
Vorwort

La géométrie est une espèce de hochet que la nature nous a jeté
pour nous consoler et nous amuser dans les ténèbres.

(Jean-Baptiste le Rond d'Alembert an Friedrich II., 1764)

Die Geometrie ist eine Art Spielzeug, welches die Natur uns zuwarf
zum Troste und zur Unterhaltung in der Finsternis.

Die Geometrie offenbart die Schönheit der Mathematik besonders eindrucksvoll und ohne viele Vorkenntnisse. Tatsächlich löste die (Wieder-)Entdeckung der Perspektive in der Frührenaissance einen wahren „Hype“ in der Malerei aus.

Auch wenn sich die Anwendung der projektiven Geometrie in der modernen Computergrafik meist auf die perspektivische Darstellung von Gitternetzen beschränkt, kann sie doch viel mehr: Sie beherbergt sowohl die euklidische als auch die nichteuklidischen Geometrien und liefert dadurch überraschende und nützliche Einsichten.

Der vorliegende Text nahm seinen Ursprung in einigen Programmierübungen, mit denen ich meinem Vater zeigen wollte, wie man interaktive geometrische Konstruktionen als JavaScript-Anwendung (ohne umständliche Java-Applets) im Web-Browser umsetzen kann. Das hat mich schließlich so begeistert, dass das Resultat dann doch etwas umfangreicher wurde: <http://www.stefan-liebscher.de/geometry.php>. Viele Anregungen bekam ich durch Richter-Gebert (2011) und natürlich Liebscher (2005), die ich beide auch zur weitergehenden Lektüre empfehlen kann.

Gleichzeitig kam ich zu der Überzeugung, dass die projektive Geometrie viele interessante, aber noch überschaubare Beispiele für die dynamischen Systeme, Singularitätentheorie, Differenzialgeometrie und Kosmologie bereithält. Im Ergebnis hielt ich im Sommer 2015 an der Freien Universität Berlin eine Vorlesung über projektive Geometrie. Das begleitende Skript zu dieser Vorlesung bildet die Grundlage des vorliegenden Buches.

Der zeitliche Rahmen der Vorlesung (14 Doppelstunden) zwang mich zu einer starken inhaltlichen Selektion. Darüber hinaus war mein Ziel, geometrisches Vorstellungsvermögen zu nutzen und zu entwickeln. Daher beschränke ich mich weitestgehend auf die

reelle projektive Ebene. Grundlegende Begriffe und Techniken der projektiven Geometrie werden jedoch besprochen und alle Aussagen vollständig bewiesen. Insbesondere in der zweiten Hälfte des Buches weicht die Auswahl der behandelten Themen dann deutlich von üblichen Darstellungen ab, um ausgewählte Aspekte von Kegelschnitten näher zu beleuchten, die mich persönlich besonders faszinieren. Ich hoffe, dass diese Faszination beim Lesen des Buches überspringt. Das Abschlusskapitel schließlich wird man so in keinem Lehrbuch finden.

An vielen Stellen finden sich Verweise auf vorbereitete Konstruktionen in der eingangs erwähnten Browser-Applikation, mit der man die dargestellten Sätze im Computereperiment „überprüfen“ kann.

Besonderes Augenmerk möchte ich noch auf die Übungsaufgaben richten. Diese sind nicht nur schmückendes Beiwerk. Mathematik zu studieren, ohne sich mit ihr anhand von Übungsaufgaben auseinanderzusetzen, ist wie der Versuch, schwimmen zu lernen, ohne ins Wasser zu gehen. Aus eigener Erfahrung als Student weiß ich, dass dazu aber immer wenigstens ein klein bisschen Ansporn nötig ist. Daher sind den Aufgaben keine Lösungen beigelegt – ich selbst würde als Leser zu schnell mangelnde Zeit als Grund vorschieben, um dort nachzuschauen. Die Aufgaben können in der Regel aber mit den unmittelbar vor ihnen bereitgestellten Resultaten und Methoden bearbeitet werden. Auch als Dozent war ich kein Freund von Musterlösungen. Einerseits sind sie zu leicht zu kopieren. Andererseits gehören auf die Übungszettel keine Aufgaben, für die der Dozent selbst eine Musterlösung braucht.

München, April 2017

Stefan Liebscher

Projektive Geometrie der Ebene

Ein klassischer Zugang mit interaktiver Visualisierung

Liebscher, S.

2017, XIV, 118 S. 61 Abb., 46 Abb. in Farbe., Softcover

ISBN: 978-3-662-54079-4