

Elektronenröhren

38.1 Die Raumladungsgleichung

Bei der Ableitung der Potenzialgleichung wurde vorausgesetzt, dass im Nichtleiter selbst keine Ladungen verteilt sind, dass also die Raumladungsdichte Null ist. Wenn nicht fortgesetzt Ionen gebildet werden, so ist dies in gasförmigen Stoffen immer der Fall; denn die Kräfte, die im elektrischen Feld auf freie Ladungen einwirken, sorgen dafür, dass ein Ausgleich der Ladungen eintritt. Würden sich aus irgendeinem Grund z.B. positive Ionen vorfinden, so würden diese Ionen durch die Feldkräfte entlang dem Potenzialgefälle zu einer negativen Elektrode wandern. Nach hinreichend langer Zeit würden sämtliche Ionen aus dem Nichtleiter beseitigt sein. Raumladungen können in gasförmigen Stoffen nur bestehen, wenn dauernd ein Nachschub neuer Ladungsträger erfolgt. Dann ergibt sich bei konstanter Spannung ein stationäres Strömungsfeld. Da es sich im allgemeinen Falle um den Transport von positiven und negativen Ladungen handelt, so kann auch die Raumladung positiv oder negativ sein, je nachdem, welche Ladungsart überwiegt.

Solche Vorgänge spielen bei der Elektrizitätsleitung in Gasen eine Rolle (siehe Abschnitt 37.1). Der elektrische Strom wird bei Gasentladungen durch Ionen beider Vorzeichen und Elektronen gebildet. Die positiven und negativen Ladungen wandern in entgegengesetzter Richtung durch das Gas hindurch, haben jedoch im allgemeinen verschiedene Geschwindigkeit und verschiedene Dichte, so dass örtlich ein Überschuss von Ladungen eines Vorzeichens vorhanden sein kann.

In *festen Körpern* können Raumladungen eines Vorzeichens auftreten und für lange Zeit bestehen bleiben. In *festen Isolierstoffen* können z.B. Elektronen aus Glimmentladungen von der Oberfläche her in den Isolierstoff eindringen und an eingelagerte Fremdatome („Elektronenhaftstellen“) festgehalten werden (siehe Abschnitt „Leitung in Gasen“). Raumladungen im Hochvakuum und beim *pn*-Übergang in Halbleitern werden in diesem Abschnitt ausführlich behandelt.

Bei gewissen Isolierstoffen (z. B. Wachs, Polyäthylen, Fluorkohlenstoff) bleibt die beim Anlegen einer Spannung erzeugte Polarisierung der Moleküle bis zu einem gewissen Grad erhalten, wenn das Feld bei hoher Temperatur (evtl. Schmelztemperatur) erzeugt wird und bis zur Abkühlung einwirkt. Hier kann zwar die Raumladung Null sein, aber an der Oberfläche bleiben Ladungen bestehen (Größenordnung 10^{-8} As/cm^2). Dadurch kann zwischen den Elektroden über lange Zeit eine Spannung aufrecht erhalten bleiben („*Elektrete*“).

Um den Einfluss von Raumladungen auf das elektrische Feld zu untersuchen, denkt man sich die Elektrizitätsmenge stetig verteilt. Das ist zulässig, da die Ionen oder Elektronen, wenn sie überhaupt merklich in Erscheinung treten, immer in so großer Zahl vorhanden sind, dass auch sehr kleine Raumgebiete noch eine große Anzahl davon enthalten.

Nach den Ausführungen in Abschnitt 6 lässt sich mit Hilfe der *Poisson-Gleichung*

$$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon} \quad (38.1)$$

der Einfluß der Raumladung auf das elektrische Potenzial und mit Hilfe von $\mathbf{E} = -\text{grad}\varphi$ auf das E-Feld ermittelt; diese Gleichung wird daher auch *Raumladungsgleichung* genannt.

Da auf den Ladungen D-Feldlinien entspringen oder endigen, so bilden sich zwischen den im Dielektrikum verteilten Ladungen und den entgegengesetzt geladenen Elektroden zusätzliche D-Feldlinien aus. Eine Raumladung bewirkt daher, dass das elektrische Feld an den Elektroden entgegengesetzter Ladung verdichtet, an den anderen geschwächt wird; die Raumladung schirmt die Elektroden gleichen Vorzeichens ab. Die Abb. 38.1 soll dies in schematischer Weise für eine positive Raumladung veranschaulichen; die gestrichelten Linien deuten die D-Feldlinien an.

