

Inhaltsverzeichnis

1 Grundlagen	1
1.1 Reelle Zahlen	1
1.1.1 Die Zahlengerade	1
1.1.2 Rechnen mit reellen Zahlen	4
1.1.3 Ordnung der reellen Zahlen und ihre Vollständigkeit	8
1.1.4 Mengenschreibweise	11
1.1.5 Vollständige Induktion	17
1.1.6 Potenzen, Wurzeln, Absolutbetrag	21
1.1.7 Summenformeln: geometrische, binomische, polynomische	25
1.2 Elementare Kombinatorik	32
1.2.1 Fragestellungen der Kombinatorik	32
1.2.2 Permutationen	32
1.2.3 Permutationen mit Identifikationen	33
1.2.4 Variationen ohne Wiederholungen	35
1.2.5 Variationen mit Wiederholungen	38
1.2.6 Kombinationen ohne Wiederholungen	39
1.2.7 Kombinationen mit Wiederholungen	40
1.2.8 Zusammenfassung	42
1.3 Funktionen	43
1.3.1 Beispiele	43
1.3.2 Reelle Funktionen einer reellen Variablen	45
1.3.3 Tabellen, graphische Darstellungen, Monotonie	47
1.3.4 Umkehrfunktion, Verkettungen	52
1.3.5 Allgemeiner Abbildungsbegriff	55
1.4 Unendliche Folgen reeller Zahlen	57
1.4.1 Definition und Beispiele	57
1.4.2 Nullfolgen	58
1.4.3 Konvergente Folgen	61
1.4.4 Ermittlung von Grenzwerten	63
1.4.5 Häufungspunkte, beschränkte Folgen	67
1.4.6 Konvergenzkriterien	69
1.4.7 Lösen von Gleichungen durch Iteration	72
1.5 Unendliche Reihen reeller Zahlen	75
1.5.1 Konvergenz unendlicher Reihen	75
1.5.2 Allgemeine Konvergenzkriterien	80
1.5.3 Absolut konvergente Reihen	83
1.5.4 Konvergenzkriterien für absolut konvergente Reihen	86
1.6 Stetige Funktionen	90

1.6.1	Problemstellung: Lösen von Gleichungen	90
1.6.2	Stetigkeit	92
1.6.3	Zwischenwertsatz	95
1.6.4	Regeln für stetige Funktionen	98
1.6.5	Maximum und Minimum stetiger Funktionen	100
1.6.6	Gleichmäßige Stetigkeit	103
1.6.7	Grenzwerte von Funktionen	106
1.6.8	Pole und Grenzwerte im Unendlichen	110
1.6.9	Einseitige Grenzwerte, Unstetigkeiten	113
2	Elementare Funktionen	117
2.1	Polynome	117
2.1.1	Allgemeines	117
2.1.2	Geraden	118
2.1.3	Quadratische Polynome, Parabeln	123
2.1.4	Quadratische Gleichungen	128
2.1.5	Berechnung von Polynomwerten, Horner-Schema	130
2.1.6	Division von Polynomen, Anzahl der Nullstellen	134
2.2	Rationale und algebraische Funktionen	137
2.2.1	Gebrochene rationale Funktionen	137
2.2.2	Algebraische Funktionen	141
2.2.3	Kegelschnitte	145
2.3	Trigonometrische Funktionen	149
2.3.1	Bogenlänge am Einheitskreis	149
2.3.2	Sinus und Cosinus	156
2.3.3	Tangens und Cotangens	160
2.3.4	Arcus-Funktionen	163
2.3.5	Anwendungen: Entfernungsbestimmung, Schwingungen	166
2.4	Exponentialfunktionen, Logarithmus, Hyperbelfunktionen	171
2.4.1	Allgemeine Exponentialfunktionen	171
2.4.2	Wachstumsvorgänge. Die Zahl e	174
2.4.3	Die Exponentialfunktion $\exp(x) = e^x$ und der natürliche Logarithmus	177
2.4.4	Hyperbel- und Areefunktionen	182
2.5	Komplexe Zahlen	185
2.5.1	Einführung	185
2.5.2	Der Körper der komplexen Zahlen	186
2.5.3	Exponentialfunktion, Sinus und Cosinus im Komplexen	193
2.5.4	Polarkoordinaten, geometrische Deutung der komplexen Multiplikation, Zeigerdiagramm	195
2.5.5	Fundamentalsatz der Algebra, Folgen und Reihen, stetige Funktionen im Komplexen	198
3	Differentialrechnung einer reellen Variablen	201
3.1	Grundlagen der Differentialrechnung	201
3.1.1	Geschwindigkeit	201

3.1.2	Differenzierbarkeit, Tangenten	204
3.1.3	Differentiationsregeln für Summen, Produkte und Quotienten reeller Funktionen	213
3.1.4	Kettenregel, Regel für Umkehrfunktionen, implizites Differenzieren	216
3.1.5	Mittelwertsatz der Differentialrechnung	222
3.1.6	Ableitungen der trigonometrischen Funktionen und der Arcusfunktionen	225
3.1.7	Ableitungen der Exponential- und Logarithmus-Funktionen	228
3.1.8	Ableitungen der Hyperbel- und Area-Funktionen	232
3.1.9	Zusammenstellung der wichtigsten Differentiationsregeln	232
3.2	Ausbau der Differentialrechnung	234
3.2.1	Die Regeln von de l'Hospital	234
3.2.2	Die Taylorsche Formel	239
3.2.3	Beispiele zur Taylorformel	242
3.2.4	Zusammenstellung der Taylorreihen elementarer Funktionen	248
3.2.5	Berechnung von π	251
3.2.6	Konvexität, geometrische Bedeutung der zweiten Ableitung	252
3.2.7	Das Newtonsche Verfahren	257
3.2.8	Bestimmung von Extremstellen	263
3.2.9	Kurvendiskussion	268
3.3	Anwendungen	275
3.3.1	Bewegung von Massenpunkten	275
3.3.2	Fehlerabschätzung	279
3.3.3	Zur binomischen Reihe: physikalische Näherungsformeln	280
3.3.4	Zur Exponentialfunktion: Wachsen und Abklingen	281
3.3.5	Zum Newtonschen Verfahren	284
3.3.6	Extremalprobleme	286
4	Integralrechnung einer reellen Variablen	291
4.1	Grundlagen der Integralrechnung	292
4.1.1	Flächeninhalt und Integral	292
4.1.2	Integrierbarkeit stetiger und monotoner Funktionen	296
4.1.3	Graphisches Integrieren, Riemannsche Summen, numerische Integration mit der Tangentenformel	298
4.1.4	Regeln für Integrale	302
4.1.5	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	305
4.2	Berechnung von Integralen	308
4.2.1	Unbestimmte Integrale, Grundintegrale	308
4.2.2	Substitutionsmethode	311
4.2.3	Produktintegration	320
4.2.4	Integration rationaler Funktionen	325
4.2.5	Integration weiterer Funktionenklassen	330
4.2.6	Numerische Integration	333
4.3	Uneigentliche Integrale	352
4.3.1	Definition und Beispiele	352
4.3.2	Rechenregeln und Konvergenzkriterien	355
4.3.3	Integalkriterium für Reihen	362

4.3.4	Die Integralfunktionen Ei, Li, si, ci, das Fehlerintegral und die Gammafunktion	365
4.4	Anwendung: Wechselstromrechnung	369
4.4.1	Mittelwerte in der Wechselstromtechnik	369
4.4.2	Komplexe Funktionen einer reellen Variablen	371
4.4.3	Komplexe Wechselstromrechnung	375
4.4.4	Ortskurven bei Wechselstromschaltungen	380
5	Folgen und Reihen von Funktionen	385
5.1	Gleichmäßige Konvergenz von Funktionenfolgen und -reihen	385
5.1.1	Gleichmäßige und punktweise Konvergenz von Funktionenfolgen	385
5.1.2	Vertauschung von Grenzprozessen	389
5.1.3	Gleichmäßig konvergente Reihen	392
5.2	Potenzreihen	395
5.2.1	Konvergenzradius	395
5.2.2	Addieren und Multiplizieren von Potenzreihen sowie Differenzieren und Integrieren	399
5.2.3	Identitätssatz, Abelscher Grenzwertsatz	400
5.3	Der Weierstraß'sche Approximationssatz	403
5.3.1	Bemerkung zur Polynomapproximation	403
5.3.2	Approximation von stetigen Funktionen durch Bernstein-Polynome	404
5.4	Interpolation	409
5.4.1	Polynominterpolation	409
5.4.2	Splineinterpolation	426
5.5	Fourierreihen	435
5.5.1	Periodische Funktionen	435
5.5.2	Trigonometrische Reihen, Fourier-Koeffizienten	436
5.5.3	Beispiele für Fourierreihen	438
5.5.4	Konvergenz von Fourierreihen	446
5.5.5	Komplexe Schreibweise von Fourierreihen	451
5.5.6	Anwendung: Gedämpfte erzwungene Schwingung	454
6	Differentialrechnung mehrerer reeller Variabler	459
6.1	Der n -dimensionale Raum $\mathbb{R}^n$	459
6.1.1	Spaltenvektoren	459
6.1.2	Arithmetik im $\mathbb{R}^n$	460
6.1.3	Folgen und Reihen von Vektoren	466
6.1.4	Topologische Begriffe	468
6.1.5	Matrizen	471
6.2	Abbildungen im $\mathbb{R}^n$	475
6.2.1	Abbildungen aus $\mathbb{R}^n$ in $\mathbb{R}^m$	475
6.2.2	Funktionen zweier reeller Variabler	476
6.2.3	Stetigkeit im $\mathbb{R}^n$	482
6.3	Differenzierbare Abbildungen von mehreren Variablen	484
6.3.1	Partielle Ableitungen	484
6.3.2	Ableitungsmatrix, Differenzierbarkeit, Tangentialebene	488

6.3.3	Regeln für differenzierbare Abbildungen. Richtungsableitung	494
6.3.4	Das vollständige Differential	498
6.3.5	Höhere partielle Ableitungen	502
6.3.6	Taylorformel und Mittelwertsatz	504
6.4	Gleichungssysteme, Extremalprobleme, Anwendungen	507
6.4.1	Newton-Verfahren im $\mathbb{R}^n$	507
6.4.2	Satz über implizite Funktionen, Invertierungssatz	512
6.4.3	Extremalprobleme ohne Nebenbedingungen	517
6.4.4	Extremalprobleme mit Nebenbedingungen	520
7	Integralrechnung mehrerer reeller Variabler	527
7.1	Integration bei zwei Variablen	527
7.1.1	Anschauliche Einführung des Integrals zweier reeller Variabler	527
7.1.2	Analytische Einführung des Integrals zweier reeller Variabler	537
7.1.3	Grundlegende Sätze	541
7.1.4	Riemannsche Summen	547
7.1.5	Anwendungen	549
7.1.6	Krummlinige Koordinaten, Transformationen, Funktionaldeterminanten	556
7.1.7	Transformationsformel für Bereichsintegrale	561
7.2	Allgemeinfall: Integration bei mehreren Variablen	567
7.2.1	Riemannsches Integral im $\mathbb{R}^n$	567
7.2.2	Grundlegende Sätze	570
7.2.3	Krummlinige Koordinaten, Funktionaldeterminante, Transformationsformeln	572
7.2.4	Rauminhalte	578
7.2.5	Rotationskörper	581
7.2.6	Anwendungen: Schwerpunkte, Trägheitsmomente	584
7.3	Parameterabhängige Integrale	592
7.3.1	Stetigkeit und Integrierbarkeit parameterabhängiger Integrale	592
7.3.2	Differentiation eines parameterabhängigen Integrals	593
7.3.3	Differentiation bei variablen Integrationsgrenzen	594
Anhang		597
A	Lösungen zu den Übungen	599
Symbole		605
Literaturverzeichnis		607
Stichwortverzeichnis		611

Höhere Mathematik für Ingenieure Band I
Analysis

Burg, K.; Haf, H.; Wille, F.; Meister, A.

2017, XVIII, 624 S. 239 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-658-19427-7