5.4 Flächenschwerpunkt

Flächenschwerpunkt - Vorbemerkungen

Gedanken und Überlegungen

Zunächst werden einige Gedanken und Überlegungen zum Thema **Schwerpunkt** (allgemein) und **Flächenschwerpunkt** (im Besonderen) angeführt sowie einige Anmerkungen dazu gemacht werden.

Dabei sind Dinge enthalten, die Sie einfach mal gehört haben sollten sowie Fakten, an die Sie sich im Weiteren auch streng zu halten haben. Diese Dinge und Fakten können allerdings auch widersprüchlich ausgelegt werden.

über die Auseinandersetzung zur
➔ **Nachhaltigkeit**

Der Wunsch des Autors dabei ist, über diese Widersprüchlichkeiten mittels einer zugehörigen Auseinandersetzung, zu einem nachhaltigen Wissen zu gelangen.

Schwere,
Begriff der 'Schwere'

Die beiden wichtigen Wörter, 'Schwerpunkt' und 'Flächenschwerpunkt' sind schon zuvor gefallen. Der darin enthaltene zentrale Begriff ist der Begriff der **'Schwere'**.

Begriff der 'Schwere',
er sollte Sie begleiten.

Sie sollten den Begriff **'Schwere'** gedanklich einmal herausnehmen und beiseite legen, aber so, dass Sie ihn jederzeit gedanklich parat haben.

Gewichtskraft (phänomenologisch)

Gewichtskraft
Äquivalent aus Gravitationskraft und Zentrifugalkraft

Betrachtet man die Gewichtskraft phänomenologisch, so stellt sie das Äquivalent aus Gravitationskraft und Zentrifugalkraft dar.

Die Gravitationskraft ist eine Schwerkraft und die Zentrifugalkraft eine Trägheitskraft.

Die Gravitationskraft enthält die schweren Massen und die Trägheitskraft die träge Masse.

Gewichtskraft
schwer und träge

Phänomenologisch betrachtet, setzt sich die Gewichtskraft aus einem schweren und einem trägen Anteil zusammen.

© Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH 2017
H.-J. Frieske, *Technische Mechanik. Statik*, DOI https://doi.org/10.1007/978-3-658-17958-8_1

Gewichtskraft
ortsabhängig

Der träge Anteil innerhalb der Gewichtskraft ist verantwortlich dafür, dass der Betrag der Gewichtskraft auf der Erde ortsabhängig ist.

Fallbeschleunigung
örtliche

Aus der Ortsabhängigkeit der Gewichtskraft ergeben sich konsequenterweise die örtlichen Fallbeschleunigungen.

Gewichtskraft
keine Schwerkraft

Damit kann streng genommen, aufgrund des trägen Anteils, die so definierte Gewichtskraft keine Schwerkraft sein.

Gewichtskraft (ingenieurmäßig)

Gewichtskraft
Masse mal Erdbeschleunigung

Betrachtet man die Gewichtskraft ingenieurmäßig, so stellt sie das Produkt aus Masse mal Erdbeschleunigung dar.

Die Masse ist ortsunabhängig und damit konstant.

Der Betrag der Erdbeschleunigung ist ebenfalls ortsunabhängig und konstant **(aufgrund einer Internationalen Konvention).**

Gewichtskraft
konstant

Damit kann die ingenieurmäßig definierte Gewichtskraft als konstant und unabhängig vom Ort betrachtet werden.

Gewichtskraft
$\vec{F}_G = m \cdot \vec{g}$

Die Gewichtskraft ist ein Vektor. Die Vektoreigenschaft kommt durch die Erdbeschleunigung zustande.

Gewichtskraft
ortsunabhängig

Man darf nun nicht mehr sagen, dass sie ihren Betrag ändert, wenn man beispielsweise vom Äquator zum Nordpol geht.

Die ingenieurmäßig definierte Gewichtskraft ist ortsunabhängig.

Gewichtspunkt (ein klein wenig provokativ!)

ausgezeichneter Punkt

Betrachtet man eine ebene Fläche von allgemeiner Form, so gibt es auf dieser Fläche einen ausgezeichneten Punkt.

Fläche ruht

Wenn man die Fläche mit genau diesem ausgezeichneten Punkt auf eine vertikal zur Erdoberfläche stehende Nadel / Nadelspitze legt, so scheint diese Fläche ausbalanciert zu sein - **sie ruht**.

Sie befindet sich im Gleichgewicht.