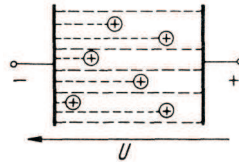


Abbildung 38.1. Raumladungen in einem Plattenkondensator

Um eine Vorstellung zu geben, welche Größenordnung Raumladungen haben müssen, damit elektrische Felder wesentlich beeinflusst werden, wird ein Plattenkondensator in Luft oder einem anderen Gas betrachtet, wobei der Einfachheit halber gleichmäßig verteilte Ladungen angenommen werden, so dass die Raumladungsdichte ρ räumlich konstant ist. Bezeichnet x die auf den Platten senkrecht stehende Achse, so lautet Gl.(38.1)

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}. \quad (38.2)$$

Durch zweimalige Integration ergibt sich mit den beiden Konstanten k_1 und k_2

$$\varphi(x) = -\frac{\varrho}{\varepsilon_0} x^2 + k_1 x + k_2. \quad (38.3)$$

Wird mit $x = 0$ die negative, mit $x = d$ die positive Elektrode gekennzeichnet, und der Bezugspunkt für das Potenzial φ in die negative Elektrode gelegt, so muss gelten

$$\varphi = 0 \quad x = 0, \quad (38.4)$$

$$\varphi = U \quad x = d. \quad (38.5)$$

Setzt man diese beiden Randbedingungen in die Gleichung für φ ein, so folgt

$$k_2 = 0, \quad k_1 = \frac{U}{d} + \frac{\varrho}{2\varepsilon_0} d, \quad (38.6)$$

also

$$\varphi(x) = \frac{U}{d} x + \frac{\varrho}{2\varepsilon_0} x(d - x). \quad (38.7)$$

Der erste Summand stellt die ungestörte Feldverteilung mit dem Betrag des E-Feldes $\|\mathbf{E}\| = U/d$ dar. Der zweite Summand zeigt den Einfluss der Raumladung. Diese Gleichung kann man schreiben

$$\frac{\varphi(x)}{U} = \frac{x}{d} \left(1 + \frac{\varrho d^2}{2\varepsilon_0 U} \left(1 - \frac{x}{d} \right) \right). \quad (38.8)$$

Damit ist die Potenzialverteilung φ/U als Funktion von x/d gegeben. Der Einfluss der Raumladung ist durch den Parameter

$$\vartheta = \frac{\varrho d^2}{2\varepsilon_0 U} = \frac{\varrho d}{2\varepsilon_0 \|\mathbf{E}\|} \quad (38.9)$$

gekennzeichnet.

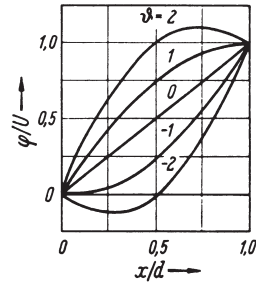


Abbildung 38.2. Potenzialverteilung bei verschiedener Raumladungsdichte

Abb. 38.2 zeigt die Potenzialverteilung für verschiedene Fälle von positiver und negativer Raumladung. Ist z. B. $d = 1$, $U = 100V$, die ungestörte E-Feldstärke also $\|\mathbf{E}\| = 100V/cm$, so entspricht $\theta = 1$ eine Raumladungsdichte

$$\varrho = \frac{2\theta\epsilon U}{d^2} = \frac{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 100}{1} \frac{AsV}{Vcm^2} = 17,7 \cdot 10^{-12} \frac{As}{cm^3}. \quad (38.10)$$

Bei $\|\mathbf{E}\| = 1kV/cm$ würde sich mit der zehnfachen, bei $10kV/cm$ mit hundertfachen Raumladungsdichte ϱ die gleiche Potenzialverteilung einstellen.

