

Allgemeine Relativitätstheorie (ART): Eine Übersicht

© Springer Fachmedien Wiesbaden 2017

Mark Popenko, Allgemeine Relativitätstheorie und Gravitomagnetismus

Jonas Pohl, Allgemeine Relativitätstheorie und Gravitationswellen

Klassische Mechanik

Isaac Newton:

Gravitation ist eine Kraft, die, wie jede andere Kraft auch, den drei Newton'schen Axiomen genügt. Die Feldgleichung für das Gravitationspotential Φ ist analog zur Elektrostatik aufzustellen.

Wegelement:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 = \delta_{ij} dx^i dx^j$$

Bewegungsgleichung:

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -m \nabla \Phi(\mathbf{r})$$

Feldgleichung:

$$\Delta \Phi(\mathbf{r}) = 4\pi G \rho(\mathbf{r})$$

Gravitationskonstante:

$$G = (6.674 \pm 0.001) \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$$

Gravitationsfeldstärke für Punktmasse M

im Ursprung:

$$\mathbf{g} = -\nabla \Phi(\mathbf{r}), \quad \Phi = -\frac{GM}{r}$$

Galilei-Transformation:

$$x'^i = \alpha^i_k x^k + a^i + v^i t, \quad t' = t + t_0$$

Die Maxwell-Gleichungen sind nicht mit der klassischen Gravitationstheorie vereinbar

⇒ Notwendigkeit einer Verallgemeinerung

Beschleunigte Bezugssysteme

Die Prinzipien der Allgemeinen Relativitätstheorie erfordern die Beschreibung in beschleunigten Bezugssystemen.

Metrischer Tensor:

$$g_{\mu\nu}(x) = \eta_{\alpha\beta} \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu}$$

positiv definites, symmetrisches kovariantes Tensorfeld 2. Stufe

→ charakterisiert gekrümmte Raumzeit

Seine Komponenten sind keine Konstanten, sondern explizit vom Punkt in der Raumzeit abhängig.

Wegelement:

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x) dx^\mu dx^\nu$$

Christoffel-Symbole:

$$\Gamma^\kappa_{\mu\lambda} = \frac{g^{\kappa\nu}}{2} \left(\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\lambda} + \frac{\partial g_{\lambda\nu}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\lambda}}{\partial x^\nu} \right)$$

Spezielle Relativitätstheorie (SRT)

Raum und Zeit sind nicht absolut, sondern miteinander verknüpft. Die vierdimensionale Raumzeit ist pseudoeuklidisch und wird durch die Minkowski-Koordinaten (ct, x, y, z) beschrieben.

Verallgemeinerte Abstände werden mit dem Wegelement

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = \eta_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta$$

angegeben. Der metrische Tensor $\eta_{\alpha\beta}$ ist eine 4x4-Matrix mit konstanten Einträgen:

$$(\eta_{\alpha\beta}) = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$$

In zueinander gleichförmig bewegten Bezugssystemen sollen physikalische Gesetze dieselbe Form haben.

Gesetze werden als Lorentz-Tensorgleichungen formuliert, damit sie invariant unter inhomogenen Lorentz-Transformationen

$$x'^\alpha = \Lambda^\alpha_\beta x^\beta + a^\alpha$$

sind und in allen Inertialsystemen gelten.

Bis auf Gravitation kann die Physik in der SRT widerspruchsfrei beschrieben werden. Der Minkowski-Raum erfüllt die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit.

Prinzipien der Allgemeinen Relativitätstheorie

Schwaches Äquivalenzprinzip:

Zwischen Schwerkraft und Beschleunigungskraft gibt es keinen Unterschied. Somit stimmt träge Masse mit schwerer Masse überein. Experimentell ist diese Übereinstimmung mit hoher Genauigkeit durch den Aufbau von Eötvös gezeigt. In der ART ist diese auf die Mechanik eingeschränkte Erfahrungstatsache eine Folge der Krümmung der Raumzeit.

