergrund entwickelt Fischer nun seinen Reflexionsbegriff, der im folgenden Abschnitt dargestellt wird.

2.2.2.2 Fischers Reflexionsbegriff

Um die Ausbildung eines Experten von der eines Laien unterscheiden zu können, teilt Fischer die für ein Fach zu erwerbenden Kompetenzen in drei Bereiche ein:²⁸⁴

- Grundkenntnisse: Konzepte, Begriffe, Darstellungsformen
- Operieren im Bereich der Anwendung, Problemlösung
- Reflexion: Bedeutung, Leistungsfähigkeit und Grenzen von Begriffen und Methoden

Ein Experte muss in allen drei Bereichen vertiefte Kenntnisse erwerben. Ein allgemeingebildeter Laie sollte, am Maßstab der Kommunikationsfähigkeit gemessen, zum einen Grundkenntnisse erwerben, um das nötige Rüstzeug für eine Kommunikation zu haben, und sich zum anderen in Reflexionen schulen,

²⁸²Vgl. R. Fischer, 2012d, S. 9ff.

²⁸³Vgl. R. Fischer, 2001a, S. 1f.

²⁸⁴Vgl. R. Fischer, 2001a, S. 5.

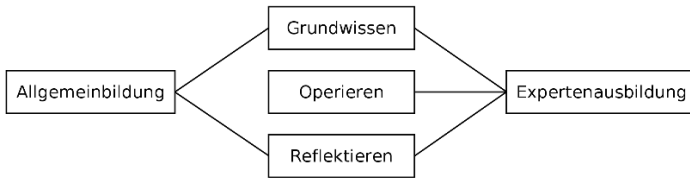


Abbildung 2.3: Wichtige Bereiche der Kompetenzen von Experte und Laie im Vergleich (S. R. Fischer, 2001a, S. 7)

um sich beim Abwägen der Expertisen orientieren zu können. Operieren nimmt für Fischer in der Schule eine zu große, bzw. eine falsch konnotierte Rolle ein. Relevanter als fachspezifische Handlungskompetenzen sind für Fischer im Rahmen des Schulunterrichts in Mathematik Kompetenzen in Bezug auf Kommunikations- und Entscheidungshandlungen²⁸⁵. Gleichwohl betont er auch, dass die dafür nötige Reflexion des Fachwissens nicht möglich ist, ohne sich wenigstens einen Teil davon selbst anzueignen²⁸⁶.

Neben den genannten Orientierungsprinzipien findet sich bei der weiteren Charakterisierung der höheren Allgemeinbildung keine detaillierte Bestimmung verschiedener Aspekte dieses Reflexionswissens. Fischer benennt explizit lediglich „Metawissen“, also „zu wissen, was man weiß, welche Ressourcen man zur Verfügung hat“, das „sowohl für Orientierung suchende Laien als auch für Probleme lösen sollende Experten von hoher Bedeutung“²⁸⁷ ist. In anderen Texten gibt es weitere Hinweise, die einige Aspekte des Reflexionswissens aufzeigen. Fischer betont häufig, dass die mathematisch materialisierten Realisationen von Abstrakta dabei helfen, gesellschaftliche Entscheidungsprozesse auf wichtige Fragen zu bündeln. Damit gehen aber auch stets notwendigerweise Vernachlässigungen einher, diese sollten reflektiert werden.^{288, 289} Dabei sollten Reflexionen aber vor allem auf das Hier und Jetzt, die Lernsituation des Lernenden, weniger auf die fachliche Entstehungsgeschichte oder spezifische Bereiche des Faches gerichtet sein²⁹⁰. Der oben geschilderte gesellschaftstheoretische Hintergrund soll zumindest bei universitären Veranstaltungen „für die Allgemeinheit“ durch-

²⁸⁵Vgl. R. Fischer, 2001b, S. 10f.

²⁸⁶Vgl. R. Fischer, 2001b, S. 30.

²⁸⁷S. R. Fischer, 2001a, S. 6.

²⁸⁸Vgl. R. Fischer, 2000a, S. 7.

²⁸⁹Vgl. R. Fischer, 2006a, S. 317.

²⁹⁰Vgl. R. Fischer, 2001b, S. 30f.

aus thesenartig an Beispielen erläutert werden, wie es den Materialien einer Fortbildungsveranstaltungen entnommen werden kann²⁹¹.

In einem gemeinsamen Text mit Ulrike Greiner konstatiert Fischer, dass Wissen für seine Begriffe nicht etwas sein kann, das „wahr“ ist. Es stecken stets Annahmen und auch Gestaltungswünsche dahinter. Wissen gibt aber, insbesondere im Falle des wissenschaftlichen Wissens, den Stand der Erkenntnisse wieder und gibt dabei bestenfalls auch den Grad seiner Unsicherheit mit an. Es bietet damit die Basis für gemeinsame Entscheidungen, ist aber nicht zu verabsolutieren, die Kritik des Wissens muss stets mit dem Wissen mit vermittelt werden.²⁹² Dabei sind die folgenden Fragen relevant:

- „– Woher kommt das Wissen?
- Welche Annahmen stehen hinter dem Wissen?
- Welche Bedeutung hat ein bestimmtes Wissen für eine bestimmte Situation, für eine bestimmte Entscheidung?“²⁹³

Das Stellen und Diskutieren dieser Fragen nennen Greiner und Fischer Reflexion²⁹⁴.

2.2.2.3 Wissensbegriff bei Fischer

Im Rahmen der Gestaltung der Zentralmatura in Österreich orientierte sich eine Projektgruppe, der Fischer angehörte, an dem Konzept zur höheren Allgemeinbildung. Es ging darum, Grundkompetenzen auszuhandeln, die zentral geprüft werden können²⁹⁵. Nach Fischer gehören dabei sowohl Grundwissen als auch Reflexionswissen zur Grundbildung, also zu jenem „Teil von Bildung, der für alle Mitglieder eines bestimmten Kollektivs verbindlich ist und bei dem hoher Grad an Konsens über die Ziele besteht“²⁹⁶. Um die ganze Bandbreite dieser Grundbildung aufzuzeigen, greift er zurück auf die Lernzieltaxonomie im kognitiven Bereich von Benjamin Bloom. Damit beschreibt er ein Spektrum von niederen Kompetenzen wie Wissen, Fertigkeiten und Kulturtechniken, die

²⁹¹Vgl. R. Fischer, 2003, S. 7ff.

²⁹²Vgl. R. Fischer und Greiner, 2009, S. 13f.

²⁹³S. R. Fischer und Greiner, 2009, S. 14.

²⁹⁴Vgl. R. Fischer und Greiner, 2009, S. 14.

²⁹⁵Vgl. R. Fischer, 2012b, S. 268.

²⁹⁶S. R. Fischer, 2012b, S. 269.

im Detail festlegbar sind, bis hin zu höheren Kompetenzen wie Kritik und Bewertung, die prinzipiell offen sein müssen. Nur die niederen Kompetenzen sind standardisierbar und in diesem Sinne zu Mindeststandards zu zählen, ungeachtet dessen gehören aber auch die höheren Kompetenzen noch zur Grundbildung, sie sind nur nicht inhaltlich so genau festzulegen.²⁹⁷

Fischer betont besonders die Handlungsrelevanz von Wissen. Insbesondere in der Entscheidungsfindung setzt sich der Laie mit Wissen auseinander²⁹⁸. Angelehnt an Polanyi²⁹⁹ unterscheidet Fischer implizites von explizitem Wissen³⁰⁰. Da das implizite Wissen nicht kritisierbar ist, kann nur explizites Wissen als Basis von Reflexionen und kollektiven Handlungen genommen werden. Wissen im hier vorgestellten Zusammenhang versteht Fischer daher stets als explizites Wissen, also eine explizite Behauptung mit Wahrheitsanspruch, ohne dabei allerdings objektiv wahr sein zu können. Wissenschaftliches Wissen soll dafür ein Musterbeispiel darstellen^{301,302}.

Für den Laien nimmt dabei das kritische Bewerten von Wissen die zentrale Rolle ein. Es gilt auch grundsätzlich zu verstehen von welcher Art das Wissen eines bestimmten Experten ist³⁰³. Eine ähnliche Wissenshierarchie schlägt Fischer bereits in seinem grundlegenden Text zur Befreiung vom Gegenstand vor. Die Inhalte reichen dort von Fakten, Fertigkeiten über Begriffe, Theorien, Beweise und Methodologien bis hin zu Bewertungen und Sinnfragen. Die Objektivität des Wissens nimmt dabei von Fakten zu Bewertungen und Sinnfragen hin ab, während die sozial-kommunikative Funktion entgegengesetzt zunimmt.^{304,305}

Fischer kategorisiert den Begriff Wissen, wie auch Kenntnisse und Können, insgesamt nicht konsistent im Rahmen einer psychologischen Theorie, sondern beschreibt sie funktional im Hinblick auf seine Gesellschaftstheorie. Im Text zur höheren Allgemeinbildung werden die Begriffe Grundkenntnisse (aber auch Grundwissen) und operatives Wissen verwendet³⁰⁶, ohne das Verhältnis von

²⁹⁷Vgl. R. Fischer, 2012b, S. 269ff.

²⁹⁸Vgl. R. Fischer, 2012b, S. 274.

²⁹⁹Vgl. Polanyi, 1966/1985.

³⁰⁰Vgl. 2.1.3.1 auf Seite 33.

³⁰¹Vgl. R. Fischer, 2012b, S. 275.

³⁰²Vgl. R. Fischer und Greiner, 2009, S. 13.

³⁰³Vgl. R. Fischer, 2012b, S. 274.

³⁰⁴Vgl. R. Fischer, 1984, S. 72.

³⁰⁵Vgl. R. Fischer und Malle, 1985, S. 333.

³⁰⁶Vgl. R. Fischer, 2001a, S. 5.

Wissen, Kenntnissen und Handlungen klar zu beschreiben. Es wird aber die Handlungsrelevanz von Wissen betont. Für die zugehörigen Handlungen wird zwischen „Entscheiden-Können“ und „Ausführen-Können“ unterschieden. Dabei setzt sich Können aus Wissen, Handeln und Bewerten zusammen³⁰⁷. Für die vorliegende Arbeit werden die Begriffe Grund-, operatives und Reflexionswissen verwendet. Hierin wird Fischers Abgrenzung von Konzepten, die auf Ausführen-Können fokussieren, womit der Begriff Können häufig assoziiert wird, am deutlichsten.

2.2.2.4 Zur Inhaltsauswahl und unterrichtlichen Umsetzung

Die vorgestellten Konzepte werden von Fischer inhaltlich nur andeutungsweise konkretisiert, da das „was man wissen und verstehen muss, um mit Experten verschiedenster Fachrichtungen kommunizieren zu können, [...] nicht eindeutig und nicht objektiv ableitbar“ ist³⁰⁸. Für inhaltliche Entscheidungen ist eine Gesamtsicht des Wissens nötig, die heute eigentlich nicht mehr möglich ist, da keine überschaubare Ordnung oder Struktur auszumachen ist. Öffentliche Bildungsinstitutionen müssen sich diesem Problem stellen, da sie eine solche durch den Lehrplan implizit anbieten. Fischer stellt daher sogar eine neue Konzeption von Inhaltsdomänen für die Schule vor, da die derzeitige historisch gewachsen und nicht begründet ist. Sie entzieht sich daher gesellschaftlichen Diskussionsprozessen³⁰⁹.

Anstatt in Lehrplankommissionen die Inhalte administrativ festzulegen, die im Unterricht von Lehrpersonen umgesetzt werden sollen, regt Fischer einen öffentlichen Aushandlungsprozess an, der in der gesamten Gesellschaft stattfinden soll. Angefangen bei vorschlagenden Expertenrunden sollen die Diskussionen bis ins Klassenzimmer getragen werden. Die Lernenden sollen in diese Diskussionen einbezogen werden. Sie sollen Position beziehen können und entscheiden welche Inhalte sie für persönlich bedeutsam erachten und welche nicht^{310,311}. Mit Peter Heintel konstatieren Fischer und Malle, dass sich „der Sinn eines mathematischen Lehrstoffes [...] erst in der unterrichtlichen

³⁰⁷Vgl. R. Fischer und Greiner, 2009, S. 12.

³⁰⁸S. R. Fischer, 2002, S. 5.

³⁰⁹Vgl. R. Fischer und Greiner, 2012.

³¹⁰Vgl. R. Fischer, 2012a.

³¹¹Vgl. R. Fischer und Malle, 1985, S. 7ff.

Situation“ konstituiert³¹². Die Frage des Bildungssinns soll und muss also Teil des Bildungsprozesses sein. Klassische Möglichkeiten der Inhaltsauswahl, wie fundamentale Ideen, Robinsons Lebenssituationen oder allgemein formulierte Ziele können dies nur teilweise leisten³¹³. Die Sinnsuche kann bis zu persönlicher, dabei aber reflektierter Abneigung der Mathematik gegenüber reichen, die „Konflikthaftigkeit ist notwendige Voraussetzung für kulturelle Relevanz“³¹⁴.

Dabei stellt sich Fischer klar gegen ein „Konzept, das etwa so lautet: Zuerst müssen die Schüler einmal richtige Mathematik lernen, später können sie dann darüber reflektieren, über den Sinn usw.“³¹⁵, da dies oft ein uneingelöstes Versprechen bleibt. Es geht nicht um die „Vermittlung von gesicherten Antworten auf Sinnfragen, sondern es geht um Einübungen in Sinn-Argumentationen“³¹⁶.

Sucht man nach inhaltlich etwas konkreteren Anregungen, durch welche die Lernenden bei der Beantwortung ihrer Sinnfragen unterstützt werden können, so finden sich bei Fischer selbst lediglich vereinzelte Hinweise. Ausgehend von der Einsicht, dass sich in den Disziplinen verschiedene Sichtweisen auf die Welt spiegeln, die für ein Verständnis von Experten hilfreich sein können, fordert Fischer wenigstens für den universitären Bereich eine stärkere Besinnung auf die philosophische Seite der Disziplinen. So kann etwa die Mathematik „als eine Philosophie des Formalen gesehen werden und ist damit eine Kritik an Informatik, Statistik, usw.“³¹⁷. Diese Einsicht, dass eine Mathematik für die Allgemeinheit philosophisch sein muss, nennt Fischer auch an anderer Stelle³¹⁸, an der er anhand eines Textes zu einer Lehrveranstaltung an der Universität diese Vorstellung konkretisiert. In diesem Text werden für die Teilnehmer thesenartig einige der oben beschriebenen gesellschaftstheoretischen Einsichten Fischers expliziert³¹⁹. Eine Liste etwas detaillierterer Fragen zur Sinnstiftung stellt Fischer in einem weiteren zusammenfassenden Text vor:

- „• What means *measuring* – what do we gain, what do we loose by it?
- What are the opportunities, what the limits of (*algebraic*) *formalisms*?

³¹²S. R. Fischer und Malle, 1985, S. 12.

³¹³Vgl. R. Fischer, 1984, S. 62f.

³¹⁴S. R. Fischer, 2002, S. 6.

³¹⁵S. R. Fischer, 1984, S. 67.