Die Raumladungsdichte ϱ entspricht nun einer räumlichen Dichte ϱ/e der Ladungsträger, wenn es sich um Elektronen oder um Atome mit einem fehlenden oder überzähligen Elektron handelt. Bei $1kV/cm$ entsteht also die Potenzialverteilung mit $\theta = 1$, wenn

$$\frac{\varrho}{e} = \frac{177 \cdot 10^{-12}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \frac{As}{cm^3 As} = \frac{1,11 \cdot 10^9}{cm^{-3}}, \quad (38.11)$$

wenn also rund 1 Milliarde Ladungsträger im cm^3 vorhanden sind. Dies ist eine so große Zahl, dass die Vorstellung einer stetigen räumlichen Verteilung für viele Anwendungen gerechtfertigt ist. Will man vergleichen, in welchem Verhältnis diese Zahl zu der in dem Plattenkondensator vorhandenen Zahl der Gasmoleküle steht, so gibt hierüber die Loschmidt-Konstante N_L Auskunft. Sie besagt, dass bei 0° und $760 Torr = 1013,25 mbar$

$$N_L = 2,687 \cdot 10^{19} \text{Moleküle}/cm^3 \quad (38.12)$$

vorhanden sind; die Zahl ist proportional dem Gasdruck. Bei $1 mbar$ sind es daher noch $2,65 \cdot 10^{16} \text{Moleküle}/cm^3$ und $\theta = 1$ bedeutet, dass auf je 24 Millionen Gasmoleküle nur 1 Ion vorhanden ist.

Bemerkenswert ist in Abb. 38.2 noch, dass bei starken Raumladungen auch an den gleichnamigen Elektroden wieder hohe Feldstärken auftreten können. Das Potenzial hat dann zwischen den beiden Platten einen Maximal- oder Minimalwert.

38.2 Elektronenemission

Als Beispiel eines Raumladungsfeldes wird weiter unten *das elektrische Feld im Innern einer Elektronenröhre* behandelt. In den Elektronenröhren wird die Elektronenemission glühender Leiter ausgenützt. Daher soll zunächst der Vorgang der Elektronenemission aus metallischen Leitern betrachtet werden.

Fliegt ein Leitungsstrom infolge seiner Wärmebewegung etwas aus einem Leiter hinaus, so treten elektrische Feldkräfte auf, die das Elektron wieder zurückholen suchen. Denkt man sich die Oberfläche des Leiters als glatte Wand, so lässt sich das E-Feld zwischen der Wand und einem aus dem Leiter herausgeflogenen Elektron finden, wenn das Spiegelbild des Elektrons hinzugenommen wird. Ist $-e$ die negative Ladung des Elektrons, so muss die

positive Ladung des Spiegelbildes ebenfalls gleich $+e$ gesetzt werden. Die von dem Körper auf das Elektron ausgeübte Kraft kann man so deuten als Anziehungskraft zwischen den beiden Ladungen $+e$ und $-e$, die den Abstand $2x$ voneinander haben; man nennt daher diese Kraft die *Bildkraft*. Sie hat nach Gl.(14.3) den Betrag

$$\|\mathbf{F}\| = \frac{e^2}{16\pi\epsilon_0 x^2}. \quad (38.13)$$

Man kann sie zurückführen auf ein gedachtes elektrisches Feld außerhalb des Leiters; für dieses E-Feld muss mit Gl.(6.4) gelten

$$\|\mathbf{E}\| = \frac{\|\mathbf{F}\|}{e} = \frac{e}{16\pi\epsilon_0 x^2}. \quad (38.14)$$

Daraus folgt gemäß Gl.(7.9):

$$\varphi = \int_x^\infty \|\mathbf{E}\| dx = \frac{e}{16\pi\epsilon_0 x}. \quad (38.15)$$

Das Potenzial nimmt also umgekehrt proportional mit dem Abstand von der

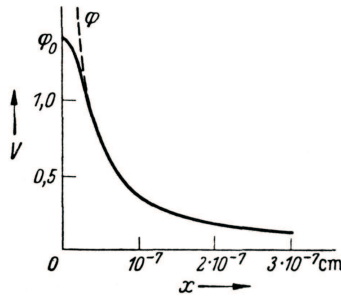


Abbildung 38.3. Austrittspotenzial

Leiteroberfläche ab, und zwar gilt dies bei Abständen, die man als groß gegen den Abstand der Atome ansehen kann; das sind etwa Abstände über 10^{-7} cm . Bei kleineren Abständen nähert sich das Potenzial φ entgegen Gl. (38.14) einem konstanten Wert φ_0 Abb. 38.3, da die Elektronen durch Zwischenräume zwischen den Atomen hindurchfliegen. Ein Elektron kann also den Leiter nur verlassen, wenn es ein ganz bestimmtes Potenzialgefälle φ_0 überwindet. Dazu gehört nach GL (6.16) die Arbeit

$$W_0 = e \varphi_0. \quad (38.16)$$

Man bezeichnet diese Arbeit als *Austrittsarbeit* und verwendet als Maß dafür auch das Austrittspotenzial oder die *Austrittsspannung* φ_0 .