Starkes Äquivalenzprinzip:

In jedem Punkt eines Gravitationsfeldes kann ein Lokales Inertialsystem (LIS) angegeben werden. Im LIS gelten in einer hinreichend kleinen Umgebung eines Punktes die Naturgesetze ohne Gravitation, wie sie in der SRT beschrieben werden. Die Physik ist explizit vom betrachteten Punkt in der Raumzeit abhängig.

In der Folge ist die Bewegung im Gravitationsfeld analog zur Bewegung im beschleunigten Bezugssystem zu betrachten.

Korrespondenzprinzip:

Als verallgemeinernde Theorie muss die ART die vorherigen Spezialfälle enthalten. Wirkt keine Gravitation, gelten die Gesetze der SRT. Für schwache Felder und langsame Bewegungen gehen die Gesetze in die der Newton'schen Gravitationstheorie über.

Kovarianzprinzip:

In allen Bezugssystemen sollen dieselben physikalischen Gesetze gelten. Gravitation ist keine Kraft, sondern eine Krümmung der Raumzeit. Anstatt des vierdimensionalen Minkowski-Raumes sind allgemeinere Riemann-Räume zur Beschreibung nötig.

Materie verursacht eine Krümmung der Raumzeit. Die gekrümmte Raumzeit bestimmt die Bewegung der Materie. Gesetze müssen als Riemann-Tensorgleichungen formuliert werden.

Riemann-Raum

Die gekrümmte Raumzeit wird durch eine differenzierbare Mannigfaltigkeit mit einem Wegelement beschrieben. In diesem Riemann-Raum transformieren sich Tensoren durch die allgemeine Koordinaten-Transformation

$$x'^i = x'^i(x^1, \dots, x^N)$$

mit den Transformationsmatrizen

$$\alpha^i_k(x) := \frac{\partial x'^i}{\partial x^k}, \quad \bar{\alpha}^i_k(x') := \frac{\partial x^i}{\partial x'^k}.$$

Das Heben und Senken von Indizes erfolgt im Riemann-Raum unter Anwendung von $g_{\mu\nu}(x)$. Die partiellen Ableitungen

$$A^i_{,k} := \frac{\partial A^i}{\partial x^k}$$

transformieren nicht wie Vektoren in allgemeinen Koordinaten. Deshalb wird die kovariante Ableitung über die Christoffel-Symbole gemäß

$$A^i_{;k} := A^i_{,k} + \Gamma^i_{kp} A^p$$

eingeführt. Im gekrümmten Raum kann kein globales kartesisches Koordinatensystem eingeführt werden. Der Krümmungstensor liefert ein Kriterium zur Unterscheidung von flachen und gekrümmten Räumen.

Gilt $R^m_{ikp} = 0$, so ist der Raum flach. Für $R^m_{ikp} \neq 0$ ist der Raum intrinsisch gekrümmt.

Riemann'scher Krümmungstensor:

$$R^m_{ikp} := \Gamma^m_{ik,p} - \Gamma^m_{ip,k} - \Gamma^r_{ip} \Gamma^m_{rk} + \Gamma^r_{ik} \Gamma^m_{rp}$$

Ricci-Tensor:

$$R_{ip} := R^m_{imp} = \Gamma^m_{im,p} - \Gamma^m_{ip,m} - \Gamma^r_{ip} \Gamma^m_{rm} + \Gamma^r_{im} \Gamma^m_{rp}$$

Krümmungsskalar:

$$R := g^{ip} R_{ip} = R^i_i = g^{ip} \left(\Gamma^m_{im,p} - \Gamma^m_{ip,m} - \Gamma^r_{ip} \Gamma^m_{rm} + \Gamma^r_{im} \Gamma^m_{rp} \right)$$

Symmetrieeigenschaften:

$$R_{mikp} = R_{kpmi}, \quad R_{mikp} = -R_{imkp} = -R_{mipk} = R_{impk}, \quad R_{mikp} + R_{mpik} + R_{mkpi} = 0$$

Energie-Impuls-Tensor

Gravitationsfelder beinhalten Energie. Die mathematische Beschreibung erfolgt mit Energie-Impulstensor $T^{\mu\nu}$ für eine Wolke nicht-wechselwirkender Teilchen. Dieser Tensor zweiter Stufe hat die grundlegende Struktur (Energiedichte, Energiestromdichte, Energiestromdichte, Impulsstromdichten):