³¹⁶S. R. Fischer, 1984, S. 69.

³¹⁷S. R. Fischer, 2000b, S. 6.

³¹⁸Vgl. R. Fischer, 2003, S. 3.

³¹⁹Vgl. R. Fischer, 2003, S. 9ff.

- What are benefits and the costs of *reifying visualizations*?
- What means *linearization*?
- What is the benefit of *statistics*, what are the limits?“³²⁰

Im Text zur höheren Allgemeinbildung selbst stellt Fischer lediglich eine Beispielaufgabe zum Inhalt der Stochastik am Thema einer Wahlumfrage dar. An dieser Aufgabe macht er seine Orientierung an Reflexionen gegenüber dem üblichen Operieren deutlich. Nach Fischers Beschreibung soll in der Aufgabe keine Rechnung durchgeführt werden, sondern eine Interpretation der Ergebnisse auf Basis von mathematischen Begrifflichkeiten vorgenommen werden.³²¹

Zu einem systematischen Lehrgang lassen sich diese einzelnen inhaltlichen Konkretisierungen nicht zusammensetzen. So stellt auch Peschek fest, dass eine „Ausdifferenzierung und curriculare Konkretisierung“ des Reflexionsbegriffes bei Fischer fehlen³²². Eine solche Ausarbeitung stellt aber im Rahmen der anvisierten Aushandlungsprozesse auch nicht Fischers Absicht dar.

2.2.2.5 Weitere Ausarbeitungen zu Fischers Reflexionskonzept

Konkretere Ausarbeitungen zum referierten Reflexionskonzept finden sich bei Fischers Mitarbeitern aus Klagenfurt. So sind unter anderen die Arbeiten von Werner Peschek und Edith Schneider an der österreichischen Zentralmatura³²³ sowie Arbeiten zum CAS-Einsatz in der Schule³²⁴, Franz Pichers Dissertation zum Thema Sozialreflexion³²⁵ und seine weiteren Arbeiten zu Texten zur Analysis³²⁶, Bernhard Kröpfls Dissertation zum funktionalen Zusammenhang³²⁷ sowie auch Arbeiten von Andreas Vohns³²⁸ unterschiedlich stark an das dargestellte Konzept angelehnt. Dabei werden einige oben offen gebliebene Aspekte konkretisiert. Die für die vorliegende Arbeit relevanten Aspekte sollen im Folgenden dargestellt werden.

³²⁰S. R. Fischer, 2006b, S. 319.

³²¹S. R. Fischer, 2001a, S. 7f.

³²²S. Peschek, 2005, S. 59.

³²³Vgl. Peschek, 2011.

³²⁴Vgl. Peschek und Schneider, 2000.

³²⁵Vgl. Picher, 2008b.

³²⁶Vgl. Picher, 2010, 2012, 2013b.

³²⁷Vgl. Kröpfl, 2007.

³²⁸Vgl. Vohns, 2014.

Franz Pichers Sozialreflexion

Im Rahmen seiner Dissertation zum Thema „Sozialreflexion im Mathematikunterricht: Kooperation oder Verweigerung“ hat Franz Picher ausgehend vom Fischerschen Reflexionsbegriff ein eigenes Konzept von „Sozialreflexion“ entwickelt. In diesem Rahmen erarbeitete und erprobte er eine Unterrichtseinheit, in der die Lernenden anhand der Spieltheorie und einiger Beispiele, wie etwa dem Gefangenendilemma, mit Hilfe der Mathematik soziale Belange reflektieren sollten. Für die Lernenden stellte sich im Laufe der Unterrichtseinheit heraus, dass die beste Lösung des gegebenen Problems für den Einzelnen nicht notwendigerweise die beste Lösung für die ganze Gesellschaft darstellt. Roland Fischer hatte die besondere Eignung des Gefangenendilemmas mit seinen verschiedenen Einkleidungen zur Reflexion im Unterricht schon früher hervorgehoben³²⁹. Er diskutiert dieses Dilemma in Zusammenhang mit dem Menschenbild des „Homo oeconomicus“, der im Falle verschiedener Alternativen nach festen individuellen Präferenzordnungen handelt. Dabei kritisiert er diese maschinelle Sichtweise zu Gunsten einer dynamischen Sichtweise. Soziale Systeme können sich danach im Laufe eines Prozesses selbst verändern. Bei Picher sollen die Lernenden über diese Reflexionen hinaus mit mathematischen Darstellungsweisen vertraut werden, die das Wesentliche einer Problemsituation hervorheben. In diesem Fall sind das Matrizen zur Veranschaulichung der Handlungsalternativen. Die Lernenden sollen auch die Rolle dieser Darstellungen in Entscheidungssituationen kennenlernen³³⁰.

Im Zentrum steht der Begriff von „Kooperation und Verweigerung“, der im Rahmen von „Sozialreflexion“ entwickelt werden soll. Picher definiert: „Ein gemeinsames Reflektieren über soziales Verhalten soll im Folgenden als „Sozialreflexion“ bezeichnet werden. Sozialreflexion meint somit zweierlei: Die Reflexion über soziale Problemstellungen und außerdem ein gemeinsames Nachdenken darüber“³³¹. Diese Reflexionsform sieht er in enger Verbindung zur Modell-, Kontext- und Lebensweltorientierten Reflexion bei Skovsmose³³². In der Sozialreflexion ist die Mathematik lediglich Mittel der Reflexion, nicht ihr Gegenstand³³³. Es „werden im gesamten Projektverlauf keine neuen mathe-

³²⁹Vgl. R. Fischer, 1988b, S. 25.

³³⁰Vgl. Picher, 2008b, S. 31.

³³¹S. Picher, 2008a, S. 26.

³³²Vgl. Picher, 2008a, S. 28.

³³³Vgl. Picher, 2006, S. 335.

matischen Begriffe entwickelt“³³⁴. Im Verlauf des Unterrichts nähern sich die Lernenden dem Thema einerseits spielerisch in der Selbsterfahrung von Spielen mit Regeln analog zum Gefangenendilemma sowie andererseits durch Texte, die gezielt gesellschaftliche Fragen mit den spieltheoretischen Überlegungen in Verbindung bringen. Picher konstatiert insgesamt, dass eine „explizite Thematisierung der Rolle der Mathematik [...] im Unterricht jedenfalls sinnvoll“ scheint.³³⁵

Picher unterscheidet Reflexion als Prozess oder Tätigkeit und Reflexionswissen als ein aus Reflexionen hervorgegangenes Wissen: „Einmal angestellte verbale und verschriftlichte Reflexionen liegen als Form von Reflexionswissen vor. Dieses in der Klasse vorhandene Wissen kann zum Inhalt des Unterrichts werden und dadurch Anlass für weitere Reflexionen, also Reflexion als Prozess, bieten“³³⁶. Bei Sozialreflexion steht die Praxis, das „gemeinsame Sprechen und Reflektieren über die geteilten Ideen zu „Kooperation oder Verweigerung“ im Vordergrund, daher ist Sozialreflexion als Tätigkeit des Reflektierens zu betrachten“³³⁷. Andererseits können Reflexionen „auch zu Wissen werden, wenn man um die Reflexionen anderer weiß, sie versteht, und außerdem die Ergebnisse der Gedankengänge als wichtig erachtet“³³⁸. „Ein so entstandenes Wissen“ bezeichnet Picher „aber nicht mehr als Reflexion [...], sondern eben als ein aus Reflexion hervorgegangenes Wissen“³³⁹.

Im Projekt wurde vermutet und durch die Erprobung später bestätigt, dass die Lernenden den Anforderungen in Bezug auf anzustellende Reflexionen auf unterschiedliche Art gerecht werden. In der in Abbildung 2.4 dargestellten Reflexionspyramide veranschaulicht Picher seine Ergebnisse. Die meisten Lernenden erreichen die erste Stufe dieser Pyramide. Sie können Bewertungen bzw. Reflexionen anderer verstehen, Beispiele wiedergeben und einordnen. Einige erreichen auch die zweite Stufe, auf der Reflexionen anderer beurteilt und in Frage gestellt werden können. Lediglich eine kleine Gruppe erreicht auch

³³⁴S. Picher, 2008b, S. 201.

³³⁵Vgl. Picher, 2013a, S. 39.

³³⁶S. Picher, 2008a, S. 30.

³³⁷S. Picher, 2008b, S. 205.

³³⁸S. Picher, 2008b, S. 21f.

³³⁹S. Picher, 2008b, S. 22.

die dritte Stufe, auf der kreative Reflexionen und Beurteilungen durchführbar werden, eigene Ideen entwickelt werden können.^{340,341}

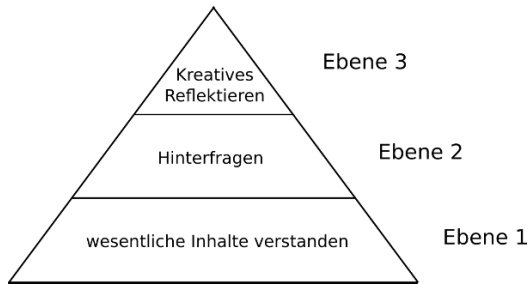


Abbildung 2.4: Reflexionspyramide in Pichers Projekt zur Sozialreflexion (S. Picher, 2008b, S. 25)

Diese Pyramide lässt sich mit Hilfe des Begriffs der Orientierungsgrundlagen einordnen³⁴². Die Probierorientierung wird auf der Pyramide nicht abgebildet, da hier überhaupt kein Lernzuwachs in Bezug zur Situation vor der Thematisierung der Sozialreflexion feststellbar wäre. Das Wiedergeben und Aufnehmen von Beispielen auf der ersten Stufe kann als eine Musterorientierung in Bezug auf die Reflexionsanforderung interpretiert werden. Die Beurteilung und das Infragestellen von fremden Reflexionen setzt Möglichkeiten voraus, die Reflexion anderer in einen größeren Kontext einbetten zu können und deutet insofern auf eine Feldorientierung hin. Eigene kreative Lösungsideen zu entwickeln und selbständige Urteile bilden zu können, setzen dagegen in der letzten Stufe auch das Infragestellen der kennengelernten Maßstäbe voraus und lassen sich daher als Problemorientierung interpretieren. Dieser Zusammenhang wird bei der Synthese des verwendeten Reflexionsbegriffs aufgegriffen³⁴³.

Die Gruppe von Lernenden, die eher Reflexionen anderer aufnehmen und nicht selbst kreativ reflektieren, legen ihre Konzentration in der Lerneinheit eher auf die Spiele. Die kreativen „Reflektierer“ sind dagegen besonders an den Texten interessiert, die einen allgemeineren Zugang zu den konkreten Spielerfahrungen liefern³⁴⁴. Bei den Auswertungen zeigte sich, dass die unterste

³⁴⁰Vgl. Picher, 2006, S. 338.

³⁴¹Vgl. Picher, 2008b, S. 24f.

³⁴²Vgl. 2.1.1.3 auf Seite 22.

³⁴³Vgl. 3 auf Seite 109.

³⁴⁴Vgl. Picher, 2007, S. 77.

Reflexionsebene zwar allen zugänglich war, die Pyramidenform aber grundsätzlich zutreffend ist. Nur manchen reichen die Anlässe in Form der Texte aus, andere müssten dagegen stärker geführt werden, da sie sonst bei „Trivialitäten“ hängen bleiben³⁴⁵. Dies zeigt die bedeutende Rolle von der Lehrkraft und den eingesetzten Aufgaben im Unterricht. Eine vollkommen freie Reflexion, die aus theoretischen Gesichtspunkten wünschenswert wäre, stellt nicht sicher, dass die zu fokussierenden Inhalte des Reflexionswissens auch im Zentrum der Aufmerksamkeit der Lernenden stehen.

In an dieses Dissertationsprojekt anschließenden Arbeiten beschäftigt sich Picher mit Texten zur Analysis, die auf Basis einer bereits erfolgten „technischen Einführung in den Lerninhalt“³⁴⁶ dabei helfen sollen, das Anliegen einer reflexionsorientierten Allgemeinbildung zu erfüllen. Das Ziel ist eine „Verschiebung der Gewichtung hin zum Kommunizieren über das Fach“³⁴⁷. Als Inhalte sollen in einem solchen reflexionsorientierten Unterricht die wesentlichen Ideen der fachlichen Inhalte und deren Zusammenhänge aufgezeigt werden. Außerdem sollen Anwendungen, aber auch die historische Genese sowie ein kritischer Blick auf die Möglichkeiten und Grenzen der Mathematik insgesamt thematisiert werden. Dabei sollen die Lernenden eigene Standpunkte entwickeln, aber auch andere mögliche Meinungen und die zugehörigen Argumente kennenlernen³⁴⁸. Hierbei zeichnet sich eine Unterscheidung von einem persönlichen Zugang zu einem Gegenstand und einem kollektiven Zugang ab, der in der vorliegenden Arbeit durch die Unterscheidung von Wissen und Kenntnissen erfasst und im Reflexionskonzept aufgegriffen wird³⁴⁹.

Weitere Beiträge zu Fischers Reflexionskonzept

Fischers Einteilung von Grundwissen, operativem Wissen und Reflexionswissen legte Bernhard Kröpfl seiner Dissertation zum Thema „Höhere mathematische Allgemeinbildung am Beispiel von Funktionen“ zugrunde. Dabei entwickelte er ein Curriculum für das Abendgymnasium, das er auch erprobte und evaluierte³⁵⁰. Für eine thematische Auswahl identifiziert er zunächst inhaltlich assoziierte

³⁴⁵Vgl. Picher, 2008b, S. 179f.

³⁴⁶S. Picher, 2010, S. 661.

³⁴⁷S. Picher, 2012, S. 653.

³⁴⁸Vgl. Picher, 2012, S. 650f.

³⁴⁹Vgl. 3 auf Seite 109.

³⁵⁰Vgl. Kröpfl, 2007, S. 21f.

fundamentale Ideen nach den Kriterien Werner Pescheks und analysiert inner- und außermathematische Anwendungen des Themengebietes. Diese nutzt er sowohl zur Analyse von Grund- und Reflexionswissen wie auch für die Unterrichtsplanung³⁵¹. Eine weitere, quer liegende Dimension bildet bei Kröpfl die Kommunikationsfähigkeit, in der er die von Fischer genannten Orientierungspunkte zusammenfasst. Dabei unterscheidet er zwischen Inhalten, Mitteln und Hintergrundwissen, die an verschiedenen Stellen in Kommunikationsprozessen eine Rolle spielen. So sind Inhalte, das heißt die Kenntnis des Funktionsbegriffs und häufig verwendeter mathematischer Funktionen, besonders für die Kommunikation mit Experten wichtig, Mittel in Form von Darstellungsformen für die Kommunikation mit der Allgemeinheit. Bei beiden Kommunikationsprozessen wird aber auch zusätzlich ein hintergründiges Metawissen über Inhalte und Darstellungsformen benötigt. Dies kann etwa ein Verständnis vom Verlauf als wichtige Idee von Funktionen sein, um damit beispielsweise den Einsatz einer Funktion in einem Modellierungszusammenhang bewerten zu können³⁵².