Gleichgewicht

Aufgrund dessen bezeichne **ich** diesen ausgezeichneten Punkt als 'Gewichtspunkt'.

Gewichtspunkt
Willkürliche Bezeichnung

Die Gewichtskraft, **phänomenologisch** betrachtet, ist nicht ausschließlich eine Schwerkraft, da aufgrund der Zentrifugalkraft noch ein träger Anteil vorhanden ist.

Gewichtskraft
phänomenologisch

Die Gewichtskraft, **ingenieurmäßig** betrachtet, ist aufgrund ihrer Definition eine 'synthetische' Kraft - eine künstlich als Produkt zusammengefügte Kraft - (denken Sie bitte u. a. an die Internationale Konvention).

Gewichtskraft
ingenieurmäßig

Den 'Gewichtspunkt' kann man nicht als 'Gravizentrum' bezeichnen.

'Gewichtspunkt'
kein 'Gravizentrum'

Trotzdem findet man den Ausdruck 'Gravizentrum' häufig in der Literatur.

'Gravizentrum'

Kann man das so machen, oder nicht? **Man kann !**

Man bezeichnet den **Gewichtspunkt** im Weiteren als **Schwerpunkt**.

Schwerpunkt !

Wir tun das auch !

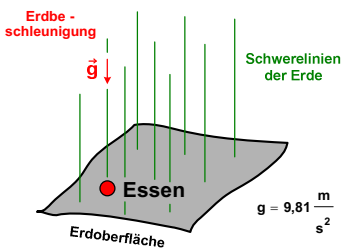
Es folgen im Weiteren einige begründende Sätze, die man durchaus als Argumente ansehen kann.

Vom Gewichtspunkt zum Schwerpunkt

Die Gewichtskraft ist immer dort zu finden, wo es um irgendwelche Belastungen auf der Erde bzw. auf der Erdoberfläche geht.

Erdoberfläche

Um sich das Weitere etwas zu verdeutlichen, sollte man sich ein Stückchen Erdoberfläche, egal wo, ansehen. Dabei erkennt man senkrecht zur Erdoberfläche verlaufende 'grüne Linien'. Diese 'grünen Linien' haben die Eigenschaft mit der jeweiligen Wirkungslinie der Erdbeschleunigung identisch zu sein. Das bedeutet auch, dass die 'grünen Linien' mit der jeweiligen Wirkungslinie der ingenieurmäßig definierten Gewichtskraft identisch sind.



Dieses Szenario sollte man stets vor Augen haben.

Gewichtskraft
ingenieurmäßig

Die ingenieurmäßig definierte Gewichtskraft korrespondiert mit den 'grünen Linien'.

Erdschwerefeld

Diese 'grünen Linien' werden als Erdschwerelinien bezeichnet, und die Gesamtheit wird als **Erdschwerefeld** angesehen.

Gewichtskraft
als Schwerkraft

Wenn die ingenieurmäßig definierte Gewichtskraft sich aus dem Schwerefeld der Erde ableiten lässt, kann man ihr den Charakter einer Schwerkraft zuschreiben.

➔ **Schwerpunkt**

Der 'Gewichtspunkt' wird zum 'Schwerpunkt'.

Schwerpunkt

Der Schwerpunkt heißt 'Schwerpunkt', weil man sich in ihm die gesamte Schwere eines Körpers vereinigt denken kann.

Schwerpunkt

Der Schwerpunkt ist demnach ein Schwerezentrum.

Flächenschwerpunkt

Der Flächenschwerpunkt heißt Flächenschwerpunkt, weil man sich in ihm die gesamte Schwere der Fläche vereinigt denken kann.

Irrtumsbezeichnung
NEIN !

Schwerpunkt - eine Irrtumsbezeichnung ?

STATIK

Wo gehört der Schwerpunkt thematisch hin ?

Flächenschwerpunkt

Wir wollen uns im Weiteren auf den Flächenschwerpunkt beziehen. Er gehört thematisch in die STATIK.

Lagerung
Nadel / Nadelspitze

Ist die Fläche in einem Punkt, dem Flächenschwerpunkt, gelagert, so reicht **eine** Kraft aus, um die Fläche in Ruhe zu halten.

Gleichgewicht

Die Fläche befindet sich im Gleichgewicht.

Diese **eine** Kraft wird von der Nadel / Nadelspitze aufgebracht. Das ist die Kraft (Auflagerkraft), die der Gewichtskraft das Gleichgewicht hält.