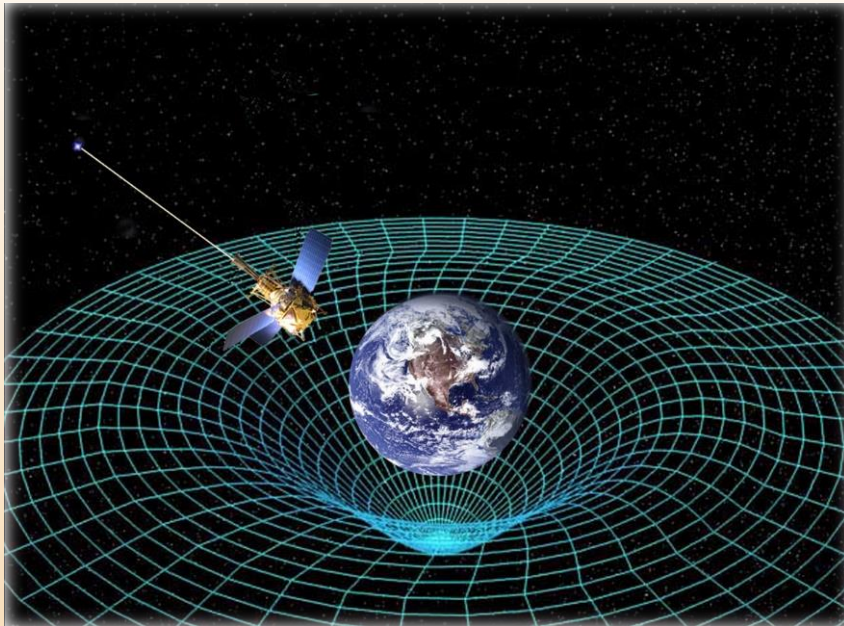
$$T^{\mu\nu} = \rho \begin{pmatrix} c^2 & cv_x & cv_y & cv_z \\ cv_x & v_x^2 & v_x v_y & v_x v_z \\ cv_y & v_y v_x & v_y^2 & v_y v_z \\ cv_z & v_z v_x & v_z v_y & v_z^2 \end{pmatrix}.$$

Die Energie ist wegen der Energie-Massen-Äquivalenz Quelle des Gravitationsfeldes und tritt somit als Quellterm in den Feldgleichungen auf.

Einstein'sche Feldgleichungen

„Matter tells spacetime how to curve and curved spacetime tells matter how to move.“

(Misner, C. W., Thorne, K. S. und Wheeler, J. A. (1973). Gravitation. San Francisco: W.H. Freeman and Company, S.5.)



Quelle:
<http://www.space.com/images/1/000/021/853/original/gravity-probe-b.jpg> (21.03.2016) lizenziert unter der purchlicense <http://www.purch.com/licensing-reprints/>

Massen krümmen die Raumzeit

$$G_{\mu\nu} := R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = -\frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

Die Feldgleichungen geben den Zusammenhang zwischen Raumzeit und Materie an. Die Quellen (Energie) sind durch den Energie-Impuls-Tensor repräsentiert. Die Krümmung der Raum-Zeit äußert sich im Ricci-Tensor und dem Krümmungsskalar. Die Lösungen sind die Komponenten des metrischen Tensors.

Anforderungen an die Feldgleichungen:

Die Feldgleichungen sind Riemann-Tensorgleichungen.

Die linke Seite der Gleichung besteht linear aus den ersten und den zweiten Ableitungen des metrischen Tensors.

Die Energie-Erhaltung $R^{\mu\nu}_{;\nu} = 0$ ist erfüllt.

Spezialfälle ohne Gravitationsfeld sind erfüllt.