Bei der Zuordnung von Inhalten zu Grund- und Reflexionswissen stellt sich für Kröpfl heraus, dass diese für wenige Inhalte klar möglich ist. So ist etwa Wissen über den Namen von Funktionen klar dem Grundwissen zuzuordnen, während es sich bei Wissen über die Problematik von Mathematisierungen und über Arten von Modellen um Reflexionswissen handelt. Ansonsten kann Grundwissen aber früher durchaus durch Reflexionen erarbeitet worden sein und insofern in Kröpfls Sinn Reflexionswissen darstellen. Die Bereiche sind daher nicht trennscharf und müssen auf die jeweilige Lernsituation bezogen werden³⁵³. Kröpfl beschreibt einen graduellen Übergang von der Kenntnis über grundlegende Vorstellungen, typische Anwendungen, Beweglichkeit in den Begriffen, Verhältnis von Mathematik und Realität bis zum Verhältnis vom Lernsubjekt zur Mathematik um die Bandbreite von Grundwissen zu Reflexionswissen darzustellen.

Fischer selbst kommentiert zu dieser Problematik der Zuordnung: „Die Grenzen zwischen diesen drei Ebenen [des Wissens, O. S.] sind fließend und hängen von den Vorkenntnissen ab. Kreatives Operieren kann routinisiert und damit eine Grundfertigkeit werden, sogar Reflexionselemente können zum Grundwissen werden. Was für den einen Grundwissen ist, kann für den anderen eine kreative

³⁵¹Vgl. Kröpfl, 2007, S. 288.

³⁵²Vgl. Kröpfl, 2007, S. 129.

³⁵³Vgl. Kröpfl, 2007, S. 79f.

Anwendungsaufgabe sein. Dennoch glaube ich, daß diese Unterscheidung für die Diskussion über die Auswahl von Inhalten hilfreich sein kann³⁵⁴. Es stellt sich dabei für den Unterricht also die Frage, inwiefern Reflexion erlernbar ist und was konkret darunter zu fassen ist. Werner Peschek sieht, aufbauend auf Fischers Wissensbereiche, Reflexion zunächst als Denktätigkeit, dann aber auch als Einstellung und Haltung. Als solche muss Reflexion in Gang gesetzt werden. Reflexionswissen ist für ihn inhaltlich ein Wissen über vielfältige Bezüge, Vernetzungen, Einschätzungen und Bewertungen. Ein solches Wissen kann auch zum Teil passiv rezipiert werden³⁵⁵. Mitunter kann es selbst bei kritischen Reflexionen, die über einen rein fachlichen Rahmen hinausgehen, gerade auf angemessene Aktivitäten der Lehrperson ankommen, um die Reflexionen auf ein adäquates Niveau zu bringen³⁵⁶.

Im Standardkonzept M8 wird dagegen eine klare Unterscheidung von Grund- und Reflexionswissen vorgestellt, so heißt es dort über den Einsatz von Grundkenntnissen: „Einsetzen von Grundkenntnissen und -fertigkeiten meint die Wiedergabe oder direkte Anwendung von grundlegenden mathematischen Sätzen, Verfahren und Darstellungen. In der Regel ist nur reproduktives mathematisches Wissen und Können oder die aus dem Kontext unmittelbar erkennbare direkte Anwendung von mathematischen Kenntnissen bzw. Fertigkeiten geringer Komplexität erforderlich“³⁵⁷. Hier sind Grundkenntnisse also klar nur auf den fachlichen Bereich mathematischer Gegenstände bezogen. Dagegen wird Reflektieren für den Komplexitätsbereich K3 als das „Nachdenken über Zusammenhänge, die aus dem dargelegten mathematischen Sachverhalt nicht unmittelbar ablesbar sind“³⁵⁸ verstanden. Reflexionswissen wird als „ein anhand entsprechender Nachdenkprozesse entwickeltes Wissen über Mathematik“³⁵⁹ definiert. Dieses ist also explizit als über den fachlichen Bereich hinausgehend charakterisiert. Es grenzt sich sogar vom Argumentieren und Begründen dadurch ab, dass dieses nur auf mathematischen Aspekten beruht³⁶⁰.

Welche Inhalte durch ein solches Reflexionswissen aber genau adressiert werden, ist, wie bereits oben diskutiert, schwer anzugeben. Entsprechend be-

³⁵⁴S. R. Fischer, 2001a, S. 5.

³⁵⁵Vgl. Peschek, 2005, S. 60.

³⁵⁶Vgl. auch Alrø und Skovsmose, 2004, S. 238ff.

³⁵⁷S. IDM (Institut für Didaktik der Mathematik), 2007, S. 14.

³⁵⁸S. IDM (Institut für Didaktik der Mathematik), 2007, S. 14.

³⁵⁹S. IDM (Institut für Didaktik der Mathematik), 2007, S. 14.

³⁶⁰Vgl. Schneider, 2012, S. 198f.

schreibt Peschek Fischers Reflexionsbegriff inhaltlich auch als „sehr weit“³⁶¹. Er ist entsprechend der Konstruktion in den Aushandlungsprozessen nicht detailliert ausgestaltet. Dennoch benennt Peschek Fischer wiedergebend drei wesentliche Aspekte: Die Interpretation von Rechenergebnissen (am Beispiel einer Wahlumfrage bei Fischer), die erkenntnistheoretisch orientierte Analyse der Bedeutung mathematischer Begriffe, Methoden, Darstellungen sowie deren Möglichkeiten und Grenzen und die Bewertung mathematischer Expertisen hinsichtlich der individuellen und kollektiven Bedeutung, auch zur Aushandlung von Sinn und Bedeutung mathematischer Inhalte im Bildungsprozess.³⁶² Dieser Liste fügt Peschek noch die „Reflexion in Bezug auf globale Ideen eines mathematischen Themengebietes“³⁶³ hinzu.

Peschek beschreibt Reflexionswissen dabei als „Wissen über die vielfältigen Bezüge, Vernetzungen, Einschätzungen und Bewertungen [...], die objektsprachlich nicht im Vordergrund stehen“³⁶⁴, grenzt dieses also vom mathematischen Fachwissen ab. In Bezug auf die Reflexion globaler Ideen sollen Lernende in der Lage sein und durch den Unterricht dabei unterstützt werden, diese selbständig zu identifizieren. Dabei können die globalen Ideen, die von der Lehrkraft mit dem jeweiligen Thema verbunden werden, als Ausgangspunkt für eine Reflexion der persönlichen Zugänge der Lernenden dienen³⁶⁵.

2.2.2.6 *Verhältnis zur kritischen Mathematikdidaktik*

Obwohl Fischers Konzept im Ergebnis große Nähe zu den dargestellten Konzepten der kritischen Mathematikdidaktik aufweist, distanziert er sich mitunter von manchen Ausprägungen der kritischen Theorie. So stellt er bezüglich des System-Aspekts der Mathematik fest, dass dieser zu wenig beachtet wird und wenn, dann meist ablehnend in Form einer „Disziplinierung im Interesse der herrschenden Klasse z. B. von einer kritischen Pädagogik“.³⁶⁶

Fischer sieht die Rolle der Mathematik gleichermaßen positiv, etwa zur Ermöglichung der modernen Gesellschaft und ihrer Massenkommunikation als auch kritisch im Sinne der Einschränkung der Freiheit durch eine unbewusste

³⁶¹S. Peschek, 2005, S. 59.

³⁶²Vgl. Peschek, 2005, S. 59.

³⁶³S. Peschek, 2005, S. 64.

³⁶⁴Vgl. Peschek, 2005, S. 60.

³⁶⁵Vgl. Peschek, 2005, S. 64.

³⁶⁶S. R. Fischer, 1988b, S. 20.

Mathematisierung der Welt. Der Unterricht verfolgt durch die Reflexion aber keine direkten politischen Interessen mit Ausnahme des demokratischen Interesses der Ermächtigung zur gesellschaftlichen Teilhabe. Dagegen ist bei Vertretern der kritischen Mathematikdidaktik mitunter eine stärkere politische Ausrichtung in Richtung einer prinzipiellen Kritik an der vorherrschenden Wirtschaftsform erkennbar. So konstatiert etwa Frankenstein bezüglich eines nach ihren Vorschlägen verlaufenden Unterrichts: „But that does not necessarily mean they then join organizations working against oppression. Some even take jobs in business after getting their degree“³⁶⁷.

Fischer sieht die Bedeutung der Mathematik für die moderne Gesellschaft in der Ermöglichung einer verstehenden Distanzierung von der Natur, die Möglichkeit sich von ihr zu emanzipieren. Mathematik ist dabei eine „Zwischenwelt des Verstandes“, die Abgrenzung und Befreiung ermöglicht. Die Zwischenwelt wurde dem Menschen in der Folge zur zweiten Natur. Daher wird eine erneute Befreiung notwendig³⁶⁸. Mit dieser Betonung einer Befreiung durch Bildungsprozesse ergeben sich wiederum Verbindungen zur kritischen Bildungstheorie, in der Geschichte als Bildungsgeschichte mit dem Ziel der Befreiung aufgefasst wird³⁶⁹.

Insgesamt ist also mit Blick auf die unterschiedlichen theoretischen Hintergründe ein ambivalentes Verhältnis zu den Ansätzen der kritischen Mathematikdidaktik zu konstatieren. Allerdings bestehen große inhaltliche Übereinstimmungen, die sich auch in einigen der weiteren Konzepte dadurch zeigen werden, dass sowohl Skovsmoses als auch Fischers Reflexionsbegriff gemeinsam aufgegriffen werden³⁷⁰.

2.2.3 Allgemeine Mathematik

In der Folge von Hartmut von Hentigs Auseinandersetzung mit der zunehmenden Spezialisierung einer damit verbundenen Mythisierung von Wissenschaften³⁷¹, bildete sich ab den 70er Jahren eine Gruppe um den Mathematiker Rudolf Wille, die sich mit den Konsequenzen aus von Hentigs Überlegungen für die Mathe-

³⁶⁷S. Frankenstein, 2010, S. 18.

³⁶⁸S. R. Fischer, 1984, S. 57.

³⁶⁹Vgl. Heydorn, 2004, S. 56f.

³⁷⁰Vgl. zum Beispiel Lengninks Zusammenstellung in 3.3.3 auf Seite 125.

³⁷¹Vgl. von Hentig, 1972, S. 35.

matik befasste³⁷². Aus dieser Beschäftigung mit der „Allgemeinen Mathematik“ gingen einige Vorschläge zur Reflexion von Mathematik hervor, die in diesem Kapitel dargestellt werden sollen. Diese Vorschläge beziehen ihren theoretischen Hintergrund außer aus der Verarbeitung einiger Ideen Hartmut von Hentigs auch aus Quellen der bereits dargestellten Ansätze. Schon deswegen ergibt sich eine große Nähe zu den bisherigen Überlegungen.

Von Hentig stellt in seinem Buch „Magier oder Magister“³⁷³ eine zunehmende Spezialisierung von wissenschaftlichen Disziplinen fest, die so weitreichend ist, dass einzelne Disziplinen von der Allgemeinheit und auch aus der Perspektive anderer Disziplinen nicht mehr durchschaut und insofern als geradezu magisch wahrgenommen werden. Laut von Hentig bestehen auch innerhalb der Disziplinen keine oder nur unzureichende Bemühungen sich für Außenstehende zu entzaubern. Dies muss von Hentig folgend aber das allgemeine Ziel von Wissenschaft sein, damit Wissenschaftler wieder zum „Magister“ werden. Sie sollen erklären können „was sie herausfinden, warum sie es erforschen, wie man es verwendet und wie man es lernen und weitergeben kann“³⁷⁴.

Von Hentig sieht die Rolle der Mathematik in der modernen Wissenschaft als deren universelle Sprache. Wissenschaft hat dieser vorherrschenden Auffassung zufolge die exakte Formulierung von Relationen der untersuchten Gegenstände zum Ziel. Hierfür bedient sie sich der Mathematik. Von Hentig sieht es allerdings als problematisch an, wenn dabei strukturell Gleiches durch die Mathematik identifiziert wird, da in den Gegenständen noch vorhandene Unterschiede und deren Hintergründe damit ausgeblendet, die Gegenstände insgesamt oft unbewusst entfremdet werden. Nur das Bewusstsein für diese Ausblendung stellt ihm zufolge einen Gebrauch der Mathematik als echtes Hilfsmittel sicher und verhindert eine ansonsten unbewusste Veränderung des Blicks auf die untersuchten Gegenstände.³⁷⁵

Ein großes Problem der Mathematik sieht er dabei darin, dass durch ihre abstrakte Sprache in der Kommunikation mit anderen Wissenschaften oft keine Übersetzung mehr in eine „gemeinsame Erfahrung“³⁷⁶ gelingt. Sprache kann allerdings auch nicht vollständig mathematisiert werden. Um dennoch

³⁷²Vgl. Wille, 1981.

³⁷³Vgl. von Hentig, 1972.

³⁷⁴S. von Hentig, 1972, S. 12.

³⁷⁵Vgl. von Hentig, 1972, S. 76ff.

³⁷⁶S. von Hentig, 1972, S. 80.

einen Austausch zu gewährleisten, sollte Mathematik in Lernprozessen als Sprache vermittelt werden. Die wissenschaftspropädeutische Chance liegt dann gerade in der „Übersetzung von realen Beziehungen in mathematische Sprache und umgekehrt“³⁷⁷. Darin ist der „Zauber“³⁷⁸ der Mathematik zu finden, der gerade im Verhältnis von der eigenen Exaktheit gegenüber der Inexaktheit der beschriebenen Sachverhalte liegt. Die Allgemeine Mathematik beschreibt mathematisches Denken und Handeln in diesem Sinne als eine spezifische Ausformung allgemeinen Denkens und Handelns und versucht das darin liegende Potential zur Erschließung der Wissenschaft didaktisch zu nutzen³⁷⁹.

Die Wissenschaftsdidaktik soll von Hentig zufolge dafür sorgen, dass Wissenschaften besser lernbar, gegenseitig verfügbar und allgemeiner kritisierbar werden. Dafür müsse eine Restrukturierung in Richtung allgemeiner Wahrnehmungs-, Denk- und Handlungsformen angestrebt werden. Ausgangspunkt der Disziplinen ist die gemeinsame außerwissenschaftliche Erfahrung, gemeinsame Aufgaben und die gemeinsame Sprache³⁸⁰. Die darauf gegründete allgemeine Wissenschaft „beschreibt die Voraussetzungen für eine erfolgreiche Wissenskommunikation und gibt Maßstäbe für eine „gute“ wissenschaftsdisziplinäre Arbeit vor“³⁸¹. Eine gute Disziplinarität ist durch das Bewusstsein für ihre gesellschaftlichen Aufgaben, produktives Handeln und durch eine Vermittlungsform gekennzeichnet, durch die es möglich wird, Kritik zu üben. Der Fokus liegt auf der Erschließung entsprechender Kommunikationsformen, bezogen sowohl auf interdisziplinäre Kommunikation als auch auf Kommunikation mit der Allgemeinheit³⁸². Die Allgemeine Mathematik ist im Sinne der zugehörigen Restrukturierung gekennzeichnet durch

- „• die *Einstellung*, Mathematik für die Allgemeinheit zu öffnen, sie prinzipiell lernbar und kritisierbar zu machen,
- die *Darstellung* mathematischer Entwicklungen in ihren Sinngebungen, Bedeutungen und Bedingungen,

³⁷⁷S. von Hentig, 1972, S. 80.