Ist die kinetische Energie des Elektrons größer als die Austrittsarbeit, dann kann das Elektron den Leiter verlassen. Die Bedingung dafür ist also

$$\frac{1}{2}mv^2 > e\varphi_0. \quad (38.17)$$

Die für den Austritt gerade ausreichende Geschwindigkeit wird

$$v_0 = \sqrt{\frac{2e\varphi_0}{m}}. \quad (38.18)$$

Bei vorgegebenem Austrittspotenzial φ_0 und der Masse eines Stoffes können man mit Hilfe der Gln. (38.16) und (38.18) die Werte der Austrittsgeschwindigkeit v_0 und der Austrittsarbeit W_0 für diese Stoffe angegeben werden.

Die Geschwindigkeiten der Elektronen sind zufällig verteilt. Für die Geschwindigkeit v_x in einer Richtung – senkrecht zur Austrittsfläche – kann eine Gauß-Verteilung angenommen werden, d. h. die Wahrscheinlichkeit, dass diese Geschwindigkeit zwischen v_x und $v_x + dv_x$ liegt, ist

$$p(v_x) dv_x = \frac{1}{v_m \sqrt{\pi}} e^{-v_x^2/v_m^2} dv_x. \quad (38.19)$$

Dabei ist v_m ein quadratischer Mittelwert, für den wie bei den Atomen eines idealen Gases

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = kT, \quad (38.20)$$

gilt, wobei T die absolute Temperatur und

$$k = 1,380 \cdot 10^{-23} \frac{Ws}{K} \quad (38.21)$$

die Boltzmannsche Konstante bedeuten. Führt man die Masse des Elektrons $m = m_0 = 9,1 \cdot 10^{-23}g$ ein, so kann man mit einem Taschenrechner und Gl. (38.20) bei vorgegebener Temperatur T sehr leicht die mittlere Geschwindigkeit v_m berechnen (z. B. bei $T = 273K$, d. h. $0^\circ C$, ergibt sich $v_m = 91 km/s$).

Bemerkung: Die mittlere kinetische Energie $(1/2)mv_m^2$ von Leitungselektronen ist nach der kinetischen Gastheorie $3/2$ mal so groß wie in Gl. (38.19). Die Bewegungsgeschwindigkeit der Elektronen hat dabei alle möglichen Richtungen. Für den Austritt von Elektronen aus dem Leiter ist jedoch nur eine Komponente der Geschwindigkeit >maßgebend, nämlich die auf der Leiteroberfläche senkrecht stehende Komponente; dadurch ergibt sich der niedrigere Wert in Gl. (38.19).

Aus Gl. (38.19) kann durch Integration die Wahrscheinlichkeit berechnet werden, dass Elektronen eine größere Geschwindigkeit haben als v_x . Wegen des Exponentialfaktors nimmt diese Wahrscheinlichkeit oberhalb v_m schnell ab.

Die Wahrscheinlichkeit, dass Elektronen Geschwindigkeiten haben, die mehr als viermal so groß sind wie die mittlere Geschwindigkeit v_m , beträgt z. B. nur noch ein Zehnmillionstel der Wahrscheinlichkeit kleiner Geschwindigkeiten.

