

---

## Vorwort

Die Absicherung eines Menschen gegen die finanziellen Belastungen durch Heilbehandlung in Folge von Krankheiten oder Verletzungen gehört in Deutschland seit Ende des 19. Jahrhunderts zu den wichtigsten Errungenschaften des Sozialstaates. Ärztliche Grundversorgung, Pflege und Heilung waren damit nicht mehr nur den Wohlhabenden vorbehalten, sondern konnten auch von weniger betuchten Personen, vor allem Arbeitern, in Anspruch genommen werden. Seit diesen – für die damalige Zeit sicherlich revolutionären – Tagen hat sich das System der Krankenversicherung stetig gewandelt und weiter entwickelt. Ist es in den letzten Jahren und Jahrzehnten immer wieder auch zu einschneidenden Maßnahmen gekommen, so gehört das deutsche System der Krankenversicherung sicherlich noch immer zu den leistungsstärksten weltweit.

Dieses System ruht heute auf zwei Pfeilern, der gesetzlichen Krankenversicherung (GKV) und der privaten Krankenversicherung (PKV). Jede in Deutschland lebende Person muss in einem der beiden Teilsysteme einen Versicherungsschutz mit einer gegebenen Mindestausstattung besitzen. Die Möglichkeit einer Versicherung in der PKV ist jedoch an Bedingungen geknüpft, die im Wesentlichen mit dem beruflichen Status der Person oder ihrem Einkommen verbunden sind. Derzeit ist in Deutschland etwa jeder zehnte Bürger privat versichert.

Die private Krankenversicherung kann aus ökonomischer, juristischer oder mathematischer Sicht betrachtet werden. In diesem Buch steht die mathematische Behandlung der PKV im Zentrum. Die Krankenversicherungsmathematik ist ein Teilgebiet der angewandten Mathematik. Aus diesem Blickwinkel gehört sie zur Personenversicherung, hat also kalkulatorisch viele Gemeinsamkeiten mit der Lebens- und Pensionsversicherung. Dies macht sich in der Verwendung des zentralen finanzmathematischen Konzepts der Bewertung von Zahlungsströmen bemerkbar. Vom Leser werden daher Grundkenntnisse in Analysis, elementarer Finanzmathematik und Stochastik erwartet. Einige ausgewählte Grundlagen werden im Anhang zusammengefasst, auf den bei Bedarf hingewiesen wird. Kenntnisse der Lebensversicherungsmathematik sind nicht nötig, erleichtern aber das Verständnis an einigen Stellen.

Aus praktischer Sicht wird eine rein mathematische Behandlung des Themas aber der Tatsache nicht gerecht, wonach vor allem juristische Vorgaben erst den Ausschlag für einen Großteil der letztlich verwendeten Formeln und Ansätze geben. Daher werden wir

immer wieder auf diese Vorgaben eingehen. Im Text tauchen demnach häufig Ausschnitte aus Gesetzes- und Verordnungstexten auf. Diese kann der Leser vollständig z. B. auf der Webseite *Gesetze im Internet* finden. Oft wird nicht der gesamte Text des angegebenen Paragraphen bzw. Absatzes zitiert. Auslassungen werden durch das Symbol [...] angezeigt.

Die Literatur zur Mathematik der privaten Krankenversicherung ist sehr übersichtlich. Da die PKV mehr als jede andere Versicherungssparte von häufigen politisch oder juristisch motivierten Anpassungen betroffen ist, ist es für jedes Fachbuch schwierig, auf dem neuesten Stand zu sein. Die beiden Bücher von Bohn<sup>1</sup> und Milbrodt<sup>2</sup> besprechen die Kalkulationsprinzipien der PKV ausführlich und seien als weitere Lektüre auf jeden Fall empfohlen. Sie enthalten aber nicht die Neuerungen der letzten Jahre, wie z. B. den Übertragungswert oder die Unisexstarife. Der vorliegende Text orientiert sich inhaltlich sowohl an diesen beiden Werken als auch an den Lernzielen des Grundwissens der Aktuarausbildung im Bereich Krankenversicherung. Das Buch kann somit auch als Begleittext für die Aktuarausbildung dienen.

