

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Vorbemerkung und Nutzungshinweise

0. Mathematische Grundlagen **1**

Die in diesem Kapitel enthaltenen Inhalte stehen Ihnen als Download unter www.toolbox.cemath.rwth-aachen.de kostenfrei zur Verfügung, sind aber nicht Bestandteil des Buchs.

1. Geometrie mit Sinus, Cosinus und Tangens **3**

1.1. Fragen und Probleme	4
1.2. Typische Anwendungen	6
1.3. Fakten und Regeln	7
1.3.1. Sinus, Cosinus und Tangens im rechtwinkligen Dreieck	8
1.3.2. Steigung und Tangens	12
1.3.3. Spezielle Werte von Sinus, Cosinus und Tangens	13
1.3.4. Gradmaß und Bogenmaß	15
1.3.5. Sinus, Cosinus und Tangens am Einheitskreis	17
1.3.6. Sinussatz und Cosinussatz	19
1.4. Trainingsaufgaben	20
1.5. Lösungsskizzen	21

2. Vektoren im $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$ **27**

2.1. Fragen und Probleme	28
2.2. Typische Anwendungen	30
2.3. Fakten und Regeln	32
2.3.1. Reelle Vektoren und ihre Darstellung	32
2.3.2. Addition von Vektoren	36
2.3.3. Multiplikation von Skalaren mit Vektoren	39
2.3.4. Linearkombinationen – Zusammensetzen und Zerlegen eines Vektors	42
2.3.5. Multiplikation von Vektoren (Skalarprodukt)	45
2.3.6. Länge und Winkel	46
2.3.7. Orthogonalität und Orthonormalbasen	49
2.3.8. Vektorprodukt im $\mathbb{R}^3$	51
2.4. Trainingsaufgaben	53
2.5. Lösungsskizzen	55

3. Funktionen	63
3.1. Fragen und Probleme	64
3.2. Typische Anwendungen	67
3.3. Fakten und Regeln	70
3.3.1. Funktionen: Grundlagen	70
3.3.2. Rechnen mit reellen Funktionen	71
3.3.3. Umkehrbarkeit und Umkehrfunktion	74
3.3.4. Wichtige Funktionstypen	75
3.3.5. Gleichungen, Nullstellen, Schnittpunkte	79
3.3.6. Exkurs: Existenz von Lösungen einer Gleichung	84
3.3.7. Rechnen mit Grenzwerten und Stetigkeit	86
3.3.8. Exkurs: Formales zu Grenzwerten	94
3.3.9. Monotonieverhalten und Extrema	97
3.4. Trainingsaufgaben	101
3.5. Lösungsskizzen	102
4. Differentiation	107
4.1. Fragen und Probleme	108
4.2. Typische Anwendungen	109
4.3. Fakten und Regeln	111
4.3.1. Geometrische Einführung der Ableitung	111
4.3.2. Definition der Ableitung	113
4.3.3. Technik des Differenzierens	115
4.3.4. Ableitungen und Eigenschaften von Funktionen	123
4.3.5. Anwendung: Wachstumsverhalten	129
4.3.6. Exkurs: Mittelwertsatz	130
4.3.7. Taylor-Entwicklung	131
4.3.8. Differentiation und Bestimmung von Grenzwerten	133
4.4. Trainingsaufgaben	136
4.5. Lösungsskizzen	137
5. Eulersche Exponentialfunktion	141
5.1. Fragen und Probleme	142
5.2. Typische Anwendungen	143
5.3. Fakten und Regeln	145
5.3.1. Eulersche Exponentialfunktion	145
5.3.2. Funktionalgleichung	146
5.3.3. Eigenschaften der Eulerschen Exponentialfunktion	147
5.3.4. Allgemeine Exponentialfunktionen	149
5.3.5. Differentialgleichungen	150
5.3.6. Reihenentwicklung und Anwendungen	151
5.3.7. Poisson-Verteilung	152
5.4. Trainingsaufgaben	153
5.5. Lösungsskizzen	154

6. Potenzen und Logarithmen	159
6.1. Fragen und Probleme	160
6.2. Typische Anwendungen	162
6.3. Fakten und Regeln	165
6.3.1. Potenzen und Rechnen mit Potenzen	165
6.3.2. Logarithmus und Umkehrung des Potenzierens	167
6.3.3. Eigenschaften des natürlichen Logarithmus	171
6.3.4. Potenzfunktionen	172
6.4. Trainingsaufgaben	174
6.5. Lösungsskizzen	175
7. Trigonometrische Funktionen	179
7.1. Fragen und Probleme	180
7.2. Typische Anwendungen	182
7.3. Fakten und Regeln	184
7.3.1. Von der Geometrie zur Funktion	184
7.3.2. Sinusfunktion auf $\mathbb{R}$	186
7.3.3. Cosinusfunktion auf $\mathbb{R}$	189
7.3.4. Tangens- und Cotangensfunktion	192
7.3.5. Ableitung und Stammfunktionen	194
7.3.6. Additionstheoreme – Rechnen mit Sinus und Cosinus	196
7.3.7. Zerlegung periodischer Funktionen (Fourier-Reihen)	197
7.3.8. Potenzreihenentwicklungen	199
7.3.9. Arcusfunktionen	200
7.4. Trainingsaufgaben	203
7.5. Lösungsskizzen	205
8. Integration	213
8.1. Fragen und Probleme	214
8.2. Typische Anwendungen	216
8.3. Fakten und Regeln	220
8.3.1. Integral als Grenzwert von Ober- und Untersummen	220
8.3.2. Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	222
8.3.3. Integrationstechnik	225
8.3.4. Stückweise definierte Funktionen	230
8.3.5. Integrale und Flächenberechnung	231
8.3.6. Uneigentliche Integrale	237
8.3.7. Weitere Anwendung: Kurvenlänge	239
8.3.8. Weitere Anwendung: Volumen eines Rotationskörpers	241
8.4. Trainingsaufgaben	242
8.5. Lösungsskizzen	245
A. Funktionensteckbriefe	251
Polynomfunktion, Polynom	251
Gebrochen rationale Funktion	253
Potenzfunktion	255

Eulersche Exponentialfunktion	257
Logarithmusfunktion	259
Sinusfunktion	261
Cosinusfunktion	262
Tangensfunktion	263
Arcus-Sinusfunktion	265
Arcus-Cosinusfunktion	266
Arcus-Tangensfunktion	267
B. Grenzwerte	269
B.1. Ausgewählte Grenzwerte von Funktionen	269
B.2. Grenzwerte bei Summen, Differenzen, Produkten und Quotienten	270
Index	272

Toolbox Mathematik für MINT-Studiengänge
Cramer, E.; Kamps, U.; Lehmann, J.; Walcher, S.
2017, XIII, 273 S. 65 Abb. in Farbe., Softcover
ISBN: 978-3-662-53629-2