Gewichtskraft
Auflagerkraft

Beide Kräfte, Gewichtskraft und Auflagerkraft, sind betraglich gleich groß, liegen auf der gleichen Wirkungslinie und sind entgegengesetzt orientiert.

Es liegt von der Statik her ein Zwei-Kräfte-Problem vor.

Es gilt in der STATIK der Zwei-Kräfte-Satz.

Zwei-Kräfte-Satz
Wissens-MUSS

Wo kommt der Flächenschwerpunkt zur Anwendung ?

Der Flächenschwerpunkt kommt in der STATIK zur Anwendung.

STATIK

Ebenfalls wird der Flächenschwerpunkt in der FESTIGKEITSLEHRE benötigt.

FESTIGKEITSLEHRE

Es gibt einen Themenpunkt innerhalb der FESTIGKEITSLEHRE, in dem die Biegespannungsverteilung zugehörig zu einer Schnittfläche innerhalb eines Bauteils von großem Interesse ist.

Biegespannungsverteilung

Dabei ist die Biegespannung umgekehrt proportional einem 'Widerstand', der sich durch das Widerstandsmoment charakterisieren lässt.

Biegespannung

Für den Konstrukteur ist die Kenntnis dieses Widerstandsmoments von entscheidender Bedeutung.

Widerstandsmoment

Das Widerstandsmoment ist eine rein geometrische Größe und stellt den Quotienten aus Flächenträgheitsmoment und Randfaserabstand dar.

Flächenträgheitsmoment
Randfaserabstand

Flächenträgheitsmoment und Randfaserabstand sind ohne genaue Kenntnis der Schwerpunktlage nicht formulierbar.

Beherrscht der Ingenieur ein solches Szenario, so ist er in der Lage, auf einfache Art und Weise die Biegespannungsverteilung in der Schnittfläche konstruktiv zu optimieren.

Wie kommt man an den Flächenschwerpunkt S ?

Gemeint mit dieser Frage ist,

Wo liegt der Flächenschwerpunkt ?

Wo liegt der Flächenschwerpunkt?

Koordinaten

Die Frage lässt sich beantworten, indem man bezogen auf ein zuvor festgelegtes (x-y)-Koordinatensystem, die Koordinaten, die sogenannten Schwerpunktkoordinaten, angibt.

Schwerpunktkoordinaten

Man muss die Schwerpunktkoordinaten ermitteln.

Bezogen auf das festgelegte (x-y)-Koordinatensystem sind das die Schwerpunktkoordinate x_S sowie die Schwerpunktkoordinate y_S.

Es gibt nun mehrere Möglichkeiten die Schwerpunktkoordinaten zu ermitteln.

Überlegen / Hinschreiben

❶ Man schaut sich die Fläche an, überlegt und schreibt die Schwerpunktkoordinaten hin.

Das gilt sowohl für Grundformen als auch für Zusammengesetzte Flächen.

Führt diese Vorgehensweise nicht zum Ziel, so muss man die Schwerpunktkoordinaten berechnen.

Berechnen

❷ Der Berechnung der Schwerpunktkoordinaten liegt der 'Satz vom Resultierenden Kraft-Moment' zugrunde.

Mit entsprechenden Überlegungen und Annahmen kommt man über die Gewichtskraft, Masse und dem Volumen zur Fläche - und zum 'Satz vom Resultierenden Flächen-Moment'.

Grundformen

Für die Grundformen lautet er wie folgt:

Satz vom Resultierenden Flächen-Moment

infinitesimal

Das Flächenmoment (das Produkt aus Schwerpunktkoordinate und Fläche) ist gleich der Summe der infinitesimalen Flächenmomente.

$$x_S \cdot A = \int_A x \cdot dA \,,$$

Daraus ergibt sich für die Grundformen der entsprechende Ansatz für die infinitesimalmathematische Herleitung beispielsweise der Schwerpunktkoordinate x_S,

Bestimmungsgleichung für x_S

$$x_S = \frac{1}{A} \int_A x \cdot dA \,.$$

Für die Zusammengesetzten Flächen lautet er wie folgt:

Zusammengesetzte Flächen

Das Flächenmoment (das Produkt aus Schwerpunktkoordinate und Fläche) ist gleich der Summe der Einzel-Flächenmomente,

$$x_S \cdot A = x_{S,1} \cdot A_1 + x_{S,2} \cdot A_2 + \dots \ .$$

Satz vom Resultierenden Flächen-Moment

Summenformel

Dieser Satz ist mathematisch als Summenformel formuliert.

