

# Inhaltsverzeichnis

---

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>13</b>
1.1	Die axiomatische Methode . . . . .	14
1.2	Formale Systeme . . . . .	18
1.3	Metamathematik . . . . .	26
1.3.1	Widerspruchsfreiheit . . . . .	28
1.3.2	Vollständigkeit . . . . .	31
1.3.3	Hilbert-Programm . . . . .	33
1.4	Die Unvollständigkeitssätze . . . . .	38
1.4.1	Der erste Unvollständigkeitssatz . . . . .	39
1.4.2	Der zweite Unvollständigkeitssatz . . . . .	39
1.5	Die Gödel'sche Arbeit . . . . .	40
<b>2</b>	<b>Die formalen Grundlagen der Mathematik</b>	<b>43</b>
2.1	Das logizistische Programm . . . . .	43
2.1.1	Begriffsschrift . . . . .	44
2.1.2	Axiome der Begriffsschrift . . . . .	46
2.1.3	Formalisierung der Arithmetik . . . . .	49
2.2	Die natürlichen Zahlen . . . . .	52
2.2.1	Arithmetices principia . . . . .	53
2.2.2	Axiome der Arithmetices principia . . . . .	56
2.2.3	Isomorphiesatz von Dedekind . . . . .	60
2.3	Principia Mathematica . . . . .	66
2.3.1	Satz von Cantor . . . . .	70
2.3.2	Die Russell'sche Antinomie . . . . .	75
2.3.3	Typentheorie . . . . .	84
2.3.4	Die Logik der Principia . . . . .	89
2.4	Axiomatische Mengenlehre . . . . .	97
2.4.1	Kontinuumshypothese . . . . .	99
2.4.2	Wohlordnungssatz . . . . .	101
2.4.3	Zermelos Beweis in der Kritik . . . . .	109
2.4.4	Das Zermelo'sche Axiomensystem . . . . .	113
<b>3</b>	<b>Beweisskizze</b>	<b>119</b>
3.1	Arithmetische Formeln . . . . .	120
3.2	Arithmetisierung der Syntax . . . . .	127
3.3	Ich bin unbeweisbar! . . . . .	131
3.4	Gödel, Richard und der Lügner . . . . .	136

3.4.1	Das Lügner-Paradoxon . . . . .	137
3.4.2	Die Richard'sche Antinomie . . . . .	139
3.4.3	Wann ist ein formales System betroffen? . . . . .	142
<b>4</b>	<b>Das System P</b>	<b>147</b>
4.1	Syntax . . . . .	148
4.1.1	Terme und Formeln . . . . .	150
4.1.2	Substitutionen . . . . .	154
4.2	Semantik . . . . .	157
4.2.1	Definition der Gleichheit . . . . .	160
4.2.2	Definition der natürlichen Zahlen . . . . .	162
4.3	Axiome und Schlussregeln . . . . .	162
4.4	Formale Beweise . . . . .	168
4.4.1	Aussagenlogische Theoreme . . . . .	172
4.4.2	Hypothesenbasiertes Beweisen . . . . .	184
4.4.3	Prädikatenlogische Theoreme . . . . .	188
4.4.4	Theoreme über die Gleichheit . . . . .	191
4.4.5	Numerische Theoreme . . . . .	196
4.5	Arithmetisierung der Syntax . . . . .	207
<b>5</b>	<b>Primitiv-rekursive Funktionen</b>	<b>213</b>
5.1	Definition und Eigenschaften . . . . .	213
5.2	Auswahl primitiv-rekursiver Funktionen und Relationen . . . . .	230
5.3	Entscheidungsverfahren . . . . .	270
5.4	Satz V . . . . .	274
<b>6</b>	<b>Die Grenzen der Mathematik</b>	<b>289</b>
6.1	Gödels Hauptresultat . . . . .	289
6.1.1	Unvollständigkeit des Systems P . . . . .	292
6.1.2	Folgerungen aus dem Hauptresultat . . . . .	299
6.2	Der erste Unvollständigkeitssatz . . . . .	307
6.2.1	Unvollständigkeit der Arithmetik . . . . .	307
6.2.2	Folgen für den engeren Funktionenkalkül . . . . .	320
6.3	Der zweite Unvollständigkeitssatz . . . . .	340
<b>7</b>	<b>Epilog</b>	<b>349</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>351</b>
	<b>Bildnachweis</b>	<b>357</b>
	<b>Namensverzeichnis</b>	<b>359</b>
	<b>Sachwortverzeichnis</b>	<b>363</b>

Die Gödel'schen Unvollständigkeitssätze  
Eine geführte Reise durch Kurt Gödels historischen  
Beweis

Hoffmann, D.W.

2017, XI, 356 S. 47 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-662-54299-6