
Vorwort

- Seit wann weiß man, dass die Erde eine Kugel ist? Wie hat man das überhaupt festgestellt?
- Heute kann man mit Smartphones, Kameras usw. auf Knopfdruck die *geografischen Koordinaten* des Standorts ermitteln. Aber was bedeuten diese ominösen Zahlen eigentlich?
- Angenommen, man möchte von A nach B reisen. Wie weit ist B entfernt? In welcher Richtung liegt B von A aus gesehen? Wie verläuft der kürzeste Weg? Bei Fernreisen ist das besonders interessant (und manchmal überraschend), aber auch bei kurzen Entfernungen nicht unproblematisch.
- Apropos Fernreisen: Häufig muss man am Zielort die Uhr vor- oder zurückstellen. Die Ortszeit wird zwar vom Piloten angesagt, aber warum gibt es verschiedene Zeiten? Wie kann man den Zeitunterschied vorweg ermitteln?
- In der Entwicklung der Seefahrt spielten *Schiffschronometer* eine sehr wichtige Rolle. Wofür braucht der Seemann eine genaue Uhr?
- Man weiß: Die Sonne geht im Osten auf und im Westen unter – aber das stimmt nur ungefähr. Wo und wann geht sie denn *genau* auf bzw. unter? Wie lange dauert der helle Tag? Wie ändert sich die Tageslänge im Laufe eines Jahres? Wie ändert sie sich, wenn man verreist? Ist es am Zielort abends länger hell oder nicht?
- Bei uns läuft die Sonne von links nach rechts auf ihrer täglichen Bahn am Himmel, also im *Uhrzeigersinn*. Auf der Südhalbkugel ist es aber umgekehrt! Wieso?

Solche und ähnliche Fragen gehören zweifellos zu unserem Alltag – zwar kann man überleben, ohne viel darüber nachzudenken, aber wer neugierig ist und solche Phänomene verstehen möchte, benötigt unweigerlich ein wenig Mathematik hierfür. In der kulturellen und wissenschaftlichen Entwicklung spielten derartige Probleme seit jeher eine entscheidende Rolle: Schon in prähistorischer Zeit war es lebenswichtig, über die Jahreszeiten Bescheid zu wissen; in der griechischen Antike war die Himmelsbeobachtung ein Motor für die Geometrie, und in der Neuzeit bildete die Analyse der Planetenbewegung die Grundlage für die Newtonsche Mechanik (das sind nur drei „kleine“ Beispiele). Heutzuta-

ge können Neugierige reichhaltige Informationen zu den eingangs genannten Themen aus dem Internet abrufen, aber um sie zu verstehen und zu hinterfragen, benötigt man mehr.

Es handelt sich um geometrische Probleme, die nicht im Zentrum des schulischen Curriculums stehen, aber auch nicht unverbunden daneben. Der Titel „Geometrie auf der Kugel“ ist absichtlich so gewählt: Es soll nicht der Eindruck entstehen, dass eine ganz andere Art von Geometrie präsentiert wird. Im Gegenteil: Die Elementargeometrie kann durch die speziellen Aspekte, die die Kugel mit sich bringt, reflektiert, ergänzt und vertieft werden; schließlich ist die Kugel kein exotisches Objekt. Zudem wird mit der intendierten Konzentration auf die Erd- und Himmelskugel die *Anwendung* der Mathematik in den Vordergrund gerückt, verbunden mit zahlreichen Bezügen zu Nachbarwissenschaften. In der momentan intensiv geführten Diskussion um *realitätsnahen Mathematikunterricht* und *Modellierung* kann das Thema wertvolle Beiträge leisten.

Dabei stellt dieses Teilgebiet für die Schule kein Novum dar: Bis in die 1960er-Jahre hinein gehörte die *sphärische Trigonometrie* zum Standardstoff der gymnasialen Oberstufe; danach wurde sie zugunsten neuer Inhalte aufgegeben, u. a. wegen des großen Rechenaufwandes. Mit modernen Werkzeugen sind komplexe Berechnungen jedoch kein Problem mehr. Außerdem spielt die sphärische Trigonometrie in diesem Buch nicht die zentrale Rolle wie damals; stattdessen werden die Probleme nach Möglichkeit mit Methoden der *ebenen* Geometrie gelöst (natürlich funktioniert das nicht immer), und zwar nicht nur rechnerisch, sondern auch konstruktiv, wobei digitale Werkzeuge wie DGS eine gute Hilfe bieten. Grundbegriffe der Kugelgeometrie sind gleichwohl unverzichtbar.

Die Hauptzielgruppen des Buchs sind Studierende von Lehrämtern für die Sekundarstufe I und ihre Dozentinnen und Dozenten; durch den gestärkten Schulbezug dürfte das Buch aber auch eine gute fachliche Grundlage für die Ausbildung, das Selbststudium und die Fortbildung im Referendariat und in der Schulpraxis darstellen. Im Bereich des Lehramtes für die Primarstufe ist es für eine fachliche Vertiefung geeignet. Weiterhin ist es auch für Schüler/innen der gymnasialen Oberstufe interessant, u. a. als Ergänzung des normalen Curriculums, für Arbeitsgemeinschaften oder als Basis für Facharbeiten. Voraussetzungen sind Grundkenntnisse der ebenen Geometrie und Trigonometrie, also im Wesentlichen Stoff der Sekundarstufe I; weitere Voraussetzungen (Analysis o. Ä.) werden nur in geringem Umfang verwendet.

Das Buch basiert auf einer Veranstaltung für Lehramtsstudierende der Primarstufe und Sekundarstufe I, die jahrzehntelang regelmäßig an der TU Dortmund angeboten wurde. Jede Veranstaltung wurde ergänzt durch einen Vortrag über Astronomie und die Geometrie der Himmelskugel im Planetarium der Sternwarte Recklinghausen (herzlichen Dank an Burkard Steinrücken, den Leiter der Sternwarte, für seine fundierten Ausführungen).

Mein besonderer Dank gilt Gerhard N. Müller: Er hat mich bereits Ende der 1970er-Jahre mit der Faszination dieses Themas infiziert, die mich seitdem nicht mehr losgelassen hat. Ebenso danke ich den Dozenten, Mitarbeitern und zahlreichen Studierenden am IEEM der TU Dortmund, die mit ihren Diskussionen und Anregungen wesentliche Beiträge geleistet haben. Nicht zuletzt danke ich vielmals dem Team des Springer-Verlages, insbesondere Stella Schmoll für die kompetente Unterstützung bei der Realisierung dieses Projektes.

Dortmund, im Mai 2016

Berthold Schuppar

Geometrie auf der Kugel

Alltägliche Phänomene rund um Erde und Himmel

Schuppar, B.

2017, XI, 242 S. 152 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-662-52941-6