Diese Gleichung enthält Flächenmomente. Die Flächenmomente haben einen Drehsinn. Von daher sind die Vorzeichen der Flächenmomente von größter Wichtigkeit.

Flächenmomente
Sie haben einen Drehsinn !

Das Vorhandensein oder Nicht-Vorhandensein einer Teilfläche ist uninteressant für die Individualität des Vorzeichens. Bedenken Sie das bitte. In der Literatur werden Ihnen teilweise sonderbare Begründungen angeboten.

Vorzeichen der Flächenmomente

Vorsicht !

Diese Summenformel kommt bevorzugt mit den Flächenquotienten zur Anwendung (eine große rechentechnische Vereinfachung).

$$x_S = x_{S,1} \cdot \frac{A_1}{A} + x_{S,2} \cdot \frac{A_2}{A} + \dots \ .$$

Bestimmungsgleichung für x_S

Der 'Satz vom Resultierenden Moment' muss innerhalb der Thematik 'Flächenschwerpunkt' jederzeit als 'Eselsbrücke' abrufbar sein.

Es gibt weitere Möglichkeiten den Flächenschwerpunkt zu ermitteln.

❸ Interessant dabei ist die grafische Ermittlung des Flächenschwerpunkts mit den Mitteln der STATIK, beispielsweise mit dem Seileckverfahren.

Grafische Ermittlung
beispielsweise Seileckverfahren

❹ Aber auch experimentell lässt sich der Flächenschwerpunkt ermitteln. Das Erdschwerefeld spielt dabei eine entscheidende Rolle.

Experimentelle Ermittlung

Flächenschwerpunkt - konkret

Flächenschwerpunkt
Lage des Flächenschwerpunktes

In diesem Kapitel geht es um die Ermittlung von Flächenschwerpunkten, genauer gesagt, um die Ermittlung der 'Lage' von Flächenschwerpunkten.

Der Flächenschwerpunkt trägt die Bezeichnung S.

Ebene Flächen

Die Flächen sind ebene Gebilde.

Ihr Flächeninhalt ist A.

Abbildung 5.4-1 a) zeigt eine in der (x-y)-Ebene liegende Fläche A.

Überlegung

Man sollte hier von der Vorstellung / Überlegung ausgehen, dass die Erdschwerelinien sowohl senkrecht zur (x-y)-Ebene als auch senkrecht zur Fläche A verlaufen.

(Man sollte die Erdschwerelinien als 'grüne Linien' sehen!)

Wo liegt der Flächenschwerpunkt S dieser Fläche A?

Ermittlung des Flächenschwerpunktes S durch Probieren
spielerisch

Die Fläche A ruht im Schwerefeld der Erde.
(Abbildung 5.4-1 b)

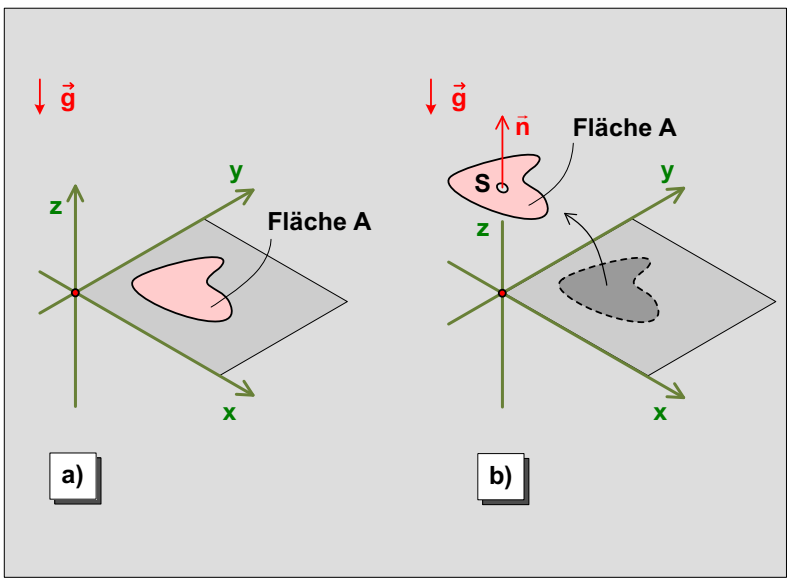


Abb. 5.4-1 Anschauliche Darstellung des Flächenschwerpunktes S

beispielsweise

Um dies herauszufinden, kann man einmal folgende spielerische Vorgehensweise wählen.