³⁷⁸S. von Hentig, 1972, S. 80.

³⁷⁹Vgl. Lengnink und Prediger, 2000, S. 76ff.

³⁸⁰S. von Hentig, 1972, S. 33f.

³⁸¹S. Helmerich, 2009, S. 24.

³⁸²Vgl. Wille, 2005, S. 57f.

- die *Vermittlung* der Mathematik in ihrem lebensweltlichen Zusammenhang über die Fachgrenzen hinaus,
- die *Auseinandersetzung* über Ziele, Verfahren, Wertvorstellungen und Geltungsansprüche der Mathematik.“³⁸³

Um Mathematik der Allgemeinheit zu öffnen und Kommunikationsformen zur transdisziplinären Arbeit zu schaffen, wurde von einer Arbeitsgruppe um Rudolf Wille eine Restrukturierung der Verbandstheorie unter der Bezeichnung „formale Begriffsanalyse“³⁸⁴ entwickelt. Diese wurde in verschiedenen Anwendungen zur begrifflichen Datenanalyse eingesetzt, was wiederum auf die innermathematische Bedeutung und Sinngebung eingewirkt hat. Die Unterscheidung der formalen Natur dieser Analyse gegenüber damit prinzipiell nicht vornehmbaren inhaltlichen Interpretationen bietet viele Anlässe der Auseinandersetzung über Ziele und Geltungsansprüche der Mathematik³⁸⁵. Genauere Details dieses Verfahrens sind für die vorliegende Arbeit allerdings nicht relevant. Stattdessen sollen einige Weiterführungen dieser Grundgedanken Allgemeiner Mathematik rezipiert werden, welche die Reflexion von Mathematik fokussieren und damit verbundene didaktische Überlegungen eher auf die allgemeinbildende Schule als auf die Hochschule beziehen.

2.2.3.1 Orientierungswissen

Im Rahmen von Tagungen zur Allgemeinen Mathematik stellte Knut Radbruch Anfang der 90er Jahre in mehreren Vorträgen und Texten ausgehend von der Unterscheidung verschiedener Wissensformen bei Platon und Mittelstraß ein Konzept von einem sogenannten Orientierungswissen vor. Er leitet daraus auch didaktische Konsequenzen für den Schulunterricht ab.

Mit Platon stellt Radbruch zunächst fest, dass Wissen und der Umgang mit Wissen nicht identisch, aber aufeinander angewiesen sind und daher verschiedene Wissensformen unterschieden werden müssen³⁸⁶. Diese sind zum einen propositionales Wissen, also Wissen in Form von Aussagen, und zum anderen Gebrauchswissen bzw. Orientierungswissen, „das sich als Kompetenz,

³⁸³S. Wille, 1996, S. 44.

³⁸⁴S. Wille, 2005, S. 58.

³⁸⁵Vgl. Wille, 2005, S. 58ff.

³⁸⁶Vgl. Radbruch, 1991, S. 4.

Dispositionsvermögen und Urteilsfähigkeit zeigt“³⁸⁷. Propositionales Wissen in der griechischen Antike wurde als Wissen der Form „Wissen, dass ...“ der Geometer und Arithmetiker verstanden, während Orientierungswissen in der Form „Wissen, wie ...“ den Dialektikern zuzuschreiben war. Radbruch sieht bei Platon eine Bevorzugung des Orientierungswissens der Dialektiker, da diese den Rahmen liefern in dem propositionales Wissen erforscht werden kann.

Bei Jürgen Mittelstraß findet Radbruch eine ähnliche Unterteilung von Wissensformen vor. Mittelstraß unterscheidet Verfügungswissen, „das die Verfügungsgewalt des Menschen über seine Welt vergrößert“³⁸⁸, und Orientierungswissen, das dem Menschen „Orientierung verschafft“³⁸⁹. Bei Verfügungswissen handelt es sich um „positives Wissen, ein Wissen um Ursachen, Wirkungen und Mittel“, beim Orientierungswissen dagegen um „ein regulatives Wissen, ein Wissen um Ziele und Maximen“³⁹⁰. Mittelstraß konstatiert einen gesellschaftlichen Mangel an Orientierungswissen. In der Schaffung von Orientierung sieht er eine zentrale Aufgabe von Geisteswissenschaften, nämlich als den „'Ort', an dem sich moderne rationale Kulturen ein Wissen von sich selbst verschaffen“³⁹¹. Das Verfügungswissen bleibt sonst orientierungslos. An anderer Stelle spricht Mittelstraß von Informationswissen als einem Teil von Verfügungswissen und stellt fest, dass dieses zwar selbst nicht orientierend wirkt, aber eine Voraussetzung und Grundlage von Orientierung bildet³⁹². Die Wissensformen stehen also in diesem Sinne in einem dialektischen Verhältnis.

Zusammenfassend lassen sich bei Radbruch die in Tabelle 2.1 dargestellten Eigenschaften von Verfügungs- und Orientierungswissen identifizieren. Das Hauptunterscheidungsmerkmal der beiden Wissensformen ist deren Funktion. Zum einen ist dies die Verfügung über die Welt und zum anderen die Orientierung in dieser. Das Verfügungswissen lässt sich mit den Begriffen Fachwissen und Faktenwissen umschreiben, das Orientierungswissen ist ein schwieriger eingrenzender und vielfältiger Bereich. Dabei ist zunächst prozedurales Wissen sicherlich als ein wichtiger Anteil zu benennen, da es Radbruch auch darum geht, dass dieses Wissen etwa in Kompetenzen und Fertigkeiten spürbar wird.

³⁸⁷S. Radbruch, 1992, S. 10.

³⁸⁸S. Mittelstraß, 1989, S. 19.

³⁸⁹S. Mittelstraß, 1989, S. 19.

³⁹⁰S. Mittelstraß, 1989, S. 19.

³⁹¹S. Mittelstraß, 1989, S. 17.

³⁹²Vgl. Mittelstraß, 2001, S. 31.

Hier ist der zum Teil synonym verwendete Begriff Gebrauchswissen wohl intuitiv passender. Gleichzeitig geht es aber auch um eine bewusste Positionierung in der Welt und dem eigenen Leben. Dies umfasst weniger konkrete Handlungen als mehr Einstellungen sowie das auch bei Mittelstraß angesprochene Wissen um Zwecke und Ziele. Damit muss das Orientierungswissen also auch deklarative Anteile haben. Ohne auf diesen Umstand hinzuweisen stellt Radbruch auch fest, dass beide Wissensformen nicht immer genau auseinander gehalten werden können. Die „Entscheidung zwischen diesen beiden Formen des Wissens wird sowohl durch die wissenschaftliche Umgebung als auch durch den sozialen Kontext bestimmt“³⁹³.

Für den Lernprozess lassen sich aus dem von Mittelstraß betonten Mangel und Bedarf an Orientierungswissen und der Einschätzung, dass sich die Wirklichkeit zu einem wesentlichen Teil über Orientierungswissen erschließt und nur zu einem geringen Teil über Verfügungswissen, einige Konsequenzen ziehen. Radbruch leitet daraus die folgenden Forderungen ab³⁹⁴:

1. Zeitlich muss das Orientierungswissen dem Verfügungswissen grundsätzlich vorausgehen, da es dessen konzeptioneller Ursprung ist.
2. Eine Restrukturierung der Mathematik ist erforderlich um diese „besser lernbar, gegenseitig verfügbar und allgemein kritisierbar zu machen“³⁹⁵.
3. Verfügungswissen bietet das Rohmaterial für eine solche Restrukturierung. Für das Orientierungswissen muss aber nicht nur das wahrnehmbare Objekt, sondern gleichzeitig auch das wahrnehmende Subjekt in den Blick genommen werden.

Diese subjektive Bedeutung von Wissen, die insbesondere im dritten Punkt angesprochen wird und im Konzept von Orientierungswissen deutlichen Ausdruck findet, hat auch Lutz Führer bei der Diskussion der Rolle von Mathematik zur Schaffung von Orientierung in Form von Bildung als Hintergrundwissen herausgestellt. Mit Otte kritisiert er die zunehmende Beziehungslosigkeit gegenüber dem Wissen, die nicht durch mehr Faktenwissen behoben werden kann, sondern nur durch das auch subjektiv geprägte Verständnis von der Begriffs-

³⁹³S. Radbruch, 1992, S. 33.

³⁹⁴Vgl. Radbruch, 1997, S. 6f.

³⁹⁵S. Radbruch, 1997, S. 7.

Verfügungswissen	Orientierungswissen (bzw. Gebrauchswissen)
hat die Gestalt von Aussagen oder Handlungsanweisungen in Form von Sätzen oder Rezepten	wird spürbar in Fähigkeit, Fertigkeit, Kompetenzen, Erfahrung, Disposition, Intuition, Urteilsfähigkeit (nicht Wissen als Ware, sondern als Vermögen, Kompetenz)
hat die Form: „Ich weiß, dass ...“	hat die Form: „Ich weiß, wie ...“
ist objektivierbar, verfügbar, (ohne Rest) übertragbar, transportierbar (Wissen als Ware)	ist nicht objektivierbar und nicht übertragbar, ist an Inhaber gebunden, im wahrnehmenden Subjekt angesiedelt
Wissen und Nichtwissen sind klar benennbar, abgrenzbar	erschließt die Wirklichkeit
ist positives Wissen um Ursachen, Wirkungen und Mittel, mit dem wir über die Welt verfügen	ist regulatives Wissen um begründete Ziele und Zwecke, mit dem wir uns in der Welt und in unserem eigenen Leben orientieren

Tabelle 2.1: Gegenüberstellung von Verfügungswissen und Orientierungswissen nach Radbruch

und Theoriebildung moderner Mathematik. Dadurch sollen abstrakte Ordnungsschemata geliefert werden, ohne die moderne Identitäts- und Strukturkrisen nicht mit der nötigen Präzision verstanden werden können³⁹⁶.

Als Reflexionsdimension in Bezug auf den mathematischen Fachunterricht lässt sich hier daher insbesondere die subjektive Dimension herausarbeiten. Sie äußert sich zum einen als das Wissen um die eigene Handlungskompetenz in fachlichen aber auch in überfachlichen Fragen, zum anderen als ein orientierendes Wissen über das Fach. Dieses orientierende Wissen umfasst wiederum einerseits die Orientierung bezüglich des Subjekts selbst. Damit ist Wissen um Einstellungen oder genauer die bewusste Einstellung zur Bedeutung des Faches für den Einzelnen gemeint. Andererseits umfasst das orientierende Wissen auch Wissen um gesellschaftliche Ziele bei der fachlichen Lösung von Problemen.

Zu betonen ist zudem, dass Radbruch nahelegt, Orientierungswissen zeitlich vor oder wenigstens gleichzeitig zum Verfügungswissen zu erarbeiten. Orientierungswissen bildet den konzeptionellen Ursprung und macht somit eine angemessene Einordnung des Gelernten überhaupt erst möglich. Diese philosophisch motivierte Einschätzung wird im vorliegenden Konzept durch die Einordnung

³⁹⁶Vgl. Führer, 1997, S. 107f.

von Reflexionswissen in Bezug auf die Ausbildung von Orientierungsgrundlage aufgegriffen³⁹⁷.

2.2.3.2 Mathematiklernen als interkulturelles Lernen

Für eine „gute“ Disziplinarität wird durch die Allgemeine Mathematik die Bedeutung der Kommunikation für Wissenschaften hervorgehoben. Es ist daher naheliegend, dass sich in einigen Aspekten eine große Nähe zu Fischers Konzept der höheren Allgemeinbildung ergibt. Fischer führt darin die Kommunikation mit Experten als Orientierungsprinzip für Unterricht ein, um Laien Entscheidungen auf Grundlage von fachwissenschaftlichen Expertisen verschiedener Disziplinen zu ermöglichen³⁹⁸. Aufbauend auf diesen beiden theoretischen Hintergründen erarbeitete Susanne Prediger in ihrer Habilitationsschrift ein Konzept vom Lernen von Mathematik als interkulturellem Lernen.

Prediger geht dabei von einem weit gefassten Kulturbegriff aus. Dieser umfasst „alle Normen, Werte und Einstellungen, die das Wahrnehmen, Denken, Werten und Handeln der angehörigen Personen als Fundament prägen“³⁹⁹. Mathematik als Kultur bildet dabei ein Orientierungssystem, das für den Menschen notwendig ist, um sein Leben in der Gesellschaft zu bewältigen. Wesentliche Bestandteile einer Wissenskulturs sind Prediger zufolge:

„i. Überlieferte Erkenntnisse. inkl.

- akzeptierte Begriffe und Aussagen
- akzeptierte Schluss- und Argumentationsweisen
- geteilte Bedeutungen und Bezüge

ii. Sprache mit ihren Begriffen und Bedeutungen

iii. Arbeitsformen der Wissenschaft mit ihren Techniken und Werkzeugen

iv. Normen, Werte und Überzeugungen, inkl.

- als relevant betrachtete Fragen
- Intentionen, Zielsetzungen und Geltungsansprüche

³⁹⁷Vgl. 3.2.1 auf Seite 114.

³⁹⁸Vgl. 2.2.2 auf Seite 60.

³⁹⁹S. S. Prediger, 2005a, S. 50.

- Urteile über Wichtigkeit und Schönheit wissenschaftlicher Resultate und Theorien
- Standards für Begründungen, Definitionen und Begriffsbildungen
- Verhaltensmuster

v. Soziale Organisationen, Rollen, Habitus und Spielregeln

vi. Mechanismen der Initiation und Abgrenzung⁴⁰⁰

Während der erste Teil, die überlieferten Erkenntnisse, dem explizit dokumentierten Wissen entspricht, das durch die Wissenschaft tradiert wird, betont Prediger, dass die Teile ii bis iv dagegen implizite Teile von Wissen sind, die nur selten expliziert werden⁴⁰¹. Dabei bleibt allerdings offen, inwieweit eine Explizierung dieser impliziten Anteile überhaupt möglich ist. Mathematik als Kultur ist damit nicht nur auf das Produkt der mathematischen Arbeit bezogen, sondern besonders auf deren Denkweisen, auf implizite Bestandteile⁴⁰². Die mathematische Kultur wird dabei zusammenfassend durch drei Elemente charakterisiert: die Vergegenständlichung von Abstrakta, den dabei behilflichen Denkformen und deren problemlösende Wirksamkeit durch strukturiertes Denken und kontextunabhängiges Operieren⁴⁰³. Aufbauend auf der durch von Hentig geforderten Restrukturierung der Wissenschaften und Willes Allgemeiner Mathematik ist dabei ein möglicher Zugang, Mathematik als spezifische Ausformung allgemeiner Denkhandlungen aufzufassen⁴⁰⁴.