Gesetze im Gravitationsfeld

Die Formulierung physikalischer Gesetze im Gravitationsfeld erfolgt in folgender Weise:

1. Formuliere Gesetz ohne Gravitation im Rahmen der SRT.
2. Betrachte Transformations-Verhalten der verwendeten Größen unter allgemeiner Koordinaten-Transformation.
3. Ersetze Minkowski-Tensor $\eta_{\mu\nu}$ durch metrischen Tensor $g_{\mu\nu}$.
4. Ersetze partielle durch kovariante Ableitungen.

Bewegung im Gravitationsfeld

Durch die Krümmung der Raumzeit bewegen sich kräftefreie Teilchen nicht auf Geraden, sondern auf Geodäten. Die Bewegungsgleichung ist gegeben durch die Geodäten-Gleichung

$$\frac{d^2 x^\kappa}{d\tau^2} = -\Gamma^\kappa_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau}.$$

Alternative Feldgleichungen

Sind zusätzlich in den Anforderungen lineare Terme in den metrischen Tensoren erlaubt, kann die kosmologische Konstante Λ eingeführt werden.

Die Feldgleichungen

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R - \Lambda g_{\mu\nu} = -\frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

sagen dann ein statisches Universum voraus.

Linearisierte Feldgleichungen

Bei der Betrachtung eines schwachen Gravitationsfeldes weicht der metrische Tensor geringfügig vom Minkowski-Tensor gemäß

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad g^{\mu\nu} = \eta^{\mu\nu} - h^{\mu\nu}, \quad |h| \ll 1,$$

ab. Es ist dann möglich die Feldgleichungen der ART entsprechend

$$h_{\mu\nu} = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

linear zu nähern.

Schwarzschild-Lösung

Die Schwarzschild-Lösung ist eine exakte Lösung der Feldgleichungen der ART. Sie ist die Lösung außerhalb einer statischen, kugelsymmetrischen Massenverteilung im Vakuum.

Lösungsschema:

1. Formuliere einen Ansatz für den metrischen Tensor aus gegebener Symmetrie.
2. Berechne die Christoffel-Symbole.
3. Berechne den Ricci-Tensor.
4. Löse die Gleichung $R_{\mu\nu} = 0$ nach Komponenten des metrischen Tensors auf.

Die Lösung der Schwarzschild-Metrik lautet:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_s}{r}\right) c^2 dt^2 - \left(\frac{1}{1 - \frac{r_s}{r}}\right) dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2).$$

Sie ist nur außerhalb des Schwarzschild-Radius r_s gültig. Ein massives Objekt, dessen Radius kleiner als r_s ist, wird Schwarzes Loch genannt.

Die Bewegungsgleichung eines Teilchens in der Schwarzschild-Metrik ist:

$$\frac{d^2}{d\phi^2} \left(\frac{1}{r} \right) + \frac{1}{r} = \begin{cases} \frac{r_s c^2}{2A^2} + \frac{3r_s}{2r^2}, & m \neq 0 \\ \frac{3r_s}{2r^2}, & m = 0 \end{cases}$$

Klassische Tests der Allgemeinen Relativitätstheorie

Einstein schlägt drei Tests der Allgemeinen Relativitätstheorie vor. Vorhersagen der ART in diesen klassischen Tests wurden durch experimentelle Messung in unserem Sonnensystem bestätigt. Ausgangspunkt ist das Äquivalenzprinzip und die Schwarzschild-Metrik.

Gravitative Rotverschiebung

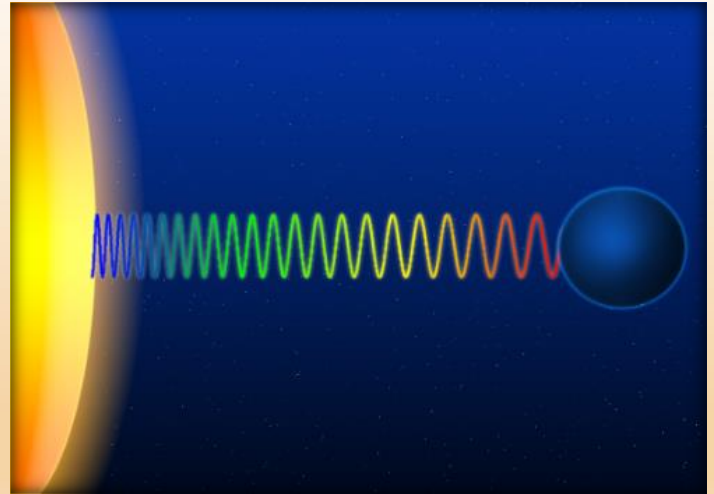
Zur Zeitmessung werden periodische Vorgänge beobachtet. Durch das Gravitationsfeld der Sonne wird die Frequenz eines Signals, wenn es von der Sonne zur Erde gesendet wird gemäß

