

## 2.1 Eindimensionale Bewegungen

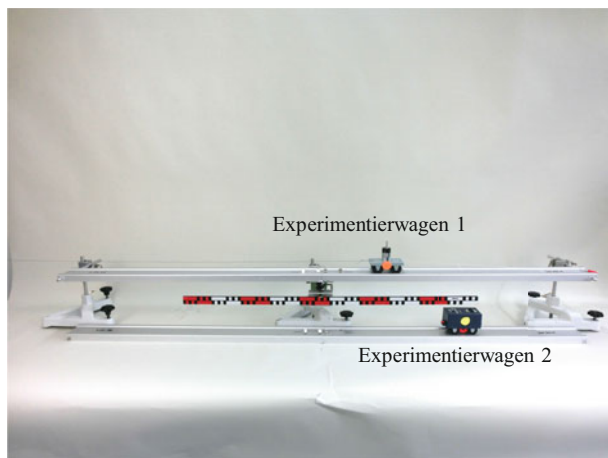
### Aufgabe 1: Überholvorgang

(VA)

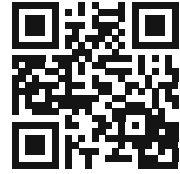
Schauen Sie sich das Videoexperiment und Abb. 2.1 an.

- Bestimmen Sie durch lineare Regression die Bewegungsparameter der Experimentierwagen 1 und 2 und geben Sie mittels dieser die  $x(t)$ -,  $v(t)$ - und  $a(t)$ -Funktionen beider Bewegungen an.
- Berechnen Sie den Zeitpunkt und Ort des Überholens. Überprüfen Sie das Ergebnis experimentell.
- Berechnen Sie durch Integration den Vorsprung des Experimentierwagens 1 gegenüber dem Experimentierwagen 2 zum Zeitpunkt  $t = 2,0$  s. Überprüfen Sie das Ergebnis experimentell.

**Abb. 2.1** Experimentierwagen 1 überholt Experimentierwagen 2



<http://tiny.cc/0gfzly>



### Aufgabe 2: Hüpfender Gummiball

(mVA)

Videografieren Sie die Bewegung eines senkrecht hüpfenden Gummiballs.

- Erstellen Sie das  $v(t)$ -Diagramm der Bewegung und erklären Sie den Verlauf des  $v(t)$ -Graphen.
- Bestimmen Sie aus den Messdaten den Wert der Erdbeschleunigung  $g$  möglichst genau.
- Bestimmen Sie den Restitutionskoeffizienten (Stoßzahl)  $k$ , definiert als

$$k = \sqrt{\frac{h_{i+1}}{h_i}},$$

wobei  $h_i$  die Höhe des  $i$ -ten Sprungs bezeichnet. Welche inhaltliche Bedeutung hat die Stoßzahl?

### Aufgabe 3: Strecksprung

(mVA)

Videografieren Sie einen Strecksprung.

- Teilen Sie das  $v(t)$ -Diagramm der Bewegung begründet in Phasen ein und erklären Sie den Verlauf des  $v(t)$ -Graphen.
- Bestimmen Sie aus den Messreihen möglichst genau die Erdbeschleunigung  $g$ .

---

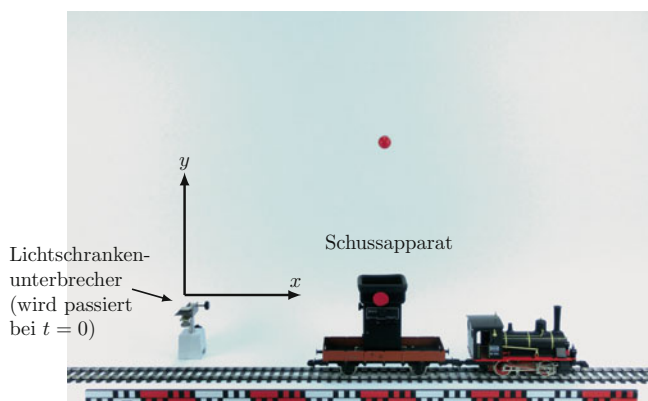
## 2.2 Zweidimensionale Bewegungen

### Aufgabe 4: Schuss vom fahrenden Wagen

(VA)

Schauen Sie sich das Videoexperiment und Abb. 2.2 an.