In Untersuchungen zum interkulturellen Lernen konnte festgestellt werden, dass Erlebnisse in interkulturellen Begegnungen besser verarbeitet werden, wenn sie explizit reflektiert werden⁴⁰⁵. Von besonderem Interesse für die vorliegende Arbeit ist vor allem die Betonung der inhaltlichen Akzentverschiebung durch diese Auffassung von Mathematikunterricht als interkultureller Begegnung. Die mathematische Kultur wird dabei durch die Lehrkraft repräsentiert, die versucht den Lernenden Begegnungen mit der mathematischen Kultur zu ermöglichen und Brücken zu ihren Alltagserfahrungen zu bauen⁴⁰⁶. Hier ergeben sich einige

⁴⁰⁰S. S. Prediger, 2005a, S. 56.

⁴⁰¹Vgl. S. Prediger, 2005a, S. 56.

⁴⁰²Vgl. S. Prediger, 2005a, S. 43.

⁴⁰³Vgl. S. Prediger, 2005a, S. 108.

⁴⁰⁴Vgl. S. Prediger, 2005a, S. 97.

⁴⁰⁵Vgl. S. Prediger, 2005a, S. 261.

⁴⁰⁶Vgl. S. Prediger, 2005a, S. 210.

Parallelen zur Lehrerrolle in der gemeinsamen Lerntätigkeit⁴⁰⁷. Prediger geht davon aus, dass durch diesen Brückenschlag einerseits mathematisches Grundwissen besser erfasst werden kann, andererseits durch den gezielten Umgang mit Begriffen und Denkweisen auch eine größere Bewusstheit für kulturelle Besonderheiten sowie spezifisches Reflexionswissen erworben werden kann⁴⁰⁸. Dieses Reflexionswissen über Herangehensweisen, Zielsetzungen, Sinn und Bedeutung verändert den Charakter des Lerngegenstands in Richtung der Allgemeinen Mathematik. Es ermöglicht eine explizite Auseinandersetzung über die Bedeutung von Mathematik für die Allgemeinheit⁴⁰⁹. Damit stellt Prediger also fest, dass es nicht ausreicht, beiläufig Erfahrungen durch das Betreiben von Mathematik zu sammeln. Sie stellt dagegen die Bedeutung einer expliziten Reflexion kultureller Besonderheiten im Mathematikunterricht heraus. Dies passt zu den Zielstellungen von Reflexionswissen in der vorliegenden Arbeit⁴¹⁰.

2.2.4 Wissenschaftspropädeutik

Bereits in einigen der beschriebenen Ansätze wurde der Blick besonders auf die gymnasiale Oberstufe gelenkt, etwa im Konzept der höheren Allgemeinbildung von Roland Fischer⁴¹¹. Dort wurde als Orientierungsprinzip die Kommunikation von Experten und Laien gewählt. Dabei geht es Fischer insbesondere darum, der gymnasialen Oberstufe eine Blickrichtung zu geben, die sich nicht nur an der oft nachfolgenden Institution der Universität orientiert.

Die KMK beschreibt in ihren offiziellen Vorgaben die besonderen Ziele der gymnasialen Oberstufe in der Auseinandersetzung mit Wissenschaft durch die sogenannte „Trias“ von vertiefter Allgemeinbildung, allgemeiner Studierfähigkeit und wissenschaftspropädeutischer Bildung. In der Fassung von 2013 wird dafür besonderes Gewicht auf die Fächer Deutsch, Fremdsprache und Mathematik gelegt⁴¹². Konsequenterweise hat diese Trias auch Erwähnung in den Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife gefunden, durch sie sollen „die Grundlagen für fachliches und überfachliches Handeln mit Blick auf

⁴⁰⁷Vgl. 2.1.2 auf Seite 30.

⁴⁰⁸Vgl. S. Prediger, 2005a, S. 223.

⁴⁰⁹Vgl. S. Prediger, 2005a, S. 261ff.

⁴¹⁰Vgl. 3.3.4 auf Seite 127.

⁴¹¹Vgl. 2.2.2 auf Seite 60.

⁴¹²Vgl. KMK (Kultusministerkonferenz), 2013, S. 2.

Anforderungen von Wissenschaft und beruflicher Bildung geschaffen⁴¹³ werden. Eine genaue Bedeutung dieser drei Ziele und eine Abgrenzung untereinander wird von unterschiedlichen Autoren allerdings durchaus abweichend vorgenommen⁴¹⁴. Ein besonderes Spannungsfeld ergibt sich zwischen der Sichtweise, in der Wissenschaftspropädeutik ginge es vor allem um das Einüben von Schlüsselkompetenzen im Sinne einer Methodenschulung zur späteren wissenschaftlichen Betätigung, und der Auffassung, dass Wissenschaftspropädeutik eine darüber weit hinausgehende Bedeutung zukomme⁴¹⁵. Unterschiedliche Auffassungen werden insbesondere auch darin deutlich, ob bei der inhaltlichen Diskussion auf den Qualifikations- oder den Allgemeinbildungsbegriff Bezug genommen wird⁴¹⁶.

Tenorth und Tippelt zufolge führt wissenschaftspropädeutischer Unterricht „exemplarisch in wissenschaftliche Fragestellungen, Theorien, Konzepte, Methoden und Arbeitsweisen ein und reflektiert diese“⁴¹⁷. Sie betonen damit also über die Methodenschulung hinaus eine reflexive Komponente wissenschaftspropädeutischer Bildung. Eine solche Auffassung von Wissenschaftspropädeutik zielt nicht nur auf ein gelingendes Studium ab, sondern auf die generelle Auseinandersetzung mit wissenschaftlicher Rationalität⁴¹⁸. In diesem Abschnitt wird anhand einiger Begriffsbestimmungen verschiedener Autoren untersucht, was Wissenschaftspropädeutik über eine Methodenschulung hinaus bedeuten könnte und sollte. Anschließend wird herausgearbeitet, welche Inhalte für einen reflexionsorientierten Mathematikunterricht aus diesem Blickwinkel untersucht werden sollten.

2.2.4.1 Wissenschaftsorientierung und Wissenschaftspropädeutik

In diesem Abschnitt wird das Verhältnis der Begriffe der Wissenschaftsorientierung und der Wissenschaftspropädeutik genauer bestimmt. Wissenschaftsorientierung meint nach Blankertz die „Vermittlung und Kritik von Kenntnissen und Fertigkeiten, Einsichten und Einstellungen“⁴¹⁹ in durch die Disziplinen

⁴¹³S. KMK (Kultusministerkonferenz), 2012, S. 9.

⁴¹⁴Vgl. unterschiedliche Bedeutungen von Wissenschaftspropädeutik in Musolff, 2011.

⁴¹⁵Vgl. Dettmers, Trautwein, Neumann, und Lüdtk, 2010, S. 244.

⁴¹⁶Vgl. Huber, 1994, S. 246ff.

⁴¹⁷S. Tenorth und Tippelt, 2012, S. 777.

⁴¹⁸Vgl. A. Schmidt, 1994, S. 224.

⁴¹⁹S. Kultusminister des Landes Nordrhein-Westfalen (Hrsg.), 1972, S. 26.

intersubjektiv nachprüfbar gemachter Form ohne dabei unbedingt Arbeitsweisen der Wissenschaft direkt zu vermitteln. Die Wissenschaftspropädeutik ist Blankertz folgend die höchste schulische Stufe der Wissenschaftsorientierung, die Wissenschaft explizit zum Thema macht, um auf wissenschaftsnahe Tätigkeiten vorzubereiten. Dabei werden neben der Vermittlung von Methoden wissenschaftlichen Arbeitens und dem Einüben wissenschaftlich rationalen Verhaltens auch kritische Elemente wie Methodenkritik und eine Reflexion von disziplinären Perspektiven sowie der unterliegenden gesellschaftlichen Einflüsse einbezogen.⁴²⁰

Eine unterschiedliche Qualität der Wissensformen im Unterricht verschiedener Schulstufen in diesem Sinne beschreibt Dietrich Benner mit seinen Begriffen von „Umgangswissen“, „Kunde“ und „wissenschaftlichem Wissen“⁴²¹. Umgangswissen entsteht in der Umgangserfahrung des Menschen mit seiner Erfahrungswelt, dieses kann durch Zusammenleben von Generationen tradiert werden. Eine Kunde ist darüber hinaus zwar selbst nicht wissenschaftsförmig, bezieht sich aber auf neuzeitliche Wissenschaft, entspricht also dem vermittelten Wissens eines wissenschaftsorientierten Unterrichts, ohne dabei wissenschaftliche Perspektiven bewusst in den Blick zu nehmen. Der Blickwechsel von Denken, Lernen und Handeln in die „Erfahrungs- und Umgangsformen eines szientifischen und historischen Wissens und Könnens“⁴²² setzt eine schulförmige Vermittlung voraus, die in dieser Form daher Benner folgend ein Charakteristikum moderner Gesellschaften darstellt: Kein Curriculum darf „den Lernenden die Erfahrung und die Anstrengung dieses Blickwechsels vorenthalten und die mit seinem Vollzug möglich werdenden Reflexionen ersparen“⁴²³. Eine explizite Reflexion dieses Blickwechsels stellt für Benner die wesentliche Anforderung eines wissenschaftspropädeutischen Unterrichts dar und ist Voraussetzung, um Lernende zu befähigen, „sachkundig mit den Errungenschaften neuzeitlicher Wissenschaft und Technik umgehen zu können“⁴²⁴. Auch in einem wissenschaftsorientierten und anwendungsbezogenen Unterricht reicht hier bloße Beiläufigkeit nicht aus, eine explizite, didaktische Einführung ist notwendig⁴²⁵.

⁴²⁰Vgl. Kultusminister des Landes Nordrhein-Westfalen (Hrsg.), 1972, S. 28.

⁴²¹Vgl. Benner, 2002, S. 73ff.

⁴²²S. Benner, 2002, S. 74.

⁴²³S. Benner, 2002, S. 74.

⁴²⁴S. Benner, 2002, S. 75.

⁴²⁵Vgl. Benner, 2008, S. 49.

In Bezugnahme auf Blankertz sieht auch Klafki Wissenschaftspropädeutik als die Spezifizierung von Wissenschaftsorientierung in der Oberstufe⁴²⁶. In der Oberstufe soll exemplarisch zur Darstellung kommen, was Wissenschaften für die Bewältigung bedeutender Lebensprobleme leisten können. Durch diese Thematisierung am Problem sucht Klafki eine Verbindung von Wissenschafts- und Schülerorientierung, in der „an ausgewählten Teilbereichen des jeweiligen Faches und schrittweise in fachübergreifender Weise grundlegende Einsichten in Charakteristika, Voraussetzungen, Grenzen wissenschaftlichen Forschens, wissenschaftlicher Aussagen und der Anwendung wissenschaftlicher Erkenntnisse und Verfahren außerhalb des Wissenschaftsbereichs“⁴²⁷ erarbeitet werden. Charakterisierend für eine Wissenschaft sind nach Klafki Frageperspektiven, Methoden, Grundbegriffe, Theorien und vorläufige, diskutierte Erkenntnisse. Im Unterricht soll die Entstehung einer wissenschaftlichen Fragestellung, ihre gesellschaftlichen Rahmenbedingungen sowie ihr spezifischer Blick auf die Welt thematisiert werden. Eine derart breit angelegte Thematisierung ist notwendig, um „falsche Vorstellungen von der vermeintlich rein „immanent-sachlogisch“ verlaufenden Entwicklung wissenschaftlicher Forschung“⁴²⁸ zu vermeiden.

Wissenschaftspropädeutik kann also als spezifische Form der Wissenschaftsorientierung bestimmt werden, in der wissenschaftliche Perspektiven im Unterricht explizit reflektiert werden. Dabei ist nicht nur die Bewusstmachung der Unterschiedlichkeit der Form von Umgangs- und wissenschaftlichem Wissen entscheidend, sondern auch die spezifische Perspektive, die bestimmten Fächern oder Disziplinen zugrunde liegt.

2.2.4.2 Wissenschaftspropädeutik und Fachperspektive

Ausgehend von dieser Unterscheidung von Orientierung an Wissenschaft und Wissenschaftspropädeutik, setzen an dieser Stelle der Bewusstmachung disziplinspezifischer Perspektiven einige weitere Überlegungen zu wissenschaftspropädeutischer Bildung an. Schmidt sieht die Funktion der Wissenschaftspropädeutik in erster Linie in einer Enkulturation in die Wissenschaft, als „den wohl wichtigsten Sektor unserer Kultur“⁴²⁹. Ziele wissenschaftspropädeutischer Bildung sind demnach unter Anderem die folgenden Aspekte:

⁴²⁶Vgl. Klafki, 1996, S. 165.

⁴²⁷S. Klafki, 1996, S. 170.

⁴²⁸S. Klafki, 1996, S. 172.

⁴²⁹S. A. Schmidt, 1994, S. 223.

- Methodenbewusstsein und Methodenbewusstheit
- metawissenschaftliche Reflexion
- Einsicht in die Vorläufigkeit und Grenzen der Erkenntnisse⁴³⁰

Die Schülerinnen und Schüler sollen lernen, mit einigen für einzelne Wissenschaften und Wissenschaftsbereiche typischen Methoden reflektierend umzugehen, deren gesellschaftlichen Bezug wahrnehmen und verstehen, wie wissenschaftliche Erkenntnisse entstehen. Dafür müssen Verfahren der Erkenntnisgewinnung nicht nur als Instrumente im Unterricht genutzt werden, sondern sie müssen „selbst Gegenstand von Unterricht, zu eigenen Lernzielen werden, wenn die Schüler zu einem immer ausgeprägteren Methodenbewußtsein kommen und bewußtes methodisches Vorgehen als eine Form rationaler Wirklichkeitserfassung erfahren und einüben sollen“⁴³¹.

Die explizite Thematisierung wissenschaftlichen Vorgehens ist auch für Ludwig Huber der allgemeinbildende Kern der Wissenschaftspropädeutik- Dazu gehören aus seiner Perspektive von Wissenschaft als sozialer Konstruktion von Wirklichkeit:

- „• die expliziten und vor allem die impliziten zugrundeliegenden Annahmen (*hidden assumptions*),
- die Grundbegriffe (in ihrer Differenz von intra- und extradisziplinärer Bedeutung),
- die Problemdefinitionen (und damit Problemausblendungen),
- die methodischen Zurechtlegungen des Gegenstandes und die Gütekriterien innerhalb der jeweiligen Zunft (*scientific community*),
- die daraus folgende Aspekthaftigkeit des Wissens, die historischen Kontexte und Bestimmungen der Konzipierung, Herstellung und Verwertung wissenschaftlichen Wissens“⁴³².

In dieser Aufzählung spielen insbesondere Fachperspektiven, die für jede Wissenschaft zu differenzieren sind, eine entscheidende Rolle. Auf diese Differenzen

⁴³⁰Vgl. A. Schmidt, 1994, S. 226f.

⁴³¹S. A. Schmidt, 1994, S. 286.