$$\frac{\nu_A - \nu_B}{\nu_B} = \sqrt{\frac{r_B(r_A - r_S)}{r_A(r_B - r_S)}} - 1,$$

verringert. Die Vorhersage einer Frequenzverschiebung von

$$-2.21 \cdot 10^{-6}$$

wurde 1963 von Brault nachgewiesen. Ein experimenteller Nachweis der Frequenzverschiebung im Gravitationsfeld der Erde wurde 1960 von Pound und Rebka erbracht.



Quelle: https://de.wikipedia.org/wiki/Allgemeine_Relativit%C3%A4tstheorie#/media/File:Gravitational_red-shifting.png (21.03.2016) lizenziert unter der Creative Commons license <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/deed.de>

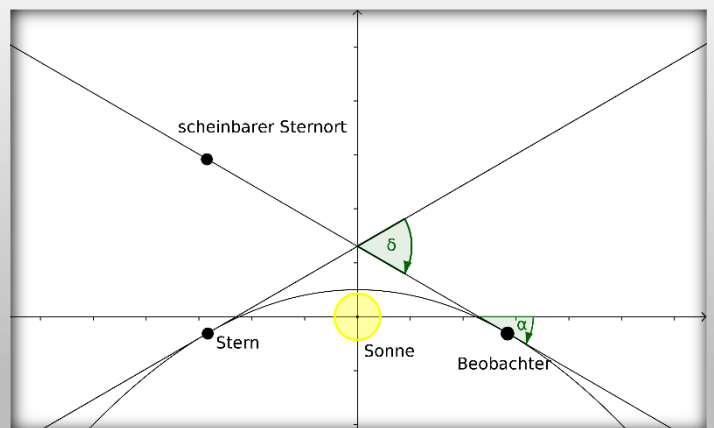
Lichtablenkung

Licht wird vom Gravitationsfeld der Sonne abgelenkt, da sich Lichtstrahlen auf Geodäten durch die Raumzeit bewegen. 1919 wurde die theoretische Vorhersage von

$$\delta = 2\alpha = 2 \frac{r_S}{r_0} = 1.75 \text{ arcsec}$$

gemessen. Aus der Bewegungsgleichung in der Schwarzschild-Metrik der Sonne für masselose Teilchen ergibt sich eine Lichtablenkung von

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_0} \cos \phi + \frac{r_S}{2r_0^2} (1 + \sin^2 \phi).$$



Quelle: eigene Darstellung

Periheldrehung des Merkur

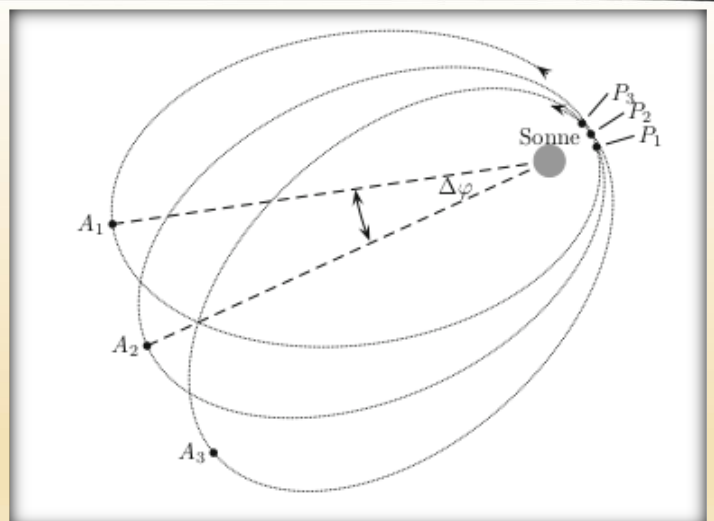
In der Newton'schen Mechanik bewegen sich Planeten auf geschlossenen Ellipsen um die Sonne. Die ART sagt die Drehung des Perihels voraus. Die Bewegungsgleichung