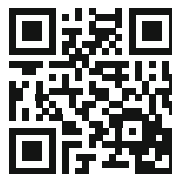
- Welche Voraussetzungen sind im Videoexperiment erfüllt, dass die Kugel wieder in den Wagen zurückfällt?
- Skizzieren Sie die Bahnkurve  $y(x)$  aus Sicht eines Beobachters B am Bahndamm und die Bahnkurve  $y'(x')$  aus Sicht eines Beobachters B' auf dem Wagen. Kontrollieren Sie die Ergebnisse experimentell.
- Bestimmen Sie aus Sicht des Beobachters B die Geschwindigkeitskomponente  $v_x(t=0)$  aus dem  $x(t)$ -Diagramm und die Geschwindigkeitskomponente  $v_y(t=0)$  aus der Wurfhöhe.



**Abb. 2.2** Ein Wagen fährt mit konstanter Geschwindigkeit in  $x$ -Richtung und schießt zum Zeitpunkt  $t = 0$  mit einem Schussapparat eine Kugel senkrecht in  $y$ -Richtung ab

- d. Leiten Sie Formeln für die Flugzeit  $t_F$  und die Schussweite  $x_W$  der Kugel aus Sicht von Beobachter B her und berechnen Sie diese. Kontrollieren Sie die Ergebnisse experimentell.

<http://tiny.cc/rgfzly>



### Aufgabe 5: Blob Jump

(VA)

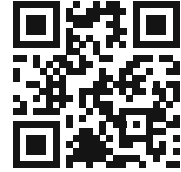
Schauen Sie sich das Videoexperiment und Abb. 2.3 an.

**Abb. 2.3** Ein „Blobber“ springt auf ein Luftkissen und katapultiert damit den „Jumper“ in die Luft



- Zeigen Sie experimentell, dass die Bahnkurve  $y(x)$  des Jumper-Schwerpunkts eine Parabel ist.
- Ermitteln Sie mit bestmöglicher Genauigkeit die Abschussgeschwindigkeit  $v_0$  und den Abschusswinkel  $\alpha$  des Jumpers.

<http://tiny.cc/6ffzly>



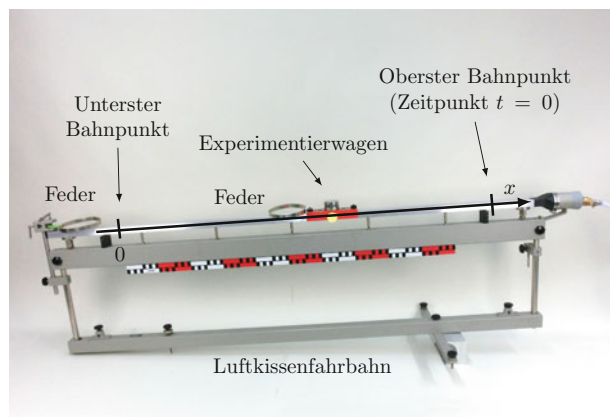
### Aufgabe 6: Zusammenhang kinematischer Größen

(VA)

Schauen Sie sich das Videoexperiment und Abb. 2.4 an.

- Skizzieren Sie den  $x(t)$ -,  $v(t)$ - und  $a(t)$ -Graphen des Experimentierwagens in einem gemeinsamen Diagramm. Kontrollieren Sie die Vorhersage experimentell.
- Welche allgemeine mathematische Zusammenhänge verknüpfen die drei kinematischen Größen? Erklären Sie diese anhand der Graphen aus Teilaufgabe a.
- Erklären Sie den Zusammenhang zwischen den Begriffen Wendepunkt/Extrema und den kinematischen Größen zum Zeitpunkt der Bewegungsrichtungsumkehr des Experimentierwagens.
- Betrachten Sie die beiden Bewegungsabschnitte, in denen keine Federkraft wirkt. Erklären Sie, warum das Vorzeichen der Geschwindigkeit, nicht aber das Vorzeichen der Beschleunigung wechselt. Bestimmen Sie experimentell mittels linearer Regression die Beschleunigung während der Abwärtsbewegung.
- Betrachten Sie den Bewegungsabschnitt unter Einfluss der Federkraft. Weshalb ist die Beschleunigung nicht konstant und zweimal null? Warum ist die maximale Beschleunigung viel größer als die Beschleunigung unter alleinigem Einfluss der Schwerkraft?