⁴³²S. Huber, 1994, S. 245 (Aufzählungsform hinzugefügt, O. S.)

weist auch Dietrich Benner hin. Neben dem oben angesprochenen angestrebten Perspektivwechsel von Umgangserfahrung und Kunde zu wissenschaftlichem Wissen, soll die Perspektivität dieses Wissens gegen einheitswissenschaftliche Deutungen deutlich werden. Er greift bei der Aufzählung unterschiedlichen Perspektiven im Rahmen seiner Klärung der Zielstellung einer bildungstheoretischen Rahmung von PISA auf den praxeologischen Ausgangspunkt seiner Allgemeinen Pädagogik zurück. Darin werden die unten angegebenen „sechs Grundphänomene und Formen menschlicher Praxis, die das menschliche Zusammenleben seit Beginn der Geschichte der Menschheit bestimmt haben“⁴³³ unterschieden, von denen der systematische Aufbau seiner Pädagogik ausgeht. Deren Bewusstmachung sowie die Thematisierung des Hypothesencharakters und der historischen Entstehung wissenschaftlichen Wissens sorgen dann für die Einsicht, dass „die Fragen eines verantwortlichen Umgangs“ mit Wissenschaft und Technik „ökonomisch, ethisch, pädagogisch, politisch, ästhetisch und religiös zu reflektieren sind und dass zwischen den Deutungsmustern der ausdifferenzierten Formen menschlichen Handelns kein harmonisches, sondern ein durch differente Sichtweisen und Widerstreit gekennzeichnetes Verhältnis besteht, das Gegenstand öffentlicher Diskurse und nach Handlungsbereichen ausdifferenzierter Entscheidungen werden kann“⁴³⁴. Benner folgend ist durch derartige Überlegungen zwar kein inhaltlicher Kanon, dafür aber eine „Reflexionsstruktur“⁴³⁵ gegeben, die den Kernbestand allgemeiner Bildung darstellt und oft nicht hinreichend in Lehrplänen umgesetzt ist.

Einen direkt auf die Konstruktion von Kerncurricula ausgelegten Vorschlag einer Strukturierung von Bildungsinhalten legt Jürgen Baumert vor. Die Frage von kulturell kontingenten Inhalten von Schulprogrammen moderner Gesellschaften sieht er, ausgehend von der gemeinsamen Funktion von Schule, in der Schaffung universeller Kommunikationsvoraussetzungen zwischen den Generationen. Diese werden Baumert zufolge durch „die systematische Beschäftigung mit unterschiedlichen Modi der Weltbegegnung“⁴³⁶ geschaffen. Modi der Weltbegegnung sind unterschiedliche Rationalitätsformen zur Auseinandersetzung mit der Welt, spezifische Formen des Weltverstehens, die nicht gegeneinander austauschbar sind. Das Orientierungswissen von diesen Modi sieht er als Grund-

⁴³³S. Krüger, 2009, S. 90.

⁴³⁴S. Benner, 2002, S. 76.

⁴³⁵S. Benner, 2002, S. 76.

⁴³⁶S. Baumert, 2001, S. 7.

lage allgemeiner Bildung. Baumert zählt die folgenden Modi mit den jeweiligen zugeordneten Fächern auf:

- Kognitiv-instrumentelle Modellierung der Welt (Mathematik, Naturwissenschaften)
- Ästhetisch-expressive Begegnung und Gestaltung (Sprache / Literatur, Musik / Malerei / Bildende Kunst, Physische Expression)
- Normativ-evaluative Auseinandersetzung mit Wirtschaft und Gesellschaft (Geschichte, Ökonomie, Politik/Gesellschaft, Recht)
- Probleme konstitutiver Rationalität (Religion, Philosophie)⁴³⁷

Bernhard Dressler nennt dieses bewusste Wahrnehmen unterschiedlicher Perspektiven „Differenzkompetenz“⁴³⁸. Diese ist in der Moderne, in der eine einheitswissenschaftliche Perspektive nicht mehr möglich ist, zum entscheidenden Bildungsziel geworden⁴³⁹. Dressler unterscheidet Verfügungswissen, das zum Feststellen und Beschreiben von Tatsachen nötig ist, von Orientierungswissen, das bei der Deutung, Würdigung und Gewichtung von Sachverhalten im Vordergrund steht⁴⁴⁰.

Um die unterschiedlichen Fachperspektiven im Unterricht deutlich werden zu lassen, ist eine explizite Thematisierung des Perspektivwechsels bzw. der Fachperspektive insbesondere im Rahmen des Oberstufenunterrichts notwendig^{441, 442, 443}. Ob eine solche Bewusstmachung fachspezifischer Perspektiven allerdings im Fachunterricht oder im fächerübergreifenden Unterricht stattfinden sollte, wird unterschiedlich bewertet. So fordert beispielsweise Klafki ebenfalls grundlegende Einsichten über die Entstehung wissenschaftlicher Fragestellungen, insbesondere deren Interessensgeleitetheit sowie die Perspektivität, an fächerübergreifenden Problemen zu thematisieren⁴⁴⁴. Tenorth betont gegen-

⁴³⁷Vgl. Baumert, 2001, S. 11.

⁴³⁸S. Dressler, 2007, S. 254.

⁴³⁹Vgl. Dressler, 2007.

⁴⁴⁰Vgl. Dressler, 2006, S. 46.

⁴⁴¹Vgl. Dressler, 2007, S. 27f.

⁴⁴²Vgl. Benner, 2002, S. 74.

⁴⁴³Vgl. Huber, 1994, S. 245.

⁴⁴⁴Vgl. Klafki, 1996, S. 169f.

über diesen fächerübergreifenden Ansätzen die Bedeutung dieser Perspektivität gerade für einen guten Fachunterricht⁴⁴⁵.

Klafkis Bezugnahme auf Schlüsselprobleme birgt, über das grundsätzliche Problem des Erstellens eines allgemein anerkannten Kanons von Problemen hinaus, die Gefahr, die bereits in der Formulierung des Problems enthaltene Perspektivität zu vernachlässigen und damit eine Reflexion von Fachperspektiven zu erschweren. Denn schon die Problemformulierungen sind keinesfalls als voraussetzungslos zu bezeichnen, sie enthalten bereits Welt- und Selbstdeutungen⁴⁴⁶. Im nächsten Abschnitt wird daher mit Blick auf den Mathematikunterricht untersucht, wie im Fachunterricht die spezifische Fachperspektive thematisiert werden kann.

2.2.4.3 *Wissenschaftspropädeutik und mathematischer Fachunterricht*

Eine konsequente Umsetzung der beschriebenen Ansprüche an wissenschaftspropädeutischen Unterricht bezogen auf den Mathematikunterricht ist bislang nicht realisiert. So konstatiert etwa Michael Neubrand für die in den Bildungsstandards beschriebenen Kompetenzen für die Sekundarstufe, dass von den drei Zieldimensionen der oben genannten Trias, lediglich die Allgemeinbildungsdimension explizit aufgegriffen wird⁴⁴⁷. Dabei fokussiert Neubrand seine Begriffe von Studierfähigkeit und Wissenschaftspropädeutik auf eine erfolgreiche Übergangsperspektive von der Schule zur Hochschule. Unter vertiefter Allgemeinbildung versteht er die Weiterführung von Heymanns Allgemeinbildungskonzept, wobei er Lebensvorbereitung und gesellschaftliche Teilhabe hervorhebt. Studierfähigkeit führt er insbesondere auf Aspekte selbstregulierten Wissensmanagements zurück und als Ziel der Wissenschaftspropädeutik sieht er die „reflektierte Anwendung rationalargumentativer Denkweisen, also die Bewusstheit darüber, mit welchen Arbeitsweisen welche Information gewonnen wird“⁴⁴⁸.

Aus dieser Perspektive heraus kritisiert er vor allem fehlende Systematik und zu wenig Unterstützung von langfristig angelegten inhaltlichen Vorstellungen zu Begriffen, Zusammenhängen und Verfahren sowie zu charakteristischen Denkweisen wie etwa dem allgemeinen Substitutionsgedanken oder das Abzielen

⁴⁴⁵Vgl. Hahn, 2008, S. 160.

⁴⁴⁶Vgl. Dressler, 2010, S. 14f.

⁴⁴⁷Vgl. Neubrand, 2009, S. 186.

⁴⁴⁸S. Neubrand, 2009, S. 181.

auf allgemeine Zusammenhänge anstelle einer unmittelbaren Brauchbarkeit⁴⁴⁹. Der von Neubrand geforderten systematischen Einordnung von mathematischem Wissen liegt bei ihm vor allem ein Kohärenzgedanke zugrunde. Der Übergang von Schule und Hochschule und auch das Fortschreiten innerhalb verschiedener Schulformen sollen möglichst aufeinander abgestimmt verlaufen⁴⁵⁰.

Andreas Vohns greift in einer Arbeit über fundamentale Ideen diesen Gedanken einerseits auf, kontrastiert ihn aber auch, indem er auf Dressler Bezug nehmend die Bedeutung von Differenzerfahrungen innerhalb des mathematischen Curriculums, zu anderen Fächern und insbesondere auch zu Alltagserfahrungen hervorhebt⁴⁵¹. Er betrachtet es als fraglich, ob eine auf fundamentalen Ideen basierende Kohärenzstiftung durch inhaltliche Verknüpfungen die Lücke zwischen Schulmathematik und Hochschulmathematik zu schließen im Stande ist. Fundamentale Ideen könnten dagegen im Differenzgefüge verschiedener Disziplinen eine Orientierungsfunktion haben, insbesondere im Rahmen der Sekundarstufe II. Dadurch soll die Bedeutung von Mathematik für die moderne Gesellschaft in der Vielfältigkeit verschiedener Perspektiven deutlich werden⁴⁵².

Einen ähnlichen Ansatz verfolgt auch Sebastian Kuntze durch die von ihm entwickelte Methode der Themenstudienarbeit⁴⁵³. Die methodischen Besonderheiten dieses Ansatzes werden in Kapitel 4 genauer beschrieben⁴⁵⁴. An dieser Stelle ist vor allem die Einordnung der Themenstudienarbeit in wissenschaftsorientierten Unterricht von Interesse, die Kuntze selbst vornimmt. Er unterscheidet vier verschiedene Formen der Wissenschaftsorientierung: bezogen auf den angeregten Lernprozess, curricular, methodisch-didaktisch und metaperspektivisch. Zu dem in der vorliegenden Arbeit verwendeten Begriff von Wissenschaftspropädeutik passt vor allem die metaperspektivische Form von Wissenschaftsorientierung nach Kuntze. Sie bedeutet, dass im Mathematikunterricht „explizit Gedanken über das Wesen der Wissenschaft Mathematik oder über bestimmte Teilthemen integriert werden“ und die Lernenden „Wissen über die Wissenschaft Mathematik, über Merkmale ihrer Fachpraxis oder über mathematische Begriffe“ aufbauen sollen⁴⁵⁵. Auf dieser Form der Wissen-

⁴⁴⁹S. Neubrand, 2009, S. 181.

⁴⁵⁰Vgl. Neubrand, 2009, S. 193.

⁴⁵¹Vgl. 5.1 auf Seite 167.

⁴⁵²Vgl. Vohns, 2010.

⁴⁵³Vgl. Kuntze, 2006.

⁴⁵⁴Vgl. 4.1.3 auf Seite 144.

⁴⁵⁵S. Kuntze, 2006, S. 96.

schaftsorientierung liegt der Schwerpunkt der Themenstudienarbeit, da hier „mathematische Inhaltsbereiche oft aus einer Metaperspektive betrachtet werden“⁴⁵⁶ und entsprechend Wissen über Mathematik gefördert wird⁴⁵⁷. Kuntze geht es dabei ähnlich wie Vohns besonders darum, die „Fachkultur“ der Mathematik durch die Beschäftigung mit für diese spezifischem Wissen deutlich zu machen und von anderen Perspektiven unterscheiden zu lernen. Auch Kuntze hebt für das Erreichen dieser Ziele die Chancen der Beschäftigung mit für die Mathematik typischen „Big Ideas“ hervor, um mit diesen die Mathematik aus einer Metaperspektive zu betrachten⁴⁵⁸.

Inhaltlich müsste sich der Mathematikunterricht der Sekundarstufe II also insgesamt stärker darauf konzentrieren, Zusammenhänge, sowohl Gemeinsamkeiten als auch Differenzen, der bisher im Sinne einer Kunde gelernten Inhalte untereinander und zu den neuen eher auf dem Niveau wissenschaftlichen Wissens angeeigneten Inhalten deutlich zu machen. Dafür sollten die besondere Perspektive der wissenschaftlichen Disziplin Mathematik hervorgehoben und entsprechend Neubrands Forderung inhaltliche Vorstellungen langfristig angelegt werden. Ein Ansatz dazu wäre nach Vohns und Kuntze, fundamentale Ideen stärker ins Zentrum zu stellen⁴⁵⁹, da diese ohnehin in curricularen Diskussionen hintergründig wirksam sind und somit Zusammenhänge zwischen Inhalten der verschiedenen Schuljahre im Unterricht hergestellt werden können. Eine explizite Diskussion über die Bedeutung der fundamentalen Ideen ist dabei Voraussetzung für die Lernenden, um diese als solche entweder für die Strukturierung der eigenen Kenntnisse aneignen oder reflektiert zurückweisen zu können.

Gegenüber diesen verschiedenen Perspektiven aus Kohärenz und Differenz in der Auseinandersetzung mit dem Fach Mathematik gibt es auch einen Standpunkt, durch den der Mathematik in den Differenzerfahrungen unterschiedlicher Fächer gerade eine integrierende Wirkung zugesprochen wird. Hans Schupp sieht die Mathematik in einer Vermittlerrolle in Bezug auf die schon seit einigen Jahrzehnten kontrovers geführte Diskussion um Snows „zwei Kulturen“⁴⁶⁰. Snow vertrat in einem berühmt gewordenen Vortrag 1959 in Cambridge die These, dass zwischen der literarisch-geisteswissenschaftlichen und der

⁴⁵⁶S. Kuntze, 2006, S. 95.

⁴⁵⁷Vgl. auch Kuntze, 2006, S. 96f.

⁴⁵⁸Vgl. Kuntze, 2011a, S. 165.

⁴⁵⁹Vgl. 5.1 auf Seite 164.

⁴⁶⁰Vgl. Schupp, 2007.

naturwissenschaftlich-technischen Kultur erhebliche Spannungen und Unverständnis herrschen. Bildungspolitik solle sich darauf ausrichten, diese Differenzen zu überbrücken.⁴⁶¹

Ob Snows These nun in dieser Allgemeinheit anzunehmen ist oder nicht: Spannungen zwischen verschiedenen wissenschaftlichen Disziplinen, insbesondere zwischen Natur- und Geisteswissenschaften, lassen sich auch heute noch zahlreich dokumentieren⁴⁶². Ignoranz zwischen den verschiedenen Disziplinen führt dann aber notwendig zu einer einseitigen Weltwahrnehmung, vor der auch Dressler in Bezug auf religiösen und naturwissenschaftlichen Fundamentalismus warnt⁴⁶³. Beide Seiten verschließen durch die Überbetonung der eigenen Perspektive andere Sichtweisen auf ein Problem und machen eine Bildung im Sinne der „Differenzkompetenz“⁴⁶⁴ damit unmöglich. Die Mathematik ist dabei traditionell weder klar dem naturwissenschaftlichen noch dem geisteswissenschaftlichen Bereich zuzuordnen. Schupp sieht sie in beiden Kulturen verankert, sieht das sogar als wesentliche Eigenschaft der Mathematik an⁴⁶⁵. Für eine unterrichtliche Umsetzung sieht Schupp zunächst im Sinne der Winterschen Grunderfahrungen⁴⁶⁶ ein ausgewogenes Verhältnis von inner- und außermathematischen Fragestellungen im Mathematikunterricht als geboten an. Neben einigen thematischen Anregungen, insbesondere auch der Aufforderung geisteswissenschaftliche Bezugsdisziplinen stärker einzubinden, stellt Schupp deutlich heraus, dass eine explizite Thematisierung des Modellierungskreislaufs sinnvoll erscheint, um Möglichkeiten aber auch Grenzen mathematischer Methoden und vor allem auch die Perspektivität mathematischer Bewertungen zu reflektieren⁴⁶⁷.