38.3 Thermische Elektronenemission

Steigert man die Temperatur des Leiters, so wird ein immer größerer Teil der Leitungselektronen befähigt, die Austrittsarbeit zu überwinden; es entsteht thermische *Elektronenemission*. Die Elektronentheorie benutzt die Analogie der hier auftretenden Erscheinungen mit dem Verdampfen einer Flüssigkeit oder eines festen Stoffes; sie liefert auf Grund thermodynamischer Betrachtungen für die Stromdichte des aus der Oberfläche eines Körpers von der absoluten Temperatur T austretenden Elektronenstromes die Beziehung

$$J_s = K T^2 e^{\frac{e\varphi_0}{kT}}. \quad (38.22)$$

K ist eine Konstante, die bei reinen Metallen den Wert hat

$$K = 60,2 \frac{A}{cm^2 K^2}. \quad (38.23)$$

Die e-Funktion in Gl. (38.22) ist der Boltzmannfaktor B ; der Exponent kann folgendermaßen gedeutet werden. Es ist

$$\frac{e\varphi_0}{kT} = \frac{\varphi_0}{U_T}. \quad (38.24)$$

Die hier zu Abkürzung eingeführte Größe

$$U_T = \frac{kT}{e} \quad (38.25)$$

hat die Dimension einer Spannung. Es ist die Anlaufspannung eines Elektrons, das nach Gl. (6.16) die Energie kT besitzt. Daher nennt man diese Spannung *thermische Anlaufspannung* oder *Temperaturspannung*. Sie ist durch die Wärmebewegung der Leitungselektronen in dem Leiter bedingt. Aus Gl. (38.24) wird deutlich, dass es für die thermische Elektronenemission auf das Verhältnis der Temperaturspannung zur Austrittsspannung ankommt. In Abb. 38.4 ist die Stromdichte J_s , in Abhängigkeit von der absoluten Temperatur für einige Stoffe dargestellt. Sie steigt mit der Temperatur sehr rasch an. In Elektronenröhren wählt man daher möglichst hohe Temperaturen, soweit es die Anforderungen an die Lebensdauer des glühenden Leiters zulassen (Verdampfung).

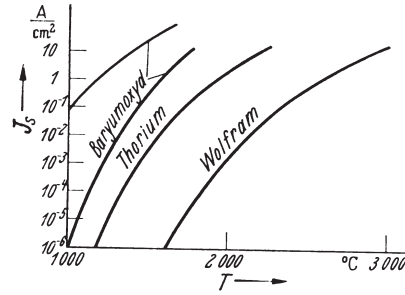


Abbildung 38.4. Elektronenemission verschiedener Stoffe in Abhängigkeit von der absoluten Temperatur

38.4 Photoemission

Die zur Ablösung eines Elektrons aus einem festen Körper erforderliche Austrittsarbeit W_0 kann auch in anderer Weise als durch Erhitzen aufgebracht werden, z. B. durch auf treffende Elektronen oder Ionen (*Sekundärelektronenemission* siehe Abschnitt 37.1). Bei der *Photoemission* (Photoeffekt) fester Körper werden die Elektronen durch Lichtstrahlung ausgelöst.

Die zur Überwindung der Austrittsarbeit erforderliche Energie wird durch die Lichtstrahlung zugeführt. Die Strahlungsenergie wird dabei nur in bestimmten kleinsten *Energiequanten* wirksam, die als Photonen oder *Lichtquanten* bezeichnet werden. Diese Elementarbeträge W_p der Energie sind umso größer je höher die Frequenz der Strahlung ist, oder was das gleiche bedeutet, je kürzer die Wellenlänge

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^5 \text{ km}}{f \text{ s}}. \quad (38.26)$$

Für das Energiequant kann man daher setzen (M. Planck 1901)

$$W_p = hf = \frac{hc}{\lambda}. \quad (38.27)$$

Die Proportionalitätskonstante h ist das *Plancksche Wirkungsquantum*, eine Naturkonstante, die nach den genauesten Messungen den Wert

$$h = 6,6262 \cdot 10^{-34} \text{ W s}^2 \quad (38.28)$$

hat. Bei niedrigen Frequenzen handelt es sich um winzig kleine Energiebeträge im Vergleich zu den Energien, mit denen die Elektrotechnik arbeitet. Bei einer Frequenz von 1 MHz ist z. B.

$$W_p = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 10^6 \text{ W s}^2 \text{ s}^{-1} = 6,63 \cdot 10^{-28} \text{ W s}. \quad (38.29)$$

Ist die Leistung dabei 1 W , so werden also in jeder Sekunde rund 10^{27} Energiequanten transportiert.