**Abb. 2.4** Ein Experimentierwagen gleitet eine geneigte Luftkissenfahrbahn hinunter und wird an einer Feder reflektiert



<http://tiny.cc/fgfzly>



### Aufgabe 7: Kreisbewegung mit konstanter Winkelbeschleunigung

(VA)

Schauen Sie sich das Videoexperiment und Abb. 2.5 an.

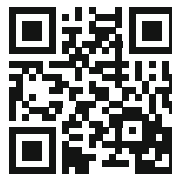
- Stellen Sie die  $v(t)$ -Messreihe der Bahngeschwindigkeit des Punkts P in einem  $v(t)$ -Diagramm dar. Begründen Sie die Konstanz der Winkelbeschleunigung  $\alpha$  und ermitteln Sie diese.
- Zeigen Sie, dass der Betrag der Bahnbeschleunigung durch

$$a(t) = r \alpha \sqrt{1 + \alpha^2 t^4}$$

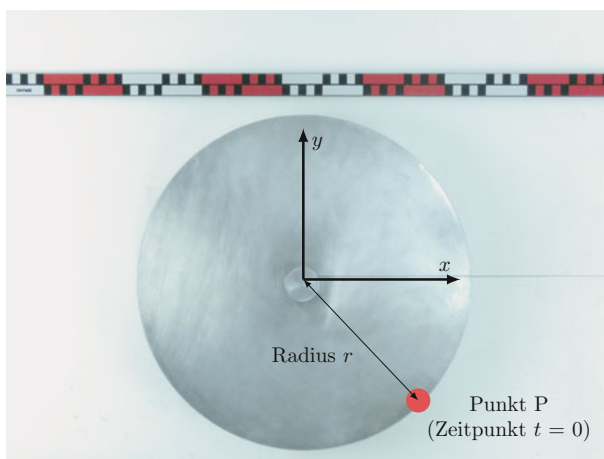
gegeben ist. Überprüfen Sie die  $a(t)$ -Funktion experimentell.

- Berechnen Sie die  $\beta(t)$ -Funktion des Winkels zwischen dem Bahnbeschleunigungsvektor  $\vec{a}$  und dem Einheitsvektor  $\vec{e}_r$ , der vom Punkt P in die Kreismitte zeigt. Überprüfen Sie das Ergebnis anhand der Spezialfälle  $\beta(0)$  und  $\lim_{t \rightarrow \infty} \beta(t)$  durch Vergleich mit der Vektorspur des Bahnbeschleunigungsvektors.

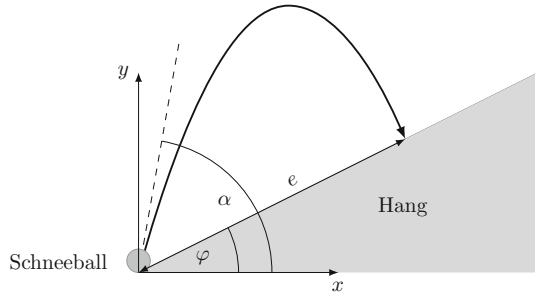
<http://tiny.cc/wgfzly>



**Abb. 2.5** Eine Kreisscheibe rotiert mit konstanter Winkelbeschleunigung



**Abb. 2.6** Ein Schneeball wird hangaufwärts geworfen



### Aufgabe 8: Wurf entgegen dem Hang

Ein Schneeball wird zum Zeitpunkt  $t = 0$  mit dem Abwurfwinkel  $\alpha \in ]0^\circ, 90^\circ[$  und der Abwurfgeschwindigkeit  $v_0$  an einem Hang mit Neigungswinkel  $\varphi \in ]0^\circ, \alpha[$  hangaufwärts geworfen. Die Luftreibung kann vernachlässigt werden (Abb. 2.6).