Zudem sind über 70 Übungsaufgaben enthalten. Ein großer Teil der Aufgaben stammt mit freundlicher Genehmigung der Deutschen Aktuar Akademie (DAA) aus den Grundwissenprüfungen der Aktuarausbildung zur Krankenversicherungsmathematik (die seit 2011 in die Prüfung zur Personenversicherungsmathematik integriert ist)<sup>3</sup>. Dabei wurden die Aufgabentexte wörtlich übernommen, wobei aber – soweit notwendig – Anpassungen an zwischenzeitlich veränderte Gesetze und Verordnungen vorgenommen wurden. Die Darstellungsweise der Texte und Tabellen sowie einige Notationen wurden zudem an die Spezifika des Buches angepasst. Alle DAA-Prüfungsaufgaben und deren Lösungen seit 1997 sind auch auf der Webseite der DAV einsehbar<sup>4</sup>. Für die restlichen Aufgaben ist am Ende des Buches eine Liste der numerischen Ergebnisse beigelegt.

Einige der in diesem Buch getroffenen Aussagen basieren auf konkreten Erfahrungen des Autors in der Praxis. Sie können daher nicht ohne Einschränkung auf alle PKV-Unternehmen ausgedehnt werden. Insofern kann es bei allen Themen, die nicht eindeutig durch Gesetze oder Verordnungen festgelegt sind oder dem allgemein anerkannten versicherungsmathematischen Vorgehen entsprechen, durchaus zu unterschiedlichen Auslegungen und Vorgehensweisen in der Praxis kommen.

Noch ein Hinweis zu den Beispielen und Aufgaben: Die verwendeten Zuschlags- und Kostenparameter sind für Beispielszwecke ausgewählt worden, für alle weiteren Rechnungsgrundlagen kommen Daten der Bundesanstalt für Finanzdienstleistungsaufsicht (BaFin) zum Einsatz. Welche Werte einzelne Versicherungsunternehmen für ihre Kal-

---

<sup>1</sup> Bohn, K.: *Die Mathematik der deutschen Privaten Krankenversicherung*. Schriftenreihe Angewandte Versicherungsmathematik Heft 11. Verlag VVW, Karlsruhe, 1980.

<sup>2</sup> Milbrodt, H.: *Aktuarielle Methoden der deutschen Privaten Krankenversicherung*. Schriftenreihe Angewandte Versicherungsmathematik Heft 34. Verlag VVW, Karlsruhe, 2005. Eine aktualisierte und erweiterte Neuauflage erschien im Dezember 2016.

<sup>3</sup> Die entsprechenden Aufgaben haben Überschriften wie DAV 2009/1. Das bedeutet, dass es sich um die 1. Aufgabe der Prüfung im Jahr 2009 handelt.

<sup>4</sup> Geben Sie im Suchfeld der Webseite den Begriff *Lösungsvorschläge* ein.

kulation verwenden, ist Bestandteil der internen Geschäftspläne und nicht öffentlich zugänglich. Insofern können die berechneten Prämien und Rückstellungen dieses Buches nicht als Argumentationsgrundlage für einen Vergleich mit tatsächlichen Werten dienen.

In den meisten Grafiken des Buches ist die Abhängigkeit einer Größe vom Alter der betrachteten Person(en) abgebildet. Wenn die horizontale Achse keine andere Beschriftung besitzt, ist dort also immer das Alter aufgetragen. Die Größe auf der vertikalen Achse ist der entsprechenden Bildunterschrift zu entnehmen. Beweise werden mit dem üblichen Symbol ■ abgeschlossen, Beispiele mit ▲.

Oft ist von Versicherungsnehmern die Rede. Damit sind immer sowohl versicherte Männer als auch Frauen gemeint.

Die Kapitel können in der gegebenen Reihenfolge bearbeitet werden. Beim ersten Lesen können die Abschn. 4.4, 5.7, 5.9, 6.5, 8.5, 9.4 und 10.2 aber ohne Nachteil übergangen werden.

Ich möchte dem Springer Verlag, vor allem Frau Schmickler-Hirzebruch und Frau Gerlach, für die Unterstützung während der Entstehung des Buches herzlich danken. Auch der Deutschen Aktuar Akademie danke ich für die Möglichkeit, die bisherigen Prüfungsaufgaben hier verwenden zu dürfen. Schließlich gilt mein besonderer Dank Herrn Prof. Dr. Bernd Luderer für seine vielen wertvollen inhaltlichen und auch technischen Hinweise und die Aufnahme dieses Buches in die Reihe Wirtschaftsmathematik.

Berlin  
im November 2016

*Torsten Becker*

Mathematik der privaten Krankenversicherung

Becker, T.

2017, XI, 280 S. 57 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-658-16665-6