$$\frac{1}{r} = \frac{r_S c^2}{2A^2} \left[1 + e \cos \left[\phi \left(1 - \frac{3r_S}{4} \right) \right] \right]$$

hat einen zusätzlichen Term, der eine Drehung von

$$\delta\phi = \frac{6\pi GM}{A_0(1-e^2)c^2} = (42.980 \pm 0.001) \text{ arcsec}$$

beschreibt. Die Periheldrehung wurde in der von der ART vorhergesagten Größenordnung beobachtet.



Quelle: Boblest, S., Müller, T. und Wunner, G. (2016). Spezielle und allgemeine Relativitätstheorie: Grundlagen, Anwendungen in Astrophysik und Kosmologie sowie relativistische Visualisierung. Heidelberg: Springer Spektrum-Verlag. S.246 Abb. 13.7

Weitere Vorhersagen:

Gravitationslinsen-Effekt, Radarecho-Verzögerung

Gravitationswellen

In der linearen Näherung existiert eine ebene Wellenlösung der Vakuum Feldgleichungen $\square h_{\mu\nu} = 0$ in Analogie zur ED $\square A^\alpha = 0$. Mittels Eichtransformationen werden aus den 16 Komponenten des metrischen Tensors zwei unabhängige Felder e^+ und $e^\times$ realisiert werden. Eine ebene Gravitationswelle, die in z-Richtung schwingt, wird mit

$$h_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e_{11} & e_{12} & 0 \\ 0 & e_{12} & -e_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \exp(-ik_\lambda x^\lambda) + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e_{11}^* & e_{12}^* & 0 \\ 0 & e_{12}^* & -e_{11}^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \exp(ik_\lambda x^\lambda) \\ = e_{\mu\nu} \exp(-ik_\lambda x^\lambda) + e_{\mu\nu}^* \exp(ik_\lambda x^\lambda)$$

beschrieben.

Eine Gravitationswelle lässt den Abstand zweier Teilchen im Feld mit der Frequenz ω schwingen. Der Abstand zweier Teilchen auf der x-Achse ändert sich durch eine ebene Welle in e^+ Polarisation periodisch mit

$$\Delta l = \left[1 - \frac{e_{11}}{2} \cos(\omega t) \right] (2a).$$



Quelle: eigene Darstellung

Abstände eines Teilchenrings in fortschreitenden Zeiten

In der Multipolentwicklung werden Gravitationswellen als Quadrupolstrahlung ausgesendet, da weder Monopole noch Dipole Gravitationsstrahlung aussenden. Die abgestrahlte Leistung wird mit

$$P = \frac{2G\omega^6}{5c^5} \left(Q^{ij} Q^{*ij} - \frac{1}{3} Q^{ii} Q^{*jj} \right)$$

angegeben, wobei Q^{ij} das Quadrupolmoment der Massenverteilung ist.

Nachweismethoden von Gravitationswellen

Indirekter Nachweis:

Umkreisen sich zwei Sterne, so strahlen sie eine Gravitationswelle ab. Da Energie mit der Welle abgestrahlt wird, verringert sich der Radius, mit dem die beiden Objekte umeinander kreisen. Für die Beobachtung dieses Effektes an PSR1913-16 erhielten Taylor und Hulse 1993 den Nobelpreis.

Resonanzdetektoren:

Gravitationswellen versetzen einen Festkörper in Schwingung. Über den Piezoelektrischen Effekt werden Schwingungen messbar gemacht. Resonanzdetektoren konnten bisher noch keine Gravitationswellen detektieren.

Interferometer:

Die Abstandsänderung durch eine Gravitationswelle wird mit einem Interferometer mit einer Armlänge von mehreren Kilometern detektiert. 2015 konnte mit einem solchen Aufbau der erste experimentelle Nachweis einer Gravitationswelle erbracht werden.