Man versucht die Fläche A (durch Probieren) auf die Spitze der z-Achse zu legen, derart, dass die Fläche A parallel zur (x-y)-Ebene zu liegen kommt - **und ruht**, (siehe Abbildung 5.4-1 b)).

Abbildung 5.4-1 b): Die Fläche A ruht.

Die Fläche A befindet sich im Gleichgewicht.

Gleichgewicht

Dort, wo in diesem Fall die Spitze der positiven z-Achse die Fläche A kontaktet, liegt der Flächenschwerpunkt S.

Flächenschwerpunkt S

Man darf auch sagen, dass die Spitze der positiven z-Achse die Fläche A im Flächenmittelpunkt kontaktet.

Der Flächenschwerpunkt S ist identisch mit dem Flächenmittelpunkt.

Flächenschwerpunkt S

Merke : Flächenschwerpunkt S

Der Flächenschwerpunkt S ist identisch mit dem Flächenmittelpunkt.

Flächenschwerpunkt S

Die Orientierung einer Fläche lässt sich durch eine Flächennormale angeben.

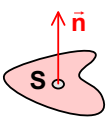
Orientierung einer Fläche

Wenn man hier von einer Flächennormalen spricht, meint man genau die, die im Flächenschwerpunkt S senkrecht zur Fläche steht und orientierungsmäßig vom Material weg weist.

Flächennormale $\vec{n}$

Wir bezeichnen genau diese spezielle Flächennormale mit $\vec{n}$ und schreiben ihr den Betrag 'Eins' zu,

$$|\vec{n}| = n = 1.$$



Diese Flächennormale $\vec{n}$ ist in der Abbildung 5.4.-1 b) wirkungslinien- und orientierungsmäßig identisch mit der positiven z-Achse.

Merke : Flächennormale $\vec{n}$

Die Flächennormale $\vec{n}$ steht im Flächenschwerpunkt S senkrecht zur Fläche A und weist orientierungsmäßig vom Material weg.

Flächennormale $\vec{n}$

Lage des Flächenschwerpunktes S
Standard

Die Lage des Flächenschwerpunktes S wird im Allgemeinen mittels zweier Schwerpunktkoordinaten in folgender Form angegeben,

$$S:(x_S;y_S)=(...;\ ...)\,.$$

Die Vorgehensweise bei der Ermittlung des Flächenschwerpunktes S erfolgt ingenieurmäßig - und damit immer auf praktische Art und Weise.

Das soll heißen:

- Weiß man die Schwerpunktkoordinaten, so schreibt man sie hin.
- Weiß man sie nicht, so berechnet man sie.

Lage des Flächenschwerpunktes S
Standard

Sind die Schwerpunktkoordinaten bekannt (infolge Wissen oder Berechnung), schreibt man diese in folgender Form hin,

$$S:(x_S;y_S)=(...;\ ...)$$

und hat damit die Lage des Flächenschwerpunktes S ermittelt.

Anmerkung

Zusammenfassung Tabelle

An dieser Stelle sollten Sie bereits wissen, dass innerhalb dieses Themenpunktes eine umfangreiche Tabelle existiert, die Schwerpunktkoordinaten zugehörig zu den unterschiedlichsten Grundformen (Einzelflächen) enthält.

Die Tabelle dient dem Nachschlagen!

Sie ersetzt nicht das Berechnen und insbesondere nicht die Fähigkeit des 'Berechnen-Könnens' von Schwerpunktkoordinaten.

Normallage

Bei der Handhabung dieser Tabelle achten Sie bitte genau auf die Lage des (x-y)-Koordinatensystems.

Normallage

Die Lage des (x-y)-Koordinatensystems zur Fläche bzw. umgekehrt ist ungemein wichtig.

Normallage
ein MUSS

Die Fläche A **sollte** sich in der 'Normallage' befinden.

Der Begriff 'Normallage' wird ein klein wenig später detailliert erörtert.

http://www.springer.com/978-3-658-17957-1

Technische Mechanik. Statik
Modul Flächenschwerpunkt
Frieske, H.-J.
2017, XIII, 575 S. 510 Abb. in Farbe., Softcover
ISBN: 978-3-658-17957-1