Eine dazu passende Forderung aus Sicht wissenschaftspropädeutischer Bildung ist die Reflexion typischer Arbeits- und Denkweisen, um die fachliche Perspektive von anderen abgrenzen zu lernen. Im Rahmen kompetenzorientierten Unterrichts bilden die prozessbezogenen Kompetenzen, wie etwa das von Schupp fokussierte Modellieren oder das bei Kuntze behandelte Argumentieren, einen Teil typisch mathematischer Tätigkeiten ab. Insbesondere in der Sekundarstu-

⁴⁶¹Vgl. Snow, 1959/1987.

⁴⁶²Vgl. Krimm, 2009, S. 245f.

⁴⁶³Vgl. Dressler, 2007, S. 258.

⁴⁶⁴Vgl. 2.2.4.2 auf Seite 94.

⁴⁶⁵Vgl. Schupp, 2007, S. 22ff.

⁴⁶⁶Vgl. Winter, 1996.

⁴⁶⁷Vgl. Schupp, 2007, S. 28f.

fe II sollte daher gemäß den Forderungen wissenschaftspropädeutischer Bildung auch eine Reflexion dieser Handlungen stattfinden. Dabei sollte entsprechend Schupps Forderungen die mathematische Fachperspektive beim mathematischen Modellieren gegen die Perspektive anderer ins Modell eingehender Fächer abgegrenzt und damit die Spezifität einer mathematischen Problemformulierung reflektiert werden. Auch die Ideen wissenschaftlicher Gütekriterien beim mathematischen Argumentieren können in diesem Zusammenhang kennengelernt und an bisherige Argumentationserfahrungen angeschlossen werden, um diese mit den wissenschaftlichen Kriterien zu vergleichen und zu bewerten. Inwiefern Reflexionen dieser Art mit den Zielstellungen der Bildungsstandards vereinbar sind, wird im folgenden Abschnitt untersucht.

2.2.5 Einordnung von reflexionsorientiertem Unterricht in administrative Vorgaben

Bereits in der Einleitung wurde beschrieben, dass Reflexionen in den Bildungsstandards explizit wie auch implizit vorgesehen sind. Wie eine Deutung dieser reflexiven Anteile unter der hier erarbeiteten Perspektive aussieht, soll in diesem Kapitel eingehender dargestellt und untersucht werden. Nach einem kurzen Überblick über Ziel und Aufbau der Bildungsstandards werden diese aus dem Blickwinkel eines reflexionsorientierten Unterrichts gedeutet. Dabei werden mit Blick auf zukünftige und frühere Anforderungen in Abiturprüfungen auch Bezüge zu den neuen Kerncurricula und den Einheitlichen Prüfungsanforderungen hergestellt.

In der Folge von einem aus Sicht der Bildungsadministration unerfreulichen Abschneiden bei internationalen Vergleichstests (TIMS-Studie 1997 und PISA 2001) wurden in Deutschland 2003 Bildungsstandards für den mittleren Schulabschluss eingeführt⁴⁶⁸. Im Jahr 2012 wurden in weitgehend analoger Weiterführung schließlich auch Bildungsstandards für die allgemeine Hochschulreife vorgestellt⁴⁶⁹. Das Ziel ist unter Anderem eine stärkere „Output-Orientierung“⁴⁷⁰. Dies bedeutet eine stärkere Fokussierung auf die von den Lernenden zu entwickelnden Kompetenzen, anstatt sich auf die Seite des „Inputs“, also die fachlichen Inhalte, zu beschränken, wie es in vorigen Lehrplänen üblich war. In den Bildungsstandards werden die Inhalte daher auch nicht so

⁴⁶⁸Vgl. Klieme u. a., 2003; KMK (Kultusministerkonferenz), 2004.

⁴⁶⁹Vgl. KMK (Kultusministerkonferenz), 2012.

⁴⁷⁰S. Klieme u. a., 2003, S. 12.

detailliert wie in Lehrplänen festgelegt, dies obliegt zusätzlich auszuarbeitender Kerncurricula der Länder⁴⁷¹.

Bei der Beschreibung der Bildungsstandards werden die Kompetenzbereiche der allgemeinen mathematischen Kompetenzen und der mathematischen Leitideen unterschieden. Die mathematischen Kompetenzen sollen sich an Gegenständen verschiedener Leitideen einsetzen lassen. Hier zeigt sich die bereits angesprochene Verschränkung von prozessualer und inhaltlicher Perspektive. Grundsätzlich sehen selbst Kritiker an der Konzeption und dem Prozess der Einführung positive Potentiale darin, dass nun verstärkt auf Verfügbarkeit von Wissen und Können der Lernenden auch in konkreten Anwendungs- und Problemsituationen geachtet wird, neben rein inhaltlich fokussierten Zielen also auch prozessuale stärker betont werden⁴⁷². Bruder sieht in der Weiterentwicklung dieser prozessualen Komponente eines der Hauptentwicklungspotentiale der Kompetenzen, insbesondere in Vorstellungen darüber, wie und welches Metawissen mit Lernenden dazu thematisiert werden sollte⁴⁷³. Das Konzept der Leitideen bezieht sich, wenn auch nicht explizit in den Bildungsstandards angegeben, auf das in der Didaktik bereits seit einigen Jahrzehnten diskutierte Konzept der fundamentalen Ideen⁴⁷⁴. Dadurch kann dem Lernenden eine Metaperspektive auf einzelne unterrichtliche Gegenstände eröffnet werden. Ebenso verhält es sich mit den prozessbezogenen Kompetenzen Argumentieren, Modellieren und Problemlösen, die eine Metaperspektive auf Handlungen innerhalb verschiedener inhaltlicher Bereiche ermöglichen können. Im Folgenden soll der Frage nachgegangen werden, inwiefern durch die Bildungsstandards Anlässe für Reflexionen im Mathematikunterricht intendiert oder wenigstens ermöglicht werden. Dabei wird der Fokus der Betrachtung auf die Sekundarstufe II gelegt.

Die Kompetenzen der Bildungsstandards werden nach drei Anforderungsbereichen gegliedert, die unterschiedliche kognitive Ansprüche darstellen. Diese werden in den Bildungsstandards zum Mittleren Schulabschluss mit den Begriffen „Reproduzieren“, „Zusammenhänge herstellen“ sowie „Verallgemeinern und Reflektieren“ beschrieben⁴⁷⁵. Anforderungsbereich III „umfasst das Bearbeiten komplexer Gegebenheiten u. a. mit dem Ziel, zu eigenen Problemformulierungen,

⁴⁷¹Vgl. Klieme u. a., 2003, S. 17.

⁴⁷²Vgl. Sill, 2007.

⁴⁷³Vgl. Bruder, 2012.

⁴⁷⁴Vgl. 5.1 auf Seite 164.

⁴⁷⁵S. KMK (Kultusministerkonferenz), 2004, S. 13.

Lösungen, Begründungen, Folgerungen, Interpretationen oder Wertungen zu gelangen“⁴⁷⁶. Die Ausführungen in den Bildungsstandards für die allgemeine Hochschulreife in Bezug auf die Kompetenzbereiche beinhalten im Anforderungsbereich III unter anderem die folgenden anzustrebenden Kompetenzen:

- Argumentieren: „verschiedene Argumente nach Kriterien wie Reichweite und Schlüssigkeit bewerten“⁴⁷⁷
- Problemlösen: „eine Strategie zur Lösung eines komplexeren Problems, z. B. zur Verallgemeinerung einer Schlussfolgerung, durch Anwenden mehrerer Heuristiken oder zur Beurteilung verschiedener Lösungswege, entwickeln und anwenden“⁴⁷⁸
- Modellieren: „mathematische Modelle im Kontext einer Realsituation überprüfen, vergleichen und bewerten“⁴⁷⁹

Diese Kompetenzziele sind recht allgemein formuliert, so dass darunter im Sinne Fischers sowohl operative Ziele als auch reflektorisches verstanden werden können. Denn zu den Zielen gehört es, sowohl selbst zu Modellierungen und Argumentationen fähig zu sein, als auch, nicht notwendigerweise eigene, Modellierungen und Argumentationen zu bewerten. Dies könnte durchaus auch die in der vorliegenden Arbeit fokussierten Reflexionshandlungen umfassen.

In Bezug auf die Leitideen wird in erster Linie betont, dass diese dabei helfen können verschiedene klassische Sachgebiete miteinander zu vernetzen⁴⁸⁰. Den Lernenden sollen diese also offensichtlich auch im Laufe ihrer Schulzeit bewusst werden. Von einer expliziten Thematisierung ist an keiner Stelle die Rede, ausgeschlossen wird sie allerdings auch nicht.

Die Sekundarstufe II bereitet die Lernenden auf die Abiturprüfungen vor, insofern ist die Bedeutung der Themen in der Schulpraxis stark davon abhängig, inwiefern sie in die jeweiligen Prüfungen eingebunden sind. Für eine Bewertung der bisherigen Berücksichtigung von Reflexionen können die Einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung Mathematik (EPAs) als langjährige Grundlage des Abiturs untersucht werden. In diesen EPAs wird bei

⁴⁷⁶S. KMK (Kultusministerkonferenz), 2004, S. 13.

⁴⁷⁷S. KMK (Kultusministerkonferenz), 2012, S. 15.

⁴⁷⁸S. KMK (Kultusministerkonferenz), 2012, S. 16.

⁴⁷⁹S. KMK (Kultusministerkonferenz), 2012, S. 17.

⁴⁸⁰Vgl. KMK (Kultusministerkonferenz), 2012, S. 21.

den Beschreibungen der inhaltlichen und methodischen Ziele der Schwerpunkt auf operative Aufgaben gelegt. Ein „kritisches Reflektieren der Ergebnisse und der Vorgehensweise“⁴⁸¹ wird beispielsweise in den Kontext der schrittweisen Lösung eines realitätsnahen Problems gesetzt. Heuristische Strategien sollen genutzt werden, Beweise mit Hilfe geeigneter Verfahren durchgeführt werden, Argumentieren bei mathematischen Sachverhalten beherrscht werden⁴⁸². Auch in den weiteren Ausführungen zu den einzelnen Anforderungsbereichen bestätigt sich dieser Eindruck weitgehend: Vergleich oder Bewertung von Problemlösungsstrategien oder Argumentationen werden nicht genannt, lediglich im Bereich des Modellierens wird auch ein „Überprüfen und Bewerten der Vorgehensweise sowie Interpretieren und Beurteilen der Ergebnisse“⁴⁸³ erwähnt, was im Kontext aber auch eher auf selbst durchgeführte Modellierungen bezogen werden kann. Eine Aufgabe zu diesem Aspekt ist bei den Beispielen in der Aufgabe zu Übergangsmatrizen für Säugetiere realisiert^{484, 485}. Entsprechende Reflexionen zum Argumentieren oder Problemlösen sind nicht angegeben. Ein gesteigertes Anforderungsniveau bezieht sich hier also eher auf eine Steigerung der Qualitätsmerkmale des mathematischen Wissens in Bezug auf dessen Transferfähigkeit, weniger auf das Einbeziehen metafachlicher Perspektiven etwa im Sinne wissenschaftstheoretischer Überlegungen zu Argumentationen in der Mathematik.

In den Operatorenlisten der Länder, in denen Operatoren für die Aufgabenkonstruktion erläutert werden, zeigt sich ein ähnliches Bild⁴⁸⁶. Gezielte Aufträge zur Reflexion (wie etwa Interpretieren) beziehen sich auf Modellierungen, ansonsten steht das Ausführen und Beschreiben von mathematischen Operationen im Vordergrund. Eine Reflexion von Argumentationsweisen oder Problemlösestrategien wird nicht thematisiert. Operatoren, die Reflexionspotentiale enthalten, werden eher in innermathematische Richtung expliziert. So ist etwa Begründen als ein weniger formales Beweisen beschrieben. Entscheiden wird unter anderem auf die Wahl von alternativen Modellbildungen bezogen, wo-

⁴⁸¹S. KMK (Kultusministerkonferenz), 2002, S. 4.

⁴⁸²Vgl. KMK (Kultusministerkonferenz), 2002, S. 4f.

⁴⁸³S. KMK (Kultusministerkonferenz), 2002, S. 13.

⁴⁸⁴Vgl. KMK (Kultusministerkonferenz), 2002, S. 28ff.

⁴⁸⁵Vgl. auch die Aufgabe zur Populationsentwicklung von Schwarzwild in 6.3.3.3 auf Seite 309.

⁴⁸⁶Vgl. NKM (Niedersächsisches Kultusministerium), 2010; ; HKM (Hessisches Kultusministerium), 2014.

bei nicht beschrieben ist, welche Maßstäbe dabei angewendet werden sollen⁴⁸⁷. In den Operatoren des Hessischen Kultusministeriums für die mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer sind zwar neben Beweisen und Beurteilen auch Diskutieren/Erörtern sowie Stellung nehmen als Operatoren angegeben, aber zu den beiden letztgenannten, die zu subjektiven Reflexionen einladen, sind lediglich naturwissenschaftliche und keine mathematischen Beispiele gegeben⁴⁸⁸.

In den Abiturprüfungen des Landes Hessen wird das neuen Kerncurricula ab dem Schuljahr 2018/19 die verbindliche Grundlage sein. Dieses Kerncurriculum für die Sekundarstufe II liegt seit dem 2. Halbjahr des Schuljahres 2015/2016 in der endgültigen Fassung vor⁴⁸⁹. In diesem Kerncurriculum sind in Q4 sogar eigene Themenfelder für die prozessbezogenen Kompetenzen Argumentieren, Modellieren und Problemlösen vorgesehen. Die Lernenden sollten dort die Kompetenzen „weiterentwickeln sowie reflektieren“⁴⁹⁰. Dabei wird schon in der allgemeineren Beschreibung der Ziele der gymnasialen Oberstufe auf verschiedene Wissensdomänen und die damit verbundenen Modi der Weltbegegnung explizit Bezug genommen. Im Unterricht soll eine „reflexive Beschäftigung“⁴⁹¹ mit diesen Modi ermöglicht werden. Ein Schwerpunkt der im Kerncurriculum intendierten Reflexionen bezieht sich also direkt auf Aspekte der Wissenschaftspropädeutik, die auch in der vorliegenden Arbeit betrachtet wurden⁴⁹². Es liegt derzeit allerdings noch keine Beispielaufgaben für die Themenfelder in Q4 vor, durch welche diese Perspektive noch klarer eingeordnet werden könnte.

