

2 Wer schön sein will, muss . . . warten

Zeit gewonnen, viel gewonnen;

Zeit verloren, viel verloren.

Spruchwort

DORFFEST in K. Eine bekannte Make-up-Artistin aus der Kreisstadt hat ihr Kommen angesagt. Sie wird eine Vorher-Nachher-Show veranstalten, in der sie vier Dorfbewohnerinnen umstylen will. Ihr Team besteht aus einem Frisör und einer Stylistin, welche sich um das Schminken kümmern wird. Es wurde festgelegt, dass erst frisiert und danach geschminkt wird.

Nach einer kurzen Vorbesprechung mit den vier Freiwilligen Agath, Beate, Cecilie und Dorit legt die Make-up-Artistin die neuen Looks fest und notiert für jede Teilnehmerin, wie lange voraussichtlich das Frisieren und das Schminken dauern wird, denn es muss alles sehr zügig ablaufen, das Publikum will ja nicht stundenlang warten. Die Zeitvorgaben (in Minuten) lauten wie folgt:

	Agathe	Beate	Cecilie	Dorit
Frisieren	20	8	22	30
Schminken	25	15	6	33

„Wie lange wird das Umstylen aller Teilnehmerinnen ungefähr dauern?“, fragt der Moderator der Veranstaltung. Die Make-up-Artistin zuckt mit den Schultern: „Vielleicht eine Stunde, vielleicht auch zwei.“

Ein Volontär aus dem Backstage-Bereich, ein Student der Wirtschaftsmathematik, der sich nebenbei etwas dazuverdient, ruft dazwischen: „Mindestens 87 Minuten, vermutlich aber etwas länger.“

Frage: Wie kommt der Volontär auf diese Antwort?

„Bitte machen Sie so schnell wie möglich!“, bittet der Moderator, „die Zuschauer sind schon sehr gespannt.“

„Okay, die erste Teilnehmerin, Agathe, bitte, und Beate hält sich schon bereit.“ Wieder mischt sich der Volontär ein: „Nehmen Sie als erste Beate, dann Agathe, Dorit und danach schließlich Cecilie.“

Die Make-up-Artistin ist zwar verwundert, tut aber, wie ihr geraten wurde. Und tatsächlich, auf diese Weise spart sie 16 Minuten gegenüber der ursprünglich vorgesehenen alphabetischen Reihenfolge ein. Wieso, wird gleich erklärt werden.

Bei der beschriebenen Situation handelt es sich nämlich, mathematisch gesprochen, um ein *Maschinenbelegungsproblem* mit zwei Maschinen. Die Lösung selbst besteht in der Anwendung der sogenannten *Johnson-Regel*:

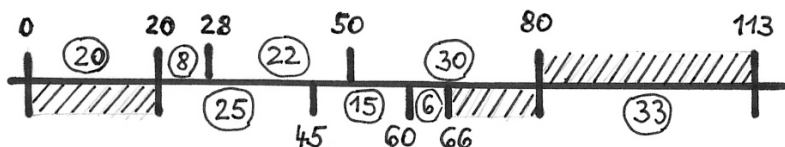
1. Suche die Teilnehmerin mit der insgesamt kürzesten „Bearbeitungszeit“. Ist das die Zeit für das Frisieren (Schminken), so ordne sie ganz vorn (hinten) unter allen noch nicht eingeordneten Teilnehmerinnen ein.
2. Verfahre mit allen restlichen Teilnehmerinnen ebenso, bis alle eingeordnet sind.

Im vorliegenden Fall ist „6“ die absolut kleinste Zahl, und sie steht für Schminken. Daher wird Cecilie ganz hinten eingeordnet. Die kleinste Zahl bei den restlichen drei Teilnehmerinnen ist „8“, diesmal beim Frisieren. Folglich wird Beate an die erste Stelle gesetzt. Nun verbleibt „20“ als Minimum aller übrigen Zeiten, wieder betrifft es das Frisieren, weshalb Agathe an die zweite Stelle in der Reihenfolge gesetzt wird. Die letzte, noch nicht eingeordnete Teilnehmerin ist Dorit, sie kommt als dritte dran.

