

Vorwort

In den vergangenen Jahren hat die Heterogenität in den Klassen immer weiter zugenommen. Dies stellt Lehrkräfte vor die Herausforderung, einem breit gefächerten Begabungs- und Interessenniveau gerecht zu werden. Die Niveauunterschiede wirken sich besonders in der Arbeitsgeschwindigkeit und dem erreichbaren Schwierigkeits- und Komplexitätsgrad der behandelten Inhalte aus. In dieser Situation bietet sich besonders in den Übungs- und Vertiefungsphasen die Differenzierung innerhalb des Klassenverbandes nach Umfang und Schwierigkeitsgrad an. Während ein Teil der Schülerinnen und Schüler noch Grundaufgaben bearbeitet, um die notwendige Sicherheit für den weiteren Unterrichtsgang zu erhalten, beschäftigen sich andere mit einem Zusatzangebot. Bereits kurz formulierte Aufgaben, zu deren Lösung eine pfiffige Idee erforderlich ist oder die einen gewissen Grad an Unabhängigkeit von den Aufgaben aus dem Lehrbuch haben, können Originalität und Kreativität bei den Schülern fördern. Sie sind damit vielleicht Initialzündung für eine intensive Beschäftigung mit mathematischen Fragen.

Die vorliegende Aufgabensammlung mit 300 Aufgaben ist aus einer Reihe von Mathe-Clubs für die Klassenstufen 5 und 6, mathematischen Arbeitsgemeinschaften ab Klassenstufe 7, mehrtägigen Seminarveranstaltungen mit besonders interessierten und begabten Jugendlichen auf Schul- und Landesebene, sowie der Betreuung der Aufgabenecke einer mathematischen Schülerzeitung entstanden.

Mit dieser Sammlung möchte ich Lehrkräfte dabei unterstützen, interessierte und begabte Schülerinnen und Schüler durch Binnendifferenzierung im Unterrichtsalltag und in klassenübergreifenden Arbeitsgemeinschaften zu fördern.

Dazu werden in einführenden Hinweisen und Beispielen erfolgversprechende Strategien vorgestellt, die im anschließenden Aufgabenmaterial erprobt werden können. Bei zahlreichen Aufgaben werden darüber hinaus zwei Abstraktionsstufen angeboten, um erste Grundlagen bereits ab Klassenstufe 5 legen zu können.

Die Lösungen zu den 300 Aufgaben sind ausführlich dokumentiert. Wiederholt werden verschiedene Lösungsansätze angegeben, um die Methodenvielfalt zu verdeutlichen und die Fähigkeit zum Problemlösen zu erweitern. Damit wird auch das Ziel verfolgt, dem Erarbeiten von Lösungsmethoden einen angemessenen Platz einzuräumen.

Die 300 Aufgaben sind auf fünf Kapitel verteilt.

Geometrie	70 Aufgaben
Arithmetik und Algebra	70 Aufgaben
Argumentieren, Begründen, Beweisen	80 Aufgaben
Systematisches Probieren	40 Aufgaben
Winkel am Kreis	40 Aufgaben

Die Bezeichnungen der fünf Kapitel beschreiben die Schwerpunkte der jeweiligen Aufgabenserie.

Die Aufgaben der **ersten drei Kapitel** können einzeln als Ergänzung des normalen Unterrichts zur **Binnendifferenzierung** und **Förderung einzelner Schüler oder kleiner Schülergruppen** verwendet werden. Die Aufgaben in diesen Kapiteln bieten sich beispielsweise für die Verwendung als differenzierende Aufgabe während der Unterrichtsstunde, als differenzierende Hausaufgabe oder als Problem der Woche oder des Monats an.

Durch die Aufgaben des ersten Kapitels werden die Inhalte der **Geometrie** in der Sekundarstufe I abgedeckt. Neben der Berechnung von Größen in Ebene und Raum werden die Eigenschaften von Ortslinien im Zusammenhang mit Konstruktionen und Beweisen thematisiert.

In den Aufgaben des Kapitels **Arithmetik und Algebra** werden im Bereich Arithmetik insbesondere Eigenschaften der natürlichen Zahlen, z.B. Primzahlen, Teiler, Quadratzahlen und Potenzen behandelt. Bei Aufgaben mit dem Schwerpunkt Algebra steht der sichere Umgang mit Variablen zur Beschreibung von Gesetzmäßigkeiten im Mittelpunkt.

Im dritten Kapitel steht das **Argumentieren, Begründen und Beweisen** im Vordergrund. Zahlreiche Aufgaben aus der Geometrie, der Arithmetik und der Algebra sollen die Fähigkeit zum problemlösenden Denken fördern. Als Mitglied und mehrjähriger Leiter des Landeswettbewerbs Mathematik in Baden-Württemberg konnte ich beobachten, dass das verbale Argumentieren und Begründen bereits ab Klassenstufe 5 einem später zunehmend formalen Beweisen vorausgehen kann – ja muss.

Unter der Bezeichnung „**Systematisches Probieren**“ werden 40 Aufgaben angeboten, die als Grundlage für eine **Arbeitsgemeinschaft** in der Unter- und Mittelstufe geeignet sind. Mit dieser Aufgabenserie wird das induktive Vorgehen bei der Erkenntnisgewinnung innerhalb der Mathematik thematisiert. Mit dem **Differenzenschema** wird zusätzlich ein Verfahren vorgestellt, mit dem in altersgemäßer Form der Übergang von der rekursiven Darstellung induktiv erfasster Gesetzmäßigkeiten zur expliziten Darstellung ermöglicht wird. Zahlreiche Beispiele aus Arithmetik, Algebra und Geometrie dienen der Vertiefung. Einzelne Aufgaben aus der Serie lassen sich unabhängig davon auch im Unterrichtsalltag zur Binnendifferenzierung einsetzen.

Das Kapitel **Winkel am Kreis** besteht aus 40 Aufgaben, die in der gewählten Form als Grundlage für eine **Arbeitsgemeinschaft** ab Klassenstufe 7 oder 8 geeignet sind. Ausgehend von den Sätzen über Mittelpunktswinkel und Randwinkel (Umfangswinkel oder Peripheriewinkel) wird eine Fülle geometrischer Sätze behandelt, die teilweise zum Schulunterricht der Mittelstufe gehören, aber dort aus Zeitgründen leider nur kurz gestreift werden oder vollständig entfallen. Auch werden einige klassische Probleme der euklidischen Geometrie angesprochen, die jedoch bisher kaum Eingang in den Mathematikunterricht gefunden haben.

Nach meinen Beobachtungen ist es für begabte und interessierte Jugendliche eine wichtige Erfahrung, die Entwicklung eines Themenbereiches von einfachsten Voraussetzungen bis hin zur Lösung komplexer Problemstellungen wie dem Satz vom Ptolemäus oder dem Feuerbach'schen Kreis mitzuerleben und mitzugestalten.

Danksagung

Mein besonderer Dank gilt Herrn Heinz Peisch, Langenbrettach, ohne dessen nachhaltige Unterstützung diese Sammlung nicht entstanden wäre und der sowohl bei der Konzeption als auch in den Details wertvolle Anregungen gab.

Außerdem danke ich Frau Schmickler-Hirzebruch, Frau Gerlach, Herrn Engesser und den Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des Verlags Springer Spektrum für zahlreiche Anregungen bei der endgültigen Gestaltung der Aufgabensammlung.

Mathematikaufgaben zur Binnendifferenzierung und
Begabtenförderung

300 Beispiele aus der Sekundarstufe I

Amann, F.

2017, XI, 318 S. 125 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-658-19417-8