

Inhaltsverzeichnis

Teil I Grundlagen

1	Einleitung	3
1.1	Was wir nicht herleiten können	3
1.2	Überblick über das Buch	5
1.3	Elementarteilchen und fundamentale Wechselwirkungen	8
2	Die Spezielle Relativitätstheorie	13
2.1	Die Invariante der Speziellen Relativitätstheorie	14
2.2	Eigenzeit	17
2.3	Obere Geschwindigkeitsbegrenzung	18
2.4	Die Minkowski-Notation	19
2.5	Lorentz-Transformationen	22
2.6	Invarianz, Symmetrie und Kovarianz	23

Teil II Symmetrie-Werkzeuge

3	Lie-Gruppentheorie	27
3.1	Gruppen	28
3.2	Drehungen in zwei Dimensionen	32
3.2.1	Drehungen durch komplexe Einheitszahlen . . .	34
3.3	Drehungen in drei Dimensionen	36
3.3.1	Die Quaternionen	37
3.4	Lie-Algebren	42
3.4.1	Die Generatoren und Lie-Algebra der Gruppe $SO(3)$	45
3.4.2	Die abstrakte Definition einer Lie-Algebra	49
3.4.3	Die Generatoren und Lie-Algebra der Gruppe $SU(2)$	50
3.4.4	Die abstrakte Definition einer Lie-Gruppe	51
3.5	Darstellungstheorie	54
3.6	$SU(2)$	59

3.6.1	Die endlich-dimensionalen, irreduziblen Darstellungen der Gruppe $SU(2)$	60
3.6.2	Der $SU(2)$ -Casimir-Operator	62
3.6.3	Die eindimensionale $SU(2)$ -Darstellung	63
3.6.4	Die zweidimensionale $SU(2)$ -Darstellung	63
3.6.5	Die dreidimensionale $SU(2)$ -Darstellung	65
3.7	Die Lorentz-Gruppe $O(1, 3)$	65
3.7.1	Eine Darstellung der Lorentz-Gruppe	68
3.7.2	Generatoren der anderen Komponenten der Lorentz-Gruppe	71
3.7.3	Die Lie-Algebra der eigentlich orthochronen Lorentz-Gruppe	73
3.7.4	Die $(0, 0)$ -Darstellung	75
3.7.5	Die $(\frac{1}{2}, 0)$ -Darstellung	75
3.7.6	Die $(0, \frac{1}{2})$ -Darstellung	77
3.7.7	Die Van-der-Waerden-Notation	78
3.7.8	Die $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ -Darstellung	83
3.7.9	Spinore und Parität	87
3.7.10	Spinore und Ladungskonjugation	90
3.7.11	Die unendlichdimensionale Darstellung	91
3.8	Die Poincaré-Gruppe	93
3.9	Elementarteilchen	95
3.10	Appendix: Drehungen in einem komplexen Vektorraum	97
3.11	Appendix: Mannigfaltigkeiten	98
4	Das Framework	101
4.1	Der Lagrange-Formalismus	101
4.1.1	Das Fermat'sche Prinzip	102
4.1.2	Die Grundidee der Variationsrechnung	102
4.2	Einschränkungen	103
4.3	Teilchentheorien vs. Feldtheorien	104
4.4	Die Euler-Lagrange-Gleichung	106
4.5	Das Noether-Theorem	108
4.5.1	Das Noether-Theorem für Teilchentheorien	108
4.5.2	Das Noether-Theorem für Feldtheorien – Raumzeit-Symmetrien	112
4.5.3	Drehungen und Boosts	115
4.5.4	Spin	116
4.5.5	Das Noether-Theorem für Felder – innere Symmetrien	117
4.6	Appendix: Erhaltungsgröße für Boost-Invarianz für Teilchentheorien	120
4.7	Appendix: Erhaltungsgröße für Boost-Invarianz für Feltheorien	121