Auch bei den Frequenzen des sichtbaren Lichtes (Wellenlängen zwischen $\lambda = 350nm$ und $\lambda = 800nm$) wird das Energiequant nach Gl. (38.28) noch sehr klein, nämlich für $\lambda = 800nm$

$$W_p = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{800 \cdot 10^{-9}} \frac{Ws^2m}{ms} = 2,49 \cdot 10^{-19}Ws, \quad (38.30)$$

und für $\lambda = 350nm$

$$W_p = 5,79 \cdot 10^{-19}Ws. \quad (38.31)$$

Dieser Wert erreicht bereits die Größenordnung der Austrittsarbeit der Elektronen aus Metallen.

Lichtquanten können nun von einem Atom nur dann unter Auslösung eines Elektrons absorbiert werden, wenn sie die Auslösearbeit W_0 mindestens decken. Der Überschuss $W_p - W_0$ wird dem Elektron als kinetische Energie $(1/2)mv^2$ mitgegeben, es gilt (A. Einstein 1905)

$$\frac{1}{2}mv^2 = W_p - W_0 = hf - W_0 = h(f - f_g). \quad (38.32)$$

Dieser Zusammenhang wird durch Abb. 38.5 dargestellt. Unterhalb der Fre-

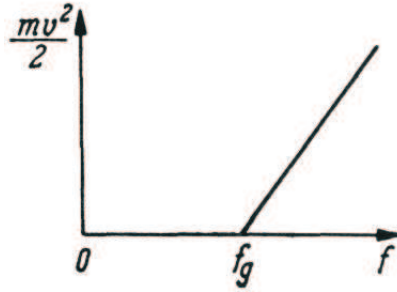


Abbildung 38.5. Kinetische Energie eines durch Lichtstrahlung mit der Frequenz f ausgelösten Elektrons

quenz

$$f_g = \frac{W_0}{h} = \frac{e\varphi_0}{h} \quad (38.33)$$

werden keine Elektronen ausgelöst. Anders ausgedrückt: Ist die Wellenlänge der Strahlung länger als die *Grenzwellenlänge*

$$\lambda_g = \frac{hc}{e\varphi_0}, \quad (38.34)$$

so ergibt sich kein Photoeffekt. Z. B. wird bei Cäsium mit der Austrittsspannung $\varphi_0 = 1,94V$ die langwellige Grenze des Photoeffekts

$$\lambda_g = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{Ws}^2\text{m}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,94 \text{AsVs}} = 640 \text{nm}. \quad (38.35)$$

Dies entspricht

$$f_g = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,94}{6,63 \cdot 10^{-34} \text{s}} = 4,7 \cdot 10^{14}. \quad (38.36)$$

Besonders zu beachten ist, dass die Intensität der einfallenden Strahlung, die Strahlungsleistung, auf die kinetische Energie der ausgelösten Elektronen nach Gl. (38.32) keinen Einfluss hat; sie bestimmt nur deren Anzahl.

Würde jedes im Metall absorbierte Lichtquant ein Elektron auslösen, dann würde eine mit der Leistung P in das Metall eindringende Lichtwelle je Zeiteinheit P/W_p Elektronen auslösen, also einen Elektronenstrom

$$I_s = \frac{eP}{W_p} \quad (38.37)$$

erzeugen. Die Größe

$$\frac{I_s}{P} = \frac{e}{W_p} = \frac{e}{hf} = \frac{e\lambda}{hc} \quad (38.38)$$

heißt das *Quantenäquivalent*. Bei einer Lichtwellenlänge von 300nm ist das Quantenäquivalent z. B.

$$\frac{e\lambda}{hc} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,3 \cdot 10^{-6} \text{Asms}}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{Ws}^2\text{m}} = 0,242 \frac{\text{A}}{\text{W}}. \quad (38.39)$$

Je Watt einfallende Strahlungsleistung würde also ein Elektronenstrom von 242mA aus der Metalloberfläche austreten. Die wirklich gemessenen Ströme sind sehr viel geringer. Die Elektronen werden auf ihrem Weg vom Metallinnern zur Oberfläche zum größten Teil wieder von Fremdatomen im Metall und an der Oberfläche eingefangen, so dass die „Ausbeute“ vielfach nur die Größenordnung 10^{-3} Elektronen/Photon erreicht. Gute Ausbeuten erhält man bei bestimmten Wellenlängen aus dünnen Schichten von Alkalimetallen und aus geeigneten Halbleitermaterