

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>1</b>
1.1	Was ist Modellierung?	1
1.2	Aspekte der Modellierung am Beispiel der Populationsdynamik	3
1.3	Populationsmodell mit beschränkten Ressourcen	9
1.4	Dimensionsanalyse und Skalierung	12
1.5	Asymptotische Entwicklung	16
1.6	Anwendungen aus der Strömungsmechanik	26
1.7	Literaturhinweise	31
1.8	Aufgaben	31
<b>2</b>	<b>Lineare Gleichungssysteme</b>	<b>37</b>
2.1	Elektrische Netzwerke	37
2.2	Stabwerke	48
2.3	Optimierung mit Nebenbedingungen	61
2.4	Literaturhinweise	68
2.5	Aufgaben	69
<b>3</b>	<b>Grundzüge der Thermodynamik</b>	<b>77</b>
3.1	Das Modell eines idealen Gases, die Maxwell-Boltzmann- Verteilung	78
3.2	Thermodynamische Systeme, das thermodynamische Gleichgewicht	82
3.3	Der erste Hauptsatz der Thermodynamik	83

3.4	Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik, die Entropie . . . . .	87
3.5	Thermodynamische Potentiale . . . . .	98
3.6	Die Legendre–Transformation . . . . .	100
3.7	Der Kalkül der Differentialformen . . . . .	101
3.8	Thermodynamik bei Mischungen, das chemische Potential . . .	104
3.9	Chemische Reaktionen in Mehrspeziessystemen . . . . .	112
3.10	Gleichgewichtspunkte chemischer Reaktionen . . . . .	116
3.11	Kinetische Reaktionen . . . . .	121
3.12	Literaturhinweise . . . . .	124
3.13	Aufgaben . . . . .	125
<b>4</b>	<b>Gewöhnliche Differentialgleichungen . . . . .</b>	<b>133</b>
4.1	Eindimensionale Schwingungen . . . . .	133
4.2	Lagrangesche und Hamiltonsche Formulierung der Mechanik ..	142
4.3	Beispiele aus der Populationsdynamik . . . . .	154
4.4	Qualitative Analysis, Phasenportraits . . . . .	156
4.5	Prinzip der linearisierten Stabilität . . . . .	161
4.6	Stabilität linearer Systeme . . . . .	163
4.7	Variationsprobleme für Funktionen einer Variablen . . . . .	168
4.8	Optimale Steuerung gewöhnlicher Differentialgleichungen . . .	184
4.9	Literaturhinweise . . . . .	190
4.10	Aufgaben . . . . .	191
<b>5</b>	<b>Kontinuumsmechanik . . . . .</b>	<b>199</b>
5.1	Einleitung . . . . .	199
5.2	Teilchenmechanik . . . . .	202
5.3	Von der Teilchenmechanik zum kontinuierlichen Medium . . .	206
5.4	Kinematik . . . . .	209
5.5	Erhaltungssätze . . . . .	215
5.6	Konstitutive Gesetze . . . . .	225
5.7	Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik in der Kontinuumsmechanik . . . . .	237
5.8	Beobachterunabhängigkeit . . . . .	246
5.9	Konstitutive Theorie für viskose Flüssigkeiten . . . . .	252

5.10	Modellierung elastischer Feststoffe .....	256
5.11	Elektromagnetismus .....	273
5.12	Dispersion .....	293
5.13	Literaturhinweise .....	294
5.14	Aufgaben .....	294
<b>6</b>	<b>Partielle Differentialgleichungen .....</b>	<b>309</b>
6.1	Elliptische Gleichungen .....	309
6.1.1	Variationsrechnung .....	310
6.1.2	Die Fundamentallösung .....	320
6.1.3	Mittelwertsatz und Maximumprinzip .....	323
6.1.4	Ebene Potentialströmungen, die Methode der komplexen Variablen .....	325
6.1.5	Die Stokes-Gleichungen .....	330
6.1.6	Homogenisierung .....	333
6.1.7	Optimale Steuerung elliptischer Differentialgleichungen .....	337
6.1.8	Parameteridentifizierung und inverse Probleme .....	341
6.1.9	Lineare Elastizitätstheorie .....	345
6.2	Parabolische Gleichungen .....	348
6.2.1	Eindeutigkeit von Lösungen, die Energiemethode .....	350
6.2.2	Verhalten für große Zeiten .....	352
6.2.3	Separation der Variablen und Eigenfunktionen .....	356
6.2.4	Das Maximumprinzip .....	358
6.2.5	Die Fundamentallösung .....	360
6.2.6	Diffusionszeiten .....	363
6.2.7	Invariante Transformationen .....	364
6.2.8	Allgemeine Anfangswerte .....	365
6.2.9	Brownsche Bewegung .....	366
6.2.10	Laufende Wellen - „Travelling Waves“ .....	369
6.2.11	Reaktions-Diffusions-Gleichung und Laufende Wellen ..	371
6.2.12	Turing-Instabilität und Musterbildung .....	378
6.2.13	Cahn-Hilliard-Gleichung und Musterbildung .....	384
6.3	Hyperbolische Erhaltungsgleichungen .....	388
6.4	Die Wellengleichung .....	397

6.5	Die Navier–Stokes–Gleichungen .....	404
6.6	Grenzschichten .....	409
6.7	Literaturhinweise .....	424
6.8	Aufgaben .....	424
<b>7</b>	<b>Probleme mit freiem Rand .....</b>	<b>431</b>
7.1	Hindernisprobleme und Kontaktprobleme .....	432
7.2	Freie Ränder in porösen Medien .....	439
7.3	Das Stefan–Problem .....	450
7.4	Entropieungleichung für das Stefan–Problem .....	457
7.5	Unterkühlte Flüssigkeiten .....	459
7.6	Gibbs–Thomson–Effekt .....	460
7.7	Mullins–Sekerka–Instabilität .....	462
7.8	A priori Abschätzungen für das Stefan–Problem .....	465
7.9	Die Phasenfeldgleichungen .....	468
7.10	Freie Oberflächen in der Strömungsmechanik .....	477
7.11	Dünne Filme und Lubrikationsapproximation .....	480
7.12	Literaturhinweise .....	483
7.13	Aufgaben .....	484
<b>A</b>	<b>Funktionenräume .....</b>	<b>493</b>
<b>B</b>	<b>Krümmung von Hyperflächen .....</b>	<b>497</b>
	<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>503</b>
	<b>Sachverzeichnis .....</b>	<b>509</b>



<http://www.springer.com/978-3-662-54334-4>

Mathematische Modellierung

Eck, C.; Garcke, H.; Knabner, P.

2017, XVI, 515 S. 86 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-662-54334-4