Gravitomagnetismus: Lense-Thirring-Effekt

Der Lense-Thirring-Effekt beschreibt die durch das Gravitationsfeld der eigenrotierenden Erde verursachte Präzession eines Gyroskops im Orbit. Dieser Effekt tritt im Gravitationsfeld in Analogie zur sogenannten Larmor-Präzession in der Magnetostatik auf.

Lense-Thirring-Metrik:

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2\Phi}{c^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2\Phi}{c^2}\right) (dx^2 + dy^2 + dz^2) + 2c \frac{2G}{r^3 c^3} \epsilon_{ikm} x^k J^m dt dx^i$$

Da wir Auswirkungen der Eigenrotation der Erde untersuchen möchten, betrachten wir anstelle des Drehimpulses $\mathbf{J}$ den Spin $\mathbf{\Sigma}$, da mit dem Spin der Eigendrehimpuls von Teilchen beschrieben wird. Die Lösung des Spin-Problems lautet:

$$\frac{d\mathbf{\Sigma}}{dt} = \mathbf{\Omega} \times \mathbf{\Sigma}.$$

Damit präzediert der Spin $\mathbf{\Sigma}$ mit der Rate $|\mathbf{\Omega}|$ um $\mathbf{\Omega}$, ohne dass sich der Betrag von $\mathbf{\Sigma}$ ändert. Dabei gilt:

$$\mathbf{\Omega} = \frac{G}{c^2 r^3} \left[\frac{3(\mathbf{J} \cdot \mathbf{r})\mathbf{r}}{r^2} - \mathbf{J} \right] + \frac{3GM}{2c^2 r^3} \mathbf{r} \times \mathbf{v} = \mathbf{\Omega}_{LT} + \mathbf{\Omega}_{\text{de Sitter}}.$$

Der Unterschied zwischen den beiden Präzessionseffekten besteht darin, dass die de Sitter-Präzession bereits bei Vorhandensein einer gravitierenden Quelle entsteht, die Lense-Thirring-Präzession jedoch erst durch Eigenrotation ebendieser Quelle hervorgerufen wird. Die de Sitter-Präzession

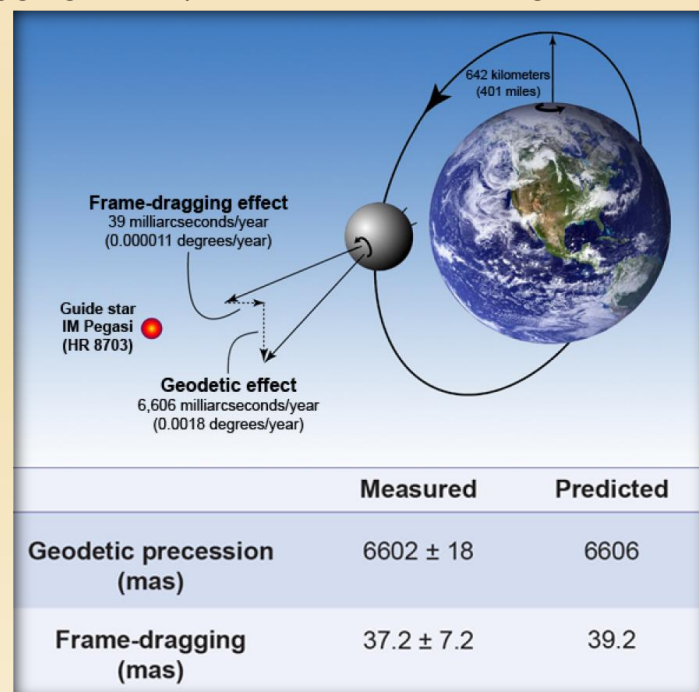
$$\delta\phi_{\text{de Sitter}} = \frac{3(MG)^{\frac{3}{2}}}{2c^2} R^{-\frac{5}{2}} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

zählt damit im Gegensatz zur Lense-Thirring-Präzession

$$\delta\phi_{LT} = \frac{1}{5} \frac{GMR^2\omega}{c^2 r^3}$$

nicht zu den gravitomagnetischen Effekten.