Teil III Die Gleichungen der Natur

5	Messoperatoren	123
5.1	Die Operatoren der Quantenmechanik	123
5.1.1	Spin und Drehimpuls	125
5.2	Die Operatoren der Quantenfeldtheorie	125
6	Theorie ohne Wechselwirkungen	127
6.1	Lorentz-Kovarianz und Invarianz	127
6.2	Die Klein-Gordon-Gleichung	128
6.2.1	Klein-Gordon-Gleichung für komplexe Skalar-Felder	130
6.3	Die Dirac-Gleichung	131
6.4	Die Proca-Gleichung	134
7	Wechselwirkungstheorie	137
7.1	$U(1)$ -Wechselwirkungen	139
7.1.1	Innere Symmetrie freier Spin- $\frac{1}{2}$ -Felder	140
7.1.2	Innere Symmetrie freier Spin-1-Felder	142
7.1.3	Zusammensetzen der Puzzleteile	143
7.1.4	Inhomogene Maxwell-Gleichungen und minimale Kopplung	145
7.1.5	Ladungskonjugation, erneut	146
7.1.6	Das Noether-Theorem für innere $U(1)$ -Symmetrie	148
7.1.7	Wechselwirkung massiver Spin-0-Felder	149
7.1.8	Wechselwirkung massiver Spin-1-Felder	150
7.2	$SU(2)$ -Wechselwirkungen	151
7.3	Massenterme und „Vereinigung“ von $SU(2)$ und $U(1)$	157
7.4	Paritätsverletzung	165
7.5	Massenterme für Leptonen	169
7.6	Quark-Massenterme	174
7.7	Isospin	175
7.7.1	Teilchenlabel	176
7.8	$SU(3)$ -Wechselwirkungen	178
7.8.1	Farbladung	181
7.8.2	Quarks	182
7.9	Das Zusammenspiel von Bosonen und Fermionen	183

Teil IV Anwendungen

8	Quantenmechanik	187
8.1	Identifikationen für Teilchentheorien	188
8.2	Die relativistische Energie-Impuls-Beziehung	188
8.3	Der Quanten-Formalismus	189

8.3.1	Erwartungswert	193
8.4	Die Schrödinger-Gleichung	194
8.5	Von Wellengleichungen zur Teilchenbewegung	196
8.5.1	Beispiel: Ein freies Teilchen	196
8.5.2	Beispiel: Teilchen im Kasten	197
8.5.3	Die Dirac-Notation	201
8.5.4	Beispiel: Erneut das Teilchen im Kasten	203
8.5.5	Spin	204
8.6	Die Heisenberg'sche Unschärferelation	209
8.7	Kommentar zu möglichen Interpretationen	210
8.8	Appendix: Interpretation der Komponenten eines Dirac-Spinors	211
8.9	Appendix: Lösungen der Dirac-Gleichung	216
8.10	Appendix: Dirac-Spinore in unterschiedlichen Basen	218
8.10.1	Lösungen der Dirac-Gleichung in der Massenbasis	220
9	Quantenfeldtheorie	223
9.1	Feldtheoretische Identifikationen	224
9.2	Freie Spin-0-Feldtheorie	225
9.3	Freie Spin- $\frac{1}{2}$ -Feldtheorie	231
9.4	Freie Spin-1-Feldtheorie	234
9.5	Wechselwirkende Feldtheorie	234
9.5.1	Streuamplituden	235
9.5.2	Zeitentwicklung der Zustände	235
9.5.3	Die Dyson-Reihe	239
9.5.4	Auswertung der Reihe	240
9.6	Appendix: Die allgemeinste Lösung der Klein-Gordon-Gleichung	244
10	Klassische Mechanik	247
10.1	Relativistische Mechanik	249
10.2	Der Lagrangian der nicht-relativistischen Mechanik	251
11	Elektrodynamik	253
11.1	Die homogenen Maxwell-Gleichungen	254
11.2	Die Lorentz-Kraft	255
11.3	Das Coulomb-Potential	257
12	Gravitation	259
13	Schlusswort	265
 Teil V Anhang		
A	Vektoranalysis	269

A.1	Basisvektoren	270
A.2	Wechsel des Koordinatensystems	271
A.3	Matrixmultiplikation	273
A.4	Skalare	274
A.5	Rechtshändige und linkshändige Koordinatensysteme	274
B	Analysis	277
B.1	Produktregel	277
B.2	Partielle Integration	277
B.3	Die Taylor-Reihe	278
B.4	Reihen	280
B.4.1	Wichtige Reihen	280
B.4.2	Das Aufspalten von Summen	282
B.4.3	Einsteins Summenkonvention	282
B.5	Indexnotation	283
B.5.1	Dummy-Indices	283
B.5.2	Objekte mit mehr als einem Index	284
B.5.3	Symmetrische und antisymmetrische Indices	284
B.5.4	Antisymmetrische \times symmetrische Summen	285
B.5.5	Zwei wichtige Symbole	285
C	Lineare Algebra	287
C.1	Transformationen	287
C.2	Die Matrixexponentialfunktion	288
C.3	Die Determinante	288
C.4	Eigenwerte und Eigenvektoren	289
C.5	Diagonalisierung	289
D	Zusätzliche mathematische Begriffe	291
D.1	Die Fourier-Transformation	291
D.2	Delta-Distribution	292
	Literaturverzeichnis	293
	Index	297

Durch Symmetrie die moderne Physik verstehen
Ein neuer Zugang zu den fundamentalen Theorien
Schwichtenberg, J.

2017, XVII, 299 S. 26 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-662-53811-1