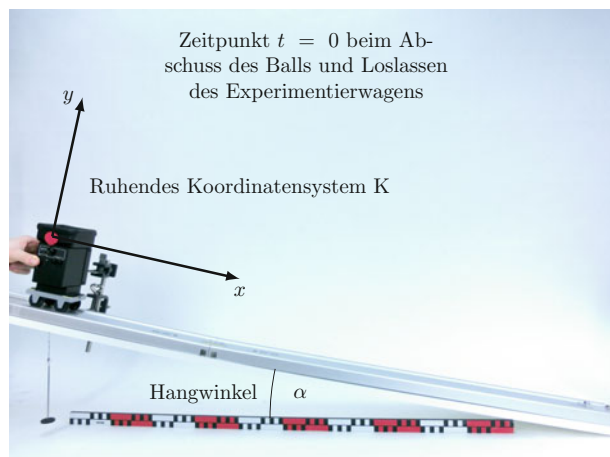
- Leiten Sie eine Formel für den Zeitpunkt  $t$  her, wann der Schneeball den höchsten Bahnpunkt erreicht.
- Leiten Sie Formeln für den Zeitpunkt  $t$  und die Entfernung  $e$  des Schneeballs zum Abwurfort beim Auftreffen am Hang her. Überprüfen Sie die Ergebnisse an einem Spezialfall.
- Für welchen Winkel  $\alpha$  wird die maximale Entfernung  $e_{\max}$  zum Abwurfort erzielt? Überprüfen Sie das Ergebnis an einem Spezialfall. Berechnen Sie  $e_{\max}$  für  $\varphi = 30^\circ$  und  $v_0 = 3 \text{ m/s}$ .

### Aufgabe 9: Schuss vom hangabwärts beschleunigten Wagen

(VA)

Schauen Sie sich das Videoexperiment und Abb. 2.7 an.

**Abb. 2.7** Ein Experimentierwagen rollt eine geneigte Ebene herunter und schießt zum Zeitpunkt  $t = 0$  einen Ball in  $y$ -Richtung ab



- Erklären Sie durch Überlegungen mit Vektoren im ruhenden Koordinatensystem K, warum die abgeschossene Kugel wieder in die Abschussvorrichtung zurückfällt. Verallgemeinern Sie die Überlegungen auf den Fall, dass die Abschussvorrichtung zum Zeitpunkt  $t = 0$  eine Geschwindigkeit in  $x$ -Richtung hat.
- Leiten Sie die  $y(x)$ -Funktion der Bahnkurve in K her. Überprüfen Sie das Ergebnis experimentell.
- Zeigen Sie, dass die Kugel für beliebige Hangwinkel  $\alpha \in ]0^\circ, 90^\circ[$  wieder in die Abschussvorrichtung zurückfällt. Diskutieren Sie die Grenzfälle  $\alpha = 0^\circ$  und  $\alpha = 90^\circ$ .

<http://tiny.cc/jgfhzly>



## 2.3 Lösungen

### Lösung zu Aufgabe 1: Überholvorgang

#### a) Bestimmung der Bewegungsparameter

Der überholende Experimentierwagen 1 bewegt sich mit konstanter Beschleunigung  $a$  und der überholte Experimentierwagen 2 mit konstanter Geschwindigkeit  $v$ . Für das in der Aufgabe gewählte Koordinatensystem und den gewählten Zeitnullpunkt gilt für Experimentierwagen 1

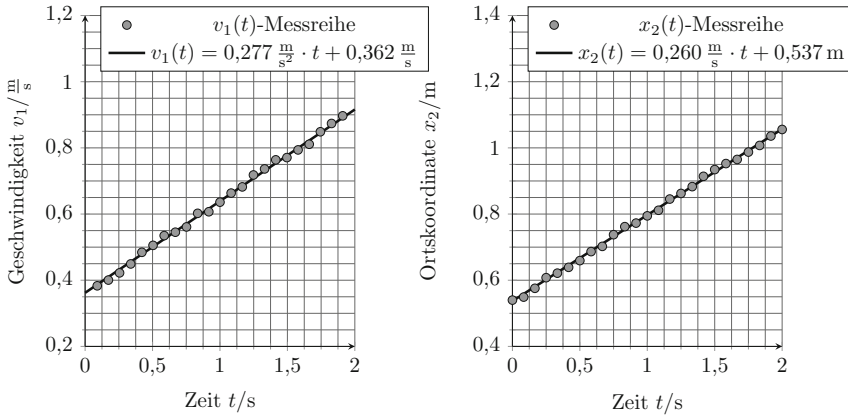
$$v_1(t) = at + v(0) \quad (2.1)$$

und für Experimentierwagen 2

$$x_2(t) = vt + x(0). \quad (2.2)$$

Die Gln. (2.1) und (2.2) werden zur Bewegungsparameterbestimmung mit linearer Regression verwendet (Abb. 2.8). Damit ist für Experimentierwagen 1

