
Vorwort

Das selbstständige Beweisen ist für viele Studierende der Hochschulmathematik eine große Herausforderung. Kommen Beweisaufgaben auf Übungsblättern vor, werden sie häufig einfach ausgelassen. Führt man dann etwa in den Übungsgruppen Lösungen vor, ist auch für die, die dem Lösungsvorschlag problemlos folgen können, häufig die Frage: „Wie kommt man darauf?“.

Das vorliegende Buch ist der Versuch, diese Frage in einer für Studierende hilfreichen Weise zu beantworten. Es richtet sich an Studierende der Mathematik und angrenzender Gebiete (wie Physik oder Informatik), die im Studium bereits einige Vorkenntnisse in linearer Algebra und Analysis erworben haben und lernen wollen, an mathematische Beweisaufgaben heranzugehen und erste selbstständige Erkundungsgänge auf dem Gebiet der Mathematik zu unternehmen.

Dieses Buch ist die um einige Punkte und zahlreiche Aufgaben sowie Übungen ergänzte Darstellung eines Proseminars mit dem Thema „Strategien zum Aufgabenlösen“, das ich im Wintersemester 2015/2016 an der Universität Konstanz abgehalten habe. Das Seminar hatte zum Ziel, Studierende der Mathematik in den ersten Semestern in das selbstständige mathematische Aufgabenlösen einzuführen. Auf der Suche nach passendem Arbeitsmaterial habe ich zahlreiche Aufgabensammlungen und Bücher zum Aufgabenlösen gesichtet, ohne indes etwas im Hinblick auf Zielsetzung und Zielpublikum für meine Zwecke hundert Prozent passendes zu finden. Ein Großteil der Literatur legt den Schwerpunkt auf Wettbewerbsmathematik, die sich in ihren Anforderungen deutlich von der Hochschulmathematik unterscheidet, obwohl viele der dort verwendeten Prinzipien wie Schubfachschlüsse, Extremal- oder Invarianzbetrachtungen auch im Hochschulbereich relevant sind. Zu wichtigen Strategien wie der Betrachtung von Spezialfällen oder Analogien war, mit Ausnahme von Kapitel II in G. Polya ‚Induktion und Analogie in der Mathematik‘ kaum systematisches Übungsmaterial zu finden. Auch Gebiete wie lineare Algebra oder Analysis werden zumeist nur wenig oder primär mit Wettbewerbsbezug behandelt. So kam ich schließlich dabei heraus, Stoff und Beispiele aus einer Vielzahl verstreuter Quellen, der mathematischen „Folklore“ und eigenen Ideen, Varianten und Verallgemeinerungen selbst zu gestalten, wobei sich die Klassiker von Polya bzw. Polya und Szegő, „Schule des Denkens – vom Lösen mathematischer Probleme“, „Induktion und Analogie in der Mathematik“, „Aufgaben und Lehrsätze aus der Analysis“, Engels Stan-

dardwerk „Problem Solving Strategies“, Larsons „Problem Solving Through Problems“ und Grinbergs „Lösungsstrategien“ als besonders fruchtbare Quellen für Strategien und Beispiele erwiesen. Da die Kombination der Themen und Beispiele, die sich dabei ergeben hat, ihren Zweck gut erfüllte, sich in den Bearbeitungen der Übungsaufgaben klare Lernfortschritte erkennen ließen, das Seminar unter reger Beteiligung der TeilnehmerInnen verlief und von diesen auch als hilfreich bewertet wurde, habe ich mich entschlossen, sie anderen sowohl zum Selbststudium wie auch als Grundlage ähnlicher Veranstaltungen zugänglich zu machen. Wie zu erwarten war, hat das länger gedauert, als ich erwartet hatte: Unvermeidlich ergaben sich bei der Arbeit zusätzliche Unterpunkte, Beispiele und Ergänzungen, so dass das vorliegende Buch nun sowohl thematisch als auch im Detailgrad über den Stoffumfang des Seminars hinausgeht. Dabei habe ich ein ausgewogenes Verhältnis zwischen speziellen Lösungsprinzipien (Schubfachprinzip, Induktion, Zornsches Lemma, ...), allgemeinen heuristischen Strategien (Beobachtung, Analogie) sowie Anwendungen auf studienrelevante Gebiete (Zahlentheorie, Analysis, ...) angestrebt. Mein Eindruck ist, dass es dadurch besonders für das Selbststudium geeigneter geworden ist.

Ein wichtiger Bestandteil des Buches sind die Aufgaben, an denen man sich im Anschluss an die Lektüre eines Kapitels versuchen sollte, um die Verwendung der vorgeführten Techniken einzuüben. Lösungen zu ausgewählten Aufgaben werden online auf der Homepage des Buches unter www.springer.com veröffentlicht. Interessierte finden dort außerdem zwei Tests, mit denen sie ihren Lernstand in Bezug auf Lösungsstrategien vor und nach Lektüre des Buches prüfen können sowie eine Reihe weiterer Aufgaben.

Ich danke Heike Carl und Eva-Maria Frittgen für die Durchsicht und einige Korrekturen zur Einleitung, Lothar Sebastian Krapp für die Durchsicht und zahlreiche hilfreiche Anmerkungen zu Kap. 3, 4 und 13 sowie Philipp Schlicht für die Durchsicht von Kap. 14. Weiter danke ich Frau Schmickler-Hirzebruch vom Springer-Verlag für die Betreuung bei der Arbeit an diesem Buch.

Schließlich möchte ich mich bei den TeilnehmerInnen meines Proseminars vom Wintersemester 2015/2016 bedanken, ohne deren lebendige Beteiligung, hilfreiche Anregungen und Fragen sowie konstruktive Rückmeldungen ich dieses Projekt wohl nicht in Angriff genommen hätte.

Konstanz, den 04.04.2017

Merlin Carl

Wie kommt man darauf?

Einführung in das mathematische Aufgabenlösen

Carl, M.

2017, X, 249 S. 15 Abb., 4 Abb. in Farbe., Softcover

ISBN: 978-3-658-18249-6