Letztlich ist im Abitur und generell in Prüfungsaufgaben sicherlich nicht jeder Aspekt des Unterrichts gut abzubilden⁴⁹³. So werden im Unterricht schon seit vielen Jahren komplexe Modellierungen mit den Lernenden durchgeführt, obwohl sich diese aufgrund des offenen Aufgabenformats und des nötigen Zeitaufwands kaum als Prüfungsaufgaben eignen. Bei aller Vorsicht was die Möglichkeiten einer Umsetzung in Prüfungen anbelangt zeigt sich hier meines Erachtens aber insbesondere durch das Kerncurriculum eine Entwicklung, die eine stärkere Berücksichtigung reflektorischer Komponenten ermöglichen könnte. Mit Blick auf das dafür nötige Reflexionswissen ist allerdings derzeit noch Bruder

⁴⁸⁷Vgl. NKM (Niedersächsisches Kultusministerium), 2010.

⁴⁸⁸Vgl. HKM (Hessisches Kultusministerium), 2014.

⁴⁸⁹Vgl. HKM (Hessisches Kultusministerium), 2016.

⁴⁹⁰S. HKM (Hessisches Kultusministerium), 2016, S. 43.

⁴⁹¹S. HKM (Hessisches Kultusministerium), 2016, S. 5.

⁴⁹²Vgl. 2.2.4.1 auf Seite 89.

⁴⁹³Vgl. Bruder, 2010, S. 116f.

zuzustimmen, wenn sie konstatiert, dass in Bezug auf die Thematisierungen von „Metawissen“ zu den prozessbezogenen Kompetenzen eine konsequente Umsetzung im Unterricht noch nicht realisiert ist⁴⁹⁴. Wenn der Unterricht stärker auf die Reflexion von verschiedenen Wissensdomänen und deren Methoden hin ausgestaltet wird, könnte dies die bildungstheoretische Diskussionslinie bilden, die Neubrand in Bezug auf die Oberstufe in den Bildungsstandards vermisst⁴⁹⁵.

2.2.6 Konzepte mit anderen Zielstellungen

Die vorgestellten Konzepte von Reflexionswissen werden in der vorliegenden Arbeit alle der bildungstheoretischen Perspektive zugeordnet⁴⁹⁶. Damit diese gegenüber anderen Perspektiven klarer abgegrenzt werden kann, sollen hier zwei weitere Konzepte von Reflexion kurz besprochen werden, die andere Ziele als die hier im weiteren Verlauf angestrebten verfolgen. In der Charakterisierung der in der vorliegenden Arbeit verwendeten Begriffe von Reflexionshandlung und Reflexionswissen wird auch auf Basis dieses Abschnitts die Unterscheidung der Perspektiven detaillierter angegeben⁴⁹⁷.

2.2.6.1 Reflexion bei Freudenthal

In der Didaktik sind bei verschiedenen Zugängen zu genetischem Unterricht häufig auch Vergleiche zwischen der historischen Entwicklung eines Gegenstandes und dessen individueller Aneignung gezogen worden. Inwiefern diese Vergleiche für die Unterrichtsgestaltung hilfreich sind, ist dabei Gegenstand zahlreicher Diskussionen, wie etwa die Diskussion um das sogenannte „biogenetische Grundgesetz“ bei Führer zeigt⁴⁹⁸. Auch Hans Freudenthal vergleicht die historische Entwicklung von Mathematik mit der individuellen Aneignung und sieht dabei Reflexionen in beiden Fällen als wesentliche Triebfeder der Weiterentwicklung von Mathematik in der Forschung respektive der Auffassung des Individuums⁴⁹⁹.

Reflektieren wird dabei als die Tätigkeit aufgefasst, von einer bestimmten Stufe des mathematischen Denkens aus eine neue Perspektive zu erarbeiten und zur nächsten Stufe zu gelangen. Danach handelt es sich etwa beim Beweisen

⁴⁹⁴Vgl. Bruder, 2012.

⁴⁹⁵Vgl. auch 1.1 auf Seite 2.

⁴⁹⁶Vgl. 1.1 auf Seite 3 und 3.1.1 auf Seite 109.

⁴⁹⁷Vgl. 3.1.1 auf Seite 109.

⁴⁹⁸Vgl. Führer, 1997, S. 50ff.

⁴⁹⁹Vgl. Freudenthal, 1973, S. 116ff.

um eine Tätigkeit, die den Gipfel eines Prozesses darstellt, der mit dem Konstruieren, als implizitem Beweis von Existenzaussagen, beginnt. Reflektieren des Vorgehens bei diesem Zwischenstadium ermöglichte es in der Entwicklung der Mathematik, die Methode des Beweisens weiterzuentwickeln. Freudenthal veranschaulicht diesen Zusammenhang zunächst an der Genese der Mathematik in der griechischen Antike: Durch das Reflektieren, verstanden als Hinterfragen der Gültigkeit offensichtlicher Zusammenhänge, entwickelten die Griechen anhand der Geometrie die Idee der Deduktivität. Sie begannen über das Verwenden von möglicherweise empirisch gefundenen Zusammenhängen hinaus, deren Gültigkeit und die Frage der Vergewisserung von dieser Gültigkeit in den Blick zu nehmen. Hier nimmt nach Freudenthal das deduktive Denken seinen Anfang, Beweisen versteht er in diesem Zusammenhang als ein „formalisiertes Reflektieren“⁵⁰⁰. In einem entsprechend gestuften Lernprozess kann den Lernenden ein Nacherfinden dieses Entwicklungsprozesses ermöglicht werden.⁵⁰¹

Im Mathematikunterricht müssen den Lernenden die Handlungen einer niedrigen Stufe mathematischen Denkens zunächst bewusst werden. Diese Handlungen werden dann durch deren Analyse zu einem neuen Lerngegenstand der Mathematik auf der höheren Stufe^{502,503}. Die Stufen werden dabei für einen gut organisierten Lernprozess als häufig unvermeidlich verstanden. Beispielsweise sollen die Lernenden in der Geometrie zunächst einen anschaulichen Parallelogrammbegriff selbst an Beispielen entwickeln, diese „nullte“ Stufe mathematischen Denkens nennt Freudenthal prämathematisch⁵⁰⁴. Mit Hilfe einer Analyse der eigenen Ordnungsbemühungen nähern sich die Lernenden dann der mathematischen Definition an. Mit den Mitteln dieser neuen Stufe können dann weitere mathematische Gebiete handelnd erkundet werden. Die Analyse dieser Handlungen führt dann wiederum zur nächsten Stufe. Die Zielstellung dieser Reflexion ist also eine vertiefte fachliche Durchdringung der mathematischen Inhalte bzw. im historischen Kontext deren Weiterentwicklung im Sinne einer zunehmenden Abstrahierung.

⁵⁰⁰S. Freudenthal, 1983, S. 486.

⁵⁰¹Vgl. Freudenthal, 1983.

⁵⁰²S. Freudenthal, 1983, S. 490f.

⁵⁰³Vgl. Freudenthal, 1973, S. 116 und S. 120.

⁵⁰⁴Vgl. Freudenthal, 1973, S. 122.

2.2.6.2 Metakognition

In der Tätigkeitstheorie wird der Begriff der Reflexion häufig der Metakognition als Tätigkeit, die sich auf Geistiges bezieht, zur Verbesserung der Lerntätigkeit zugerechnet^{505, 506}. Auch in der Mathematikdidaktik wird mit Reflexionen häufig Metakognition in Verbindung gebracht. In der vorliegenden Arbeit wird mit Metakognition dagegen umgekehrt eine bestimmte Perspektive auf Reflexionen neben anderen, beispielsweise der bildungstheoretischen, verbunden⁵⁰⁷. Die metakognitive Perspektive soll an dieser Stelle daher nur kurz, vor allem in Abgrenzung zu den ausführlich vorgestellten Konzepten, dargestellt werden.

Metakognition kann ganz allgemein als Denken über das Denken aufgefasst werden^{508, 509}. Das genauere Begriffsverständnis variiert allerdings stark zwischen verschiedenen Gruppen von Autoren. So wird etwa die Frage, ob Selbstregulation eine der Metakognition über- oder untergeordnete Instanz ist und, damit verbunden, ob motivationale Aspekte zur Metakognition gehören oder nicht, ganz unterschiedlich beantwortet. Insgesamt ist also nicht von einem allgemein akzeptierten Metakognitionsbegriff auszugehen⁵¹⁰. In Anlehnung an John Flavell, der die heutige Diskussion Ende der 70er Jahre initiierte⁵¹¹, wird wie beim Wissensbegriff generell meist zwischen deklarativem und prozeduralem metakognitivem Wissen unterschieden. Diese beiden Wissensformen lassen sich wie folgt charakterisieren:

- „• Das *deklarative metakognitive Wissen* umfaßt das Wissen über das eigene Denken und das anderer Personen wie auch das Wissen über Anforderungen an die eigene Kognition,
- während sich das *prozedurale metakognitive Wissen* auf die Kontrolle und Regulierung der bei der Bearbeitung von Lernaufgaben involvierten Ausführungsprozesse bezieht.“⁵¹²

⁵⁰⁵Vgl. Giest und Lompscher, 2006, S. 30.

⁵⁰⁶Vgl. 2.1.5 auf Seite 44.

⁵⁰⁷Vgl. 1.1 auf Seite 3.

⁵⁰⁸Vgl. A. Kaiser und Kaiser, 1999, S. 25.

⁵⁰⁹Vgl. Seel, 2003, S. 224.

⁵¹⁰Vgl. Veenman, Hout-Wolters, und Afflerbach, 2006, S. 4.

⁵¹¹Vgl. Flavell, 1979.

⁵¹²S. Seel, 2003, S. 227.

Zusätzlich werden der Metakognition von einigen Autoren auch motivationale Aspekte wie die bewusste Bewertung des eigenen emotionalen und motivationalen Zustands bei einer Aufgabenbearbeitung zugeschrieben⁵¹³.

Der pädagogische Fokus der Diskussion um Metakognition ist „die Frage, auf welche Weise man Schülern durch Unterricht helfen kann, zu „lernen, wie man lernt““⁵¹⁴. In der mathematikdidaktischen Diskussion zur Metakognition wird vor allem untersucht, inwieweit Metakognition Lernende bei der Lösung von mathematischen Aufgaben unterstützen kann. Die Osnabrücker Gruppe um Elmar Cohors-Fresenborg untersuchte über diese Lösungsprozesse hinaus allgemein diskursive Prozesse im Unterricht in denen metakognitive Aspekte eine Rolle spielen. Sie untersuchten beispielsweise metakognitive Prozesse beim Erfinden von Definitionen und beim Beweisen oder auch das Zusammenspiel von Vorstellungen und Darstellungen⁵¹⁵. Dabei unterscheiden sie die Komponenten Planung, Monitoring und Reflexion. Bei der Planung geht es um die Auswahl geeigneter Werkzeuge zur Problemlösung, beim Monitoring um die Überwachung und Kontrolle von angestrebten und erreichten Zielen. Im Unterschied zum Monitoring findet Reflexion nicht im Problemlöseprozess statt, sondern jeweils bezogen auf Zwischenergebnisse. Reflexion hat das gestellte Problem oder das Verständnis von Begriffen zum Gegenstand⁵¹⁶.

Neben dieser Systematisierung von metakognitiven Prozessen wurden von der Osnabrücker Gruppe mehrere Konzepte erarbeitet, in denen Metakognition das Lernen von Mathematik unterstützt, indem diese als Werkzeug der Wissensrepräsentation eingesetzt wird⁵¹⁷. Dabei stehen die kognitiven Prozesse bei der Wissenskonstruktion, -nutzung und -organisation im Zentrum⁵¹⁸. Es wird davon ausgegangen, dass Mathematik dabei hilft, intuitiv vorhandenes Wissen präzise darzustellen. Das wesentliche Ziel ist der „Aufbau eines kognitiven mathematischen Betriebssystems in den Köpfen“⁵¹⁹ der Lernenden. Sie sollen bewusste Erfahrungen damit sammeln. So wird etwa der Umgang mit Zahlen mit der Metapher eines Vertragswerkes eingeführt, um eine Vorstellung von präzisen mathematischen Begriffsbildungsprozessen und den zugehörigen Axio-

⁵¹³Vgl. Seel, 2003, S. 227.

⁵¹⁴S. Seel, 2003, S. 224.

⁵¹⁵Vgl. Cohors-Fresenborg, 2011, S. 183.

⁵¹⁶Vgl. Cohors-Fresenborg und Kaune, 2007, S. 233ff.

⁵¹⁷Vgl. Sjuts, 2003b, S. 21.

⁵¹⁸Vgl. Cohors-Fresenborg, Schwippert, und Klieme, 2000, S. 45.

⁵¹⁹S. Cohors-Fresenborg, 1996, S. 86.

mensystemen zu ermöglichen. Auf diese Metapher wird dann bei der weiteren Begriffsbildung, etwa bei Zahlbereichserweiterungen oder der Termumformungslehre, zurückgegriffen⁵²⁰.

Mit der im Osnabrücker Curriculum angestrebten expliziten Thematisierung von Mathematik als kognitivem Werkzeug zur formalen Repräsentation von Wissen, sind zum Teil auch neue inhaltliche Ziele begründet, die beispielsweise eine Reflexion über die Idee der Axiomatisierung begünstigen können. Dennoch geht es aus metakognitiver Sicht nur um eine „Akzentverschiebung in der inhaltlichen Ausrichtung, besonders aber um eine methodische Neuorientierung, basierend auf einem anderen Selbstverständnis des Erwerbs von mathematischem Wissen und Verstehen“⁵²¹. Entsprechend liegt der Fokus weniger auf neuen inhaltlichen Zielen, sondern auf einer Förderung innerfachlichen Lernens.

Generell wird bei metakognitiven Prozessen dem prozeduralen Metawissen im Allgemeinen größere Bedeutung eingeräumt als deklarativem Metawissen. So konstatiert etwa Weinert: „Je mehr jemand über sein Wissen, den Wissenserwerb und die Wissensnutzung weiß (metakognitive Kompetenzen), desto besser kann er dieses Wissen beim Denken und für den Erwerb neuen Wissens einsetzen. Dabei kommt es nicht so sehr auf das deklarative (also verbal aussprechbare) Metawissen an, sondern vor allem auf die prozeduralen Fertigkeiten der Planung, Überwachung, Kontrolle, Korrektur und Bewertung des eigenen Lernens oder Denkens“⁵²². Metawissen wird dabei also in erster Linie als Vehikel betrachtet, den fachinhaltlichen Lernprozess zu unterstützen.

⁵²⁰Vgl. Cohors-Fresenborg, Kaune, und Griep, 1993.

⁵²¹S. Cohors-Fresenborg, 1996, S. 86.

⁵²²S. Weinert, 1996, S. 17.

<http://www.springer.com/978-3-658-16364-8>

Reflexionswissen zur linearen Algebra in der
Sekundarstufe II

Schmitt, O.

2017, XXI, 418 S. 47 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-658-16364-8