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \frac{1}{2} \cdot 0,28 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2 + 0,36 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t, \\ v_1(t) &= 0,28 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t + 0,36 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \\ a_1(t) &= 0,28 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{aligned} \quad (2.3)$$



**Abb. 2.8**  $v_1(t)$ -Diagramm des Experimentierwagens 1 (*links*) und  $x_2(t)$ -Diagramm des Experimentierwagens 2 (*rechts*)

und für Experimentierwagen 2

$$\begin{aligned}
 x_2(t) &= 0,26 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t + 0,58 \text{ m}, \\
 v_2(t) &= 0,26 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \\
 a_2(t) &= 0.
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

### b) Bestimmung von Überholzeitpunkt $t_U$ und Überholort $x_U$

Experimentierwagen 1 überholt Experimentierwagen 2, wenn die Ortskoordinaten von beiden gleich sind:

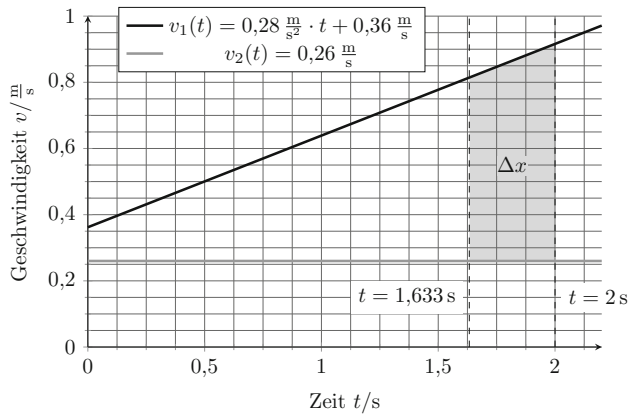
$$x_1(t) = x_2(t). \tag{2.5}$$

Aus Bedingung (2.5) wird mit (2.3) und (2.4) der Zeitpunkt des Überholens (ohne Einheiten) berechnet:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} \cdot 0,28t^2 + 0,36t &= 0,26t + 0,54, \\
 t^2 + 0,74t - 3,88 &= 0, \\
 t_{1/2} &= -0,37 \pm \sqrt{0,37^2 + 3,88} = -0,37 \pm 2,00, \\
 t_1 &= 1,64 \quad \text{oder} \quad t_2 = -2,37.
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Wegen  $t \geq 0$  ist der Überholzeitpunkt  $t_U = t_1 = 1,64 \text{ s}$  der gesuchte Zeitpunkt. Zum Zeitpunkt  $t_2 = -2,37 \text{ s}$  hätte Experimentierwagen 2 den Experimentierwagen 1 überholt. Einsetzen von  $t_U$  in  $x_1(t)$  oder  $x_2(t)$  ergibt den Überholort  $x_U = 0,96 \text{ m}$ . Experimentell wird  $t_1 = 1,63 \text{ s}$  und der Überholort  $x_U = 0,96 \text{ m}$  gemessen.





**Abb. 2.9**  $v(t)$ -Funktionen der beiden Experimentierwagen. Die Fläche repräsentiert den Vorsprung  $\Delta x$  von Experimentierwagen 1 gegenüber Experimentierwagen 2

### c) Vorsprung des überholenden Experimentierwagens zum Zeitpunkt $t = 2,0 \text{ s}$

Der Vorsprung  $\Delta x$  des Experimentierwagens 1 gegenüber dem Experimentierwagen 2 wird durch die Fläche zwischen den Geschwindigkeitsgraphen der Experimentierwagen im Zeitintervall  $[1,63 \text{ s}; 2,00 \text{ s}]$  repräsentiert (Abb. 2.9). Mit (2.3) und (2.4) ist

$$\begin{aligned} \Delta x &= \int_{t_1}^{t_2} (v_1(t) - v_2(t)) \, dt = \int_{1,63 \text{ s}}^{2,00 \text{ s}} \left( 0,28 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t + 0,10 \text{ m} \right) dt \\ &= \left[ 0,14 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2 + 0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t \right]_{1,63 \text{ s}}^{2,00 \text{ s}} = 0,223 \text{ m}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