Die zurzeit genaueste Messung lieferte 2011 die Auswertung der Daten der Gravity Probe B Mission. Damit konnten sowohl die de Sitter-Präzession (Geodetic effect) als auch der Lense-Thirring-Effekt (Frame-dragging effect) experimentell bestätigt werden. Die ART bleibt somit weiterhin gültig.



Quelle:
Everitt, C. W. F. et al.: Gravity Probe B: Final Results of a Space Experiment to Test General Relativity in: Phys. Rev. Lett. 106/22, p.221101-221106, 2011

Analogien von Gravitation und Elektromagnetismus

	Elektromagnetismus	Gravitation
stat. Potential	$\Phi_e = \frac{Q}{4\pi r}$	$\Phi_g = -\frac{MG}{r}$
stat. Feld	$\mathbf{E} = -\nabla\Phi_e = \frac{Q}{4\pi r^2}\hat{\mathbf{r}}$	$\mathbf{g} = -\nabla\Phi_g = -\frac{MG}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$
stat. wirkende Kraft	$\mathbf{F} = q\mathbf{E} = \frac{Qq}{4\pi r^2}\hat{\mathbf{r}}$	$\mathbf{F} = m\mathbf{g} = -\frac{MmG}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$
dyn. Feld	$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad \mathbf{E} = -\nabla\Phi_e - \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$	$-2\boldsymbol{\Omega}_{\text{LT}} = \nabla \times \boldsymbol{\zeta}, \quad \mathbf{g} = -\nabla\Phi_g - c\frac{\partial \boldsymbol{\zeta}}{\partial t}$
dyn. Potential	$\Phi_e = \int \frac{\rho}{r} dV, \quad \mathbf{A} = \int \frac{\mathbf{j}}{r} dV$	$\Phi_g = G \int \frac{\rho}{r} dV, \quad \zeta_i = -\frac{4G}{c^3} \int \frac{\rho v^i}{r} dV$
Beschleunigung	$\mathbf{a} = \frac{q}{m}(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$	$\mathbf{a} = \mathbf{g} - 2c\mathbf{v} \times \boldsymbol{\Omega}_{\text{LT}}$
Eichbedingung	$A^\alpha{}_{,\alpha} = 0$	$2h^\mu{}_{\nu,\mu} = h^\mu{}_{\mu,\nu}$
ebene Welle	$A^\alpha = e^\alpha \exp(-ik_\beta x^\beta) + e^{*\alpha}(ik_\beta x^\beta)$	$h_{\mu\nu} = e_{\mu\nu} \exp(-ik_\lambda x^\lambda) + e_{\mu\nu}^* \exp(ik_\lambda x^\lambda)$

Weiterführende Literatur

- Boblest, S., Müller, T. und Wunner, G. (2016). *Spezielle und allgemeine Relativitätstheorie: Grundlagen, Anwendungen in Astrophysik und Kosmologie sowie relativistische Visualisierung*. Heidelberg: Springer Spektrum-Verlag.
- Fließbach, T. (2012). *Allgemeine Relativitätstheorie*. Berlin: Springer Spektrum-Verlag.
- Misner, C. W., Thorne, K. S. und Wheeler, J. A. (1973). *Gravitation*. San Francisco: W.H. Freeman and Company.
- Ryder, L. (2009). *Introduction to General Relativity*. New York: Cambridge University Press.
- Weinberg, S. (1972). *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity*. New York, London, Sydney, Toronto: John Wiley & Sons, Inc.

Historische Literatur

- Einstein, A. (1915). Zur allgemeinen Relativitätstheorie. *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften* (S. 778-786). Berlin: Verlag der Akademie der Wissenschaften.
- Einstein, A. (1916). Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie. *Annalen der Physik*, Jahrgang 354, Heft 7, S. 769–822.

Allgemeine Relativitätstheorie und Gravitationswellen

Eine Einführung für Lehramtsstudierende

Pohl, J.

2017, IX, 243 S., Softcover

ISBN: 978-3-658-17124-7