Berechnet man die Zeit für den Gesamtdurchlauf aller Teilnehmerinnen, einmal für die „natürliche“, dem Alphabet entsprechende Reihenfolge Agathe, Beate, Cecilie, Dorit und zum anderen für die vom Volontär vorgeschlagene Abfolge, so ergeben sich als Zeiten 113 bzw. 97 Minuten. Nachstehend wird die – mathematisch gesprochen – „Abarbeitung der Aufträge auf den Maschinen“ mithilfe von Gantt-Diagrammen dargestellt. Dies sind übersichtliche Schemata, die nach ihrem Erfinder, einem US-amerikanischen Ingenieur, benannt sind

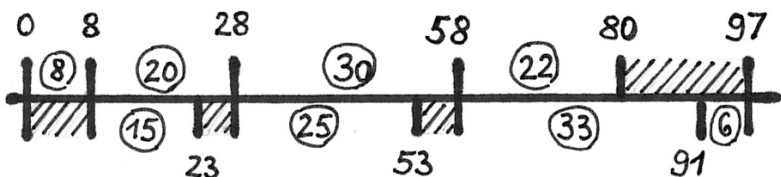
und die Abarbeitung der einzelnen Aufträge bzw. die entstehenden Wartezeiten auf beiden Maschinen zeigen. Die waagerechte Achse entspricht dabei der Zeit.

Darstellung des Ablaufs für die ursprüngliche Reihenfolge Agathe, Beate, Cecilie, Dorit:



Die schraffierten Bereiche bedeuten Wartezeiten. Die Stylistin muss also erst einmal 20 Minuten warten, bevor sie beginnen kann, später noch einmal 14 Minuten, da Dorit, die vierte Teilnehmerin, noch frisiert wird.

Die Darstellung des Ablaufs für die durch die Johnson-Regel ermittelte Reihenfolge Beate, Agathe, Dorit, Cecilie liefert die folgenden Zeiten:



Die Differenz der Zeiten für den Gesamtdurchlauf aller Teilnehmerinnen bei den beiden betrachteten Reihenfolgen beträgt somit 16 Minuten, d. h., im vorliegenden Fall kann man dank der Anwendung der Johnson-Regel eine Verkürzung der Durchlaufzeit um ca. 14% erzielen.

Ein *Zwei-Maschinen-Problem* zeichnet sich gegenüber Fragestellungen mit mehr als zwei Maschinen dadurch aus, dass mit der Johnson-Regel eine sehr einfache, explizite Lösung möglich ist. Damit bildet diese Aufgabenstellung gewissermaßen eine Ausnahme, während ansonsten umfangreiche und rechenaufwendige mathematische Algorithmen der diskreten Optimierung zum Finden der optimalen Lösung anzuwenden sind.

Bei Maschinenbelegungsproblemen mit mehreren parallelen Maschinen – in der Praxis in den verschiedensten Situationen angewendete Modelle – unterscheidet man sog. *Flow-Shop*-, *Job-Shop*-, *Open-Shop*- und weitere Probleme. Dabei werden unter anderem diese Kenngrößen berücksichtigt: Maschinenanzahl und deren Anordnung, Auftragsanzahl und deren Reihenfolge, Rüstzeiten, Lager- und Ressourcenbeschränkungen, Möglichkeit der Unterbrechung von Aufträgen etc.

Literatur:

Domschke W. , Scholl A., Voß S.: Produktionsplanung: Ablauforganisatorische Aspekte. 2. Aufl. Springer, Berlin 2013

Zäpfel G., Braune R.: Moderne Heuristiken der Produktionsplanung: am Beispiel der Maschinenbelegung. Verlag Vahlen, München 2005

Facetten der Wirtschaftsmathematik

Eine unterhaltsame Einführung ganz ohne Formeln

Luderer, B.

2017, X, 166 S., Softcover

ISBN: 978-3-658-19187-0