

2 Grundlagen der Reifenmodellierung

Die Kraftübertragung zwischen Reifen und Fahrbahnoberfläche basiert grundlegend auf der Reibung zwischen beiden Körpern in der Kontaktfläche [2]. Durch die Wirkung eines Antriebs- oder Bremsmomentes verformt sich der, gegenüber der Fahrbahn wesentlich elastischere, Reifen. Hierbei entsteht eine, der Verformung entgegen gerichtete, Kraft. Werden die lokalen Kräfte in einem Kontaktpunkt zwischen Reifen und Fahrbahn zu groß, kommt es zum Gleiten. Nach Kummer und Meyer wird die hierbei auftretende Reibkraft durch die Größen Adhäsion und Hysterese beschrieben [3].

2.1 Modellkomponenten

Die Beschreibung der durch einen Reifen bereitgestellten Kraft lässt sich in zwei Teile untergliedern. Dies sind die Beschreibung des Zustandes des Reifens und die aus diesem Zustand resultierende Kraft. Der Zustand wird über die kinematische Beschreibung von Lage und Geschwindigkeit des Reifens gegenüber der Straße definiert [4]. In einem zweiten Schritt kann dem beschreibenden Zustand über ein Kraftmodell eine in der Latschfläche wirkende Kraft zugeordnet werden. Das Kraftmodell wird hierbei durch physikalische Größen, wie Materialsteifigkeit, Flächenpressung und Reib-eigenschaften von Gummi und Straßenoberfläche bestimmt [5], [6].

Durch die geringe Steifigkeit des Reifens bildet sich durch die Beaufschla-gung mit einer Normalkraft zwischen Reifen und Fahrbahn eine Kontakt-fläche, der sogenannte Reifenlatsch, aus, vgl. Abbildung 2.1.

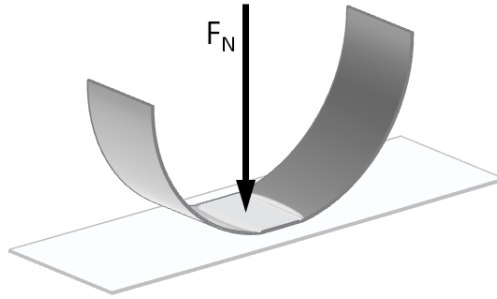


Abbildung 2.1: Kontaktfläche zwischen Reifen und Fahrbahn infolge einer Normalkraft F_N .

Für jedes Element innerhalb dieser Fläche kann die Lage und die Geschwindigkeit gegenüber der Fahrbahn berechnet werden, die den Zustand dieses Elementes definieren. Betrachtet man die Straßenoberfläche als ebenen, starren Körper, so werden die kinematischen Zustandsgrößen der Elemente durch die Lage- und Geschwindigkeitsvektoren des Rades bestimmt.

Die Fahrbahnoberfläche bildet hierbei eine Zwangsbedingung hinsichtlich der Position der Reifenelemente. Für jeden Punkt in der Kontaktfläche ergibt sich somit ein eigener Zustand, dem eine entsprechende Kraft zugeordnet werden kann. Aus der Summe dieser Teilkräfte resultiert die zwischen Reifen und Fahrbahn wirkende Gesamtkraft.

Bei der klassischen Zustandsbeschreibung über Schlupf und Schräglaufwinkel wird auf die Betrachtung der Verformung des Reifens sowie die Ausbildung einer Kontaktfläche verzichtet und stattdessen von einem Einpunktkontakt zwischen Reifen und Fahrbahn ausgegangen. Hierdurch reduzieren sich die für die Zustandsbeschreibung nötigen Eingangsgrößen auf die im entsprechenden Kontaktpunkt auftretenden Geschwindigkeiten.

Da die Kräfte, die den Zuständen zugeordnet werden, in einem rechtwinkligen Koordinatensystem bezüglich der Radachsen definiert werden, ist es zweckmäßig, auch die Zustandsbeschreibung anhand dieser Richtungen vorzunehmen [7], [8]. Für die in Reifenlängsrichtung wirkende Umfangskraft F_U erfolgt die Zustandsbeschreibung über die Kenngröße des Schlupfes,

wobei häufig zwischen den Betriebszuständen Antreiben und Bremsen unterschieden wird.

Antreiben für $v_{th} \geq v_F$:

$$\lambda_A = \frac{v_{th} - v_F}{v_{th}} = \frac{\omega_R \cdot r_{dyn} - v_F}{\omega_R \cdot r_{dyn}} \quad \text{Gl. 2.1}$$

Bremsen für $v_{th} \leq v_F$:

$$\lambda_B = \frac{v_F - v_{th}}{v_F} = \frac{v_F - \omega_R \cdot r_{dyn}}{v_F} \quad \text{Gl. 2.2}$$

Dabei ist v_F die Geschwindigkeit des Fahrzeuges und v_{th} die Geschwindigkeit, die das Fahrzeug bei einem umfangskraftfrei abrollenden Rad mit Winkelgeschwindigkeit ω_R hätte. In Anlehnung an [9] zeigt Abbildung 2.2 die sich ergebenden Zustände in Abhängigkeit von den beschreibenden Größen v_F und v_{th} für die Schlupfdefinitionen nach Gleichung 2.1 und 2.2.

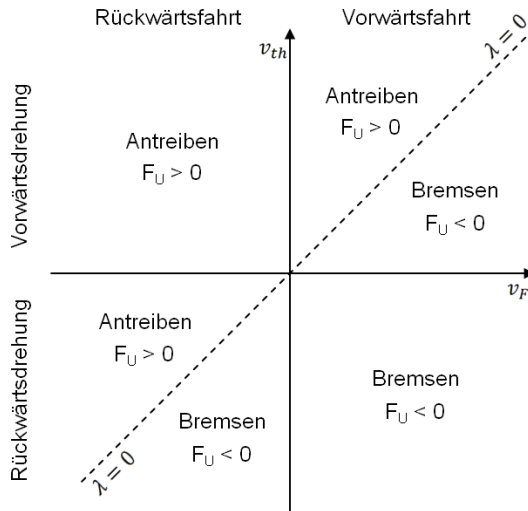


Abbildung 2.2: Mögliche Zustände des Reifens in Umfangsrichtung.

Für diese Zustandsdefinition wird folglich ein Zustand, bei dem die resultierende Umfangskraft F_U in Richtung der positiven Fahrzeughängsachse

zeigt, als „Antreiben“ und ein Zustand, bei dem die Kraft entgegen dieser zeigt, als „Bremsen“ definiert. Sind die theoretische und die tatsächliche Fahrgeschwindigkeit identisch, rollt das Rad bei Vernachlässigung des Rollwiderstandes umfangskraftfrei ab. Der Zustand ist für diesen Fall $\lambda = 0$.

Für die im Kontaktpunkt wirkende Querkraft wird als beschreibender Zustand die Größe des Schräglaufwinkels α verwendet. Dieser definiert sich anhand der Quergeschwindigkeit des Rades v_y über der Fahrbahnoberfläche im Kontaktpunkt und der Längsgeschwindigkeit v_x in Reifenlängsrichtung, vgl. [7].

$$\alpha = \operatorname{atan}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) \quad \text{Gl. 2.3}$$

Die Zuordnung einer Kraft zum entsprechenden Zustand erfolgt im einfachsten Fall auf Basis einer mathematischen Funktion, deren Verlauf auf empirisch erfassten Messwerten basiert. Bei dieser Vorgehensweise ist es notwendig, alle möglichen Zustände messtechnisch zu erfassen und gegebenenfalls zwischen den Zuständen zu interpolieren. Zustände, die durch die Reduzierung auf einen Einpunktkontakt vernachlässigt werden –z.B. Sturz–, werden bei diesen Modellen über eine Erweiterung des Kraftmodells berücksichtigt.

Die Zustandsbeschreibung nach Gleichung 2.1 bis 2.3 stellt die gängigste Form in der Mehrzahl der Reifenmodelle dar. Sie ist jedoch nicht in der Lage, den gesamten, im Fahrbetrieb relevanten, Geschwindigkeitsbereich zu erfassen, da die Zustände für den Fall, dass die Geschwindigkeit im Nenner zu null wird, nicht definiert sind. Die hiermit zusammenhängende Problematik beim Einsatz dieser Zustandsbeschreibungen in der Simulation eines Gesamtsystems aus Zustandsbeschreibung, Kraftmodell und Fahrzeugmodell wird im Folgenden erörtert.

2.2 Problematik der Zustandsbeschreibung

Die Betrachtungen erfolgen zunächst anhand der Bremsschlupfdefinition, werden im Anschluss aber auch auf den Fall des Antreibens übertragen. Der Bremsschlupf ist für $v_F = 0$ nicht definiert, vgl. Gleichung 2.2. Durch die Nebenbedingung $v_{th} \leq v_F$ ist gewährleistet, dass der Zähler des Terms immer kleiner als der Nenner ist. Somit ist die Zustandsbeschreibung auf das Intervall $\lambda_B \in [0,1]$ beschränkt. Trotz dieser Beschränkung ergibt sich in der Umgebung von $v_F = 0$ ein für die numerische Simulation ungeeignetes Verhalten.

Im Folgenden wird dies gezeigt, indem die Schlupfdefinition auf ein einfaches Viertelfahrzeugmodell, bestehend aus einem Rad mit dem Massenträgheitsmoment J_R und einer Aufbaumasse m_A , angewendet wird. Abbildung 2.3 zeigt den Aufbau und die beschreibenden Größen des Modells. Roll- und Luftwiderstand werden in dieser Betrachtung vernachlässigt.

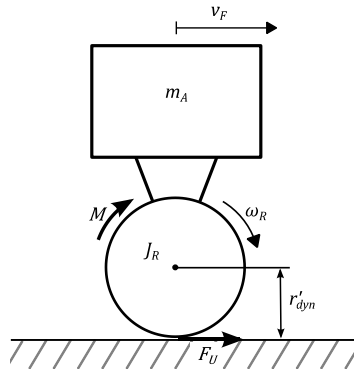


Abbildung 2.3: Aufbau des Viertelfahrzeugmodells.

Die Betrachtungen erfolgen um einen beliebigen Arbeitspunkt des Bremsschlupfes $\bar{\lambda}_B \in [0,1]$. Das mathematische Kraftmodell kann für die Umgebung des Arbeitspunktes $\bar{\lambda}_B$ durch einen linearen Zusammenhang zwischen

Bremsschlupf und Bremskraft F_B , über die lokale Schlupfsteifigkeit im Arbeitspunkt $c_{\bar{\lambda}_B}$, angenähert werden, vgl. Gleichung 2.4.

$$F_B = c_{\bar{\lambda}_B} \cdot \lambda_B + F_{B,0} \quad \text{Gl. 2.4}$$

Abbildung 2.4 stellt die Linearisierung der Bremskraft grafisch dar.

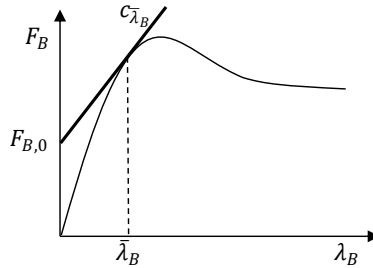


Abbildung 2.4: Linearisierung der Bremskraft F_B um einen Arbeitspunkt $\bar{\lambda}_B$ des Bremsschlupfes über die lokale Schlupfsteifigkeit $c_{\bar{\lambda}_B}$.

Für $\bar{\lambda}_B = 0$ entspricht $c_{\bar{\lambda}_B}$ der Schlupfsteifigkeit des Reifens und der Schnittpunkt mit der Bremskraftachse $F_{B,0}$ ist null.

Das Viertelfahrzeugmodell verfügt über einen rotatorischen und einen translatorischen Freiheitsgrad. Die entsprechenden Bewegungsgleichungen lauten unter der getroffenen Annahme einer Vernachlässigung von Roll- und Luftwiderstand, vgl. Abbildung 2.3:

$$M - F_U \cdot r'_{dyn} = J_R \cdot \dot{\omega}_R \quad \text{Gl. 2.5}$$

$$F_U = m_A \cdot \dot{v}_F \quad \text{Gl. 2.6}$$

Aus der positiv definierten Bremskraft F_B aus Gleichung 2.4 folgt eine negative Umfangskraft F_U .

$$F_U = -F_B = -c_{\bar{\lambda}_B} \cdot \lambda_B - F_{B,0} \quad \text{Gl. 2.7}$$

Zu untersuchen ist die Änderung des Schlupfzustandes infolge einer externen Anregung des Modells über ein auf das Rad wirkendes Moment M . Der Schlupfzustand λ_B nach Gleichung 2.2 ist eine Funktion der beiden Veränderlichen ω_R und v_F . Seine Änderung wird durch das totale Differential nach Gleichung 2.8 beschrieben.

$$d\lambda_B = \frac{\partial \lambda_B}{\partial \omega_R} \cdot d\omega_R + \frac{\partial \lambda_B}{\partial v_F} \cdot dv_F \quad \text{Gl. 2.8}$$

Für die Änderung des Schlupfes bezüglich einer Zeitbasis t folgt aus Gleichung 2.8, vgl. Anhang A.1:¹

$$\dot{\lambda}_B = - \left(\frac{r_{dyn}^2 \cdot c_{\bar{\lambda}_B}}{v_F \cdot J_R} + \frac{\omega_R \cdot r_{dyn} \cdot c_{\bar{\lambda}_B}}{v_F^2 \cdot m_A} \right) \cdot \lambda_B - \frac{r_{dyn}}{v_F \cdot J_R} \cdot M \quad \text{Gl. 2.9}$$

Aus Gleichung 2.9 ist unter Berücksichtigung der Nebenbedingung für den Bremsschlupf $\omega_R \cdot r_{dyn} = v_{th} \leq v_F$ zu erkennen, dass die Faktoren der Modellvariablen λ_B und M für $v_F \rightarrow 0$ gegen ∞ streben. Die Reaktion der Zustandsgröße λ_B auf eine externe Anregung durch ein Moment M oder einen numerischen Fehler in der Berechnung von λ_B steigt somit mit sinkender Geschwindigkeit v_F .

Die gleichen Überlegungen führen für den Antriebsschlupf und die damit verbundene Nebenbedingung $\omega_R \cdot r_{dyn} \geq v_F$ zu Gleichung 2.10.

$$\dot{\lambda}_A = - \left(\frac{v_F \cdot c_{\bar{\lambda}_A}}{\omega_R^2 \cdot J_R} + \frac{c_{\bar{\lambda}_A}}{\omega_R \cdot r_{dyn} \cdot m_A} \right) \cdot \lambda_A + \frac{v_F}{\omega_R^2 \cdot r_{dyn} \cdot J_R} \cdot M \quad \text{Gl. 2.10}$$

¹ Für die dargestellten Betrachtungen kann ohne Einschränkung $r'_{dyn} = r_{dyn}$ angenommen werden.

Analog zur Bremsschlupfdefinition führt auch für diesen Fall eine geringere Geschwindigkeit $v_{th} = \omega_R \cdot r_{dyn}$ zu einer Zunahme der Änderung des Systemzustandes λ infolge einer Anregung. Diese Eigenschaft eines Systems wird auch als dessen Steifigkeit bezeichnet.

Die zunehmende Systemsteifigkeit hat zur Folge, dass bei der Verwendung von expliziten Integrationsverfahren in der numerischen Simulation die Schrittweite mit sinkender Geschwindigkeit reduziert werden muss, um die Stabilität des Integrationsverfahrens sicherzustellen. Die hieraus resultierende Zunahme der pro Zeitintervall benötigten Rechenoperationen gefährdet jedoch die Forderung nach der Echtzeitfähigkeit vieler Anwendungen. Zudem erscheint der Umstand, dass der Reifen mit einer gegen null sinkenden Geschwindigkeit unendlich schnell auf die Anregung durch ein Bremsmoment reagiert, als physikalisch unplausibel.

Die in diesem Kapitel beschriebenen Überlegungen zeigen, dass die gängigen Zustandsdefinitionen über Antriebs- und Bremsschlupf nach Gleichung 2.1 und 2.2 für die Anwendung bei geringen Geschwindigkeiten und dem Stillstand eines Fahrzeuges bei $v_F = v_{th} = 0$ ungeeignet sind.

Ein Beitrag zur Modellierung des Reifenverhaltens bei
geringen Geschwindigkeiten

Heimann, P.

2017, XXIII, 142 S. 60 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-658-19599-1