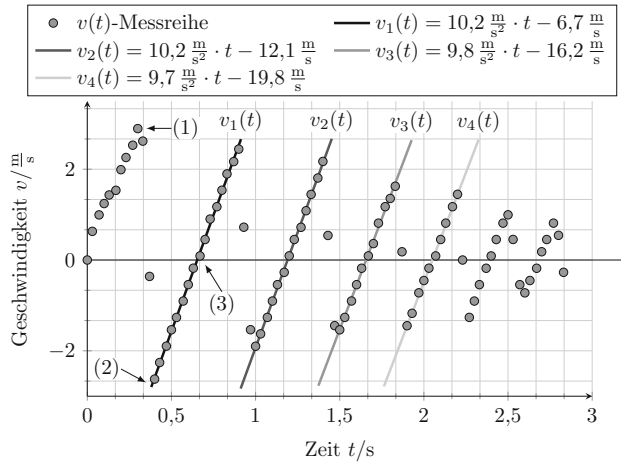
Der berechnete Vorsprung  $\Delta x = 22,3 \text{ cm}$  stimmt gut mit dem gemessenen Vorsprung  $\Delta x = 22,2 \text{ cm}$  überein.

## Lösung zu Aufgabe 2: Hüpfender Gummiball

### Versuchsmaterial und Durchführung des Experiments

- Neben dem hier verwendeten Gummiball können z. B. auch Tennis-, Tischtennis- oder Basketbälle verwendet werden.
- Der Ball wird aus einer Höhe  $h_0$  über einer harten Unterlage aus der Ruhe fallen gelassen, sodass mindestens vier Bodenkontakte ermöglicht werden. Die Bewegung ist im Idealfall eindimensional.

**Abb. 2.10**  $v(t)$ -Diagramm der Bewegung des Gummiballs



### a) Erläuterung des $v(t)$ -Diagramms

Im Folgenden wird ausschließlich die vertikale Bewegungskomponente (senkrecht zur Unterlage) betrachtet. Abb. 2.10 zeigt die  $v(t)$ -Messreihe mehrerer Sprungbewegungen. Die positive  $y$ -Richtung entspricht der Fallrichtung (Abwärtsbewegung), d. h., die Fallbeschleunigung ist positiv. Die  $v(t)$ -Messreihe ist abschnittsweise linear (Abb. 2.10). An den Sprungstellen der  $v(t)$ -Messreihe stößt der Gummiball mit dem Boden und kehrt seine Bewegungsrichtung schlagartig um (z. B. zwischen Punkt (1) und (2) in (Abb. 2.10)). An den Nullstellen der  $v(t)$ -Messreihe kehrt der Gummiball ebenfalls die Bewegungsrichtung um (z. B. im Punkt (3)). Dies geschieht aufgrund der Erdanziehungskraft bzw. der Erdbeschleunigung  $g$ , die an der Steigung der Regressionsgeraden abgelesen werden kann. Aufgrund von Reibung und nicht idealelastischen Stößen zwischen Gummiball und Unterlage nimmt die kinetische Energie mit jedem Stoß ab und die maximale Sprunghöhe verringert sich.

### b) Bestimmung der Erdbeschleunigung $g$

Aus Teilaufgabe a) geht hervor, dass die Geradensteigung während der Auf- und Abwärtsbewegung des Balls der Erdbeschleunigung entspricht. Die Anpassung mehrerer Ausgleichsgeraden an die Messwerte während den Sprungphasen ergibt die Erdbeschleunigungen  $10,2 \text{ m/s}^2$ ,  $10,2 \text{ m/s}^2$ ,  $9,8 \text{ m/s}^2$  und  $9,7 \text{ m/s}^2$ . Damit ist die mittlere Erdbeschleunigung  $\bar{g} = (9,98 \pm 0,27) \text{ m/s}^2$ .

### c) Bestimmung des Restitutionskoeffizienten $k$ (Stoßzahl)

Tab. 2.1 führt die Sprunghöhen  $h$  und die berechneten Restitutionskoeffizienten auf.

Smarte Aufgaben zu Mechanik und Wärme

Lernen mit Videoexperimenten und Co.

Gröber, S.; Klein, P.; Kuhn, J.; Fleischhauer, A.

2017, XVI, 250 S. 174 Abb., 61 Abb. in Farbe., Softcover

ISBN: 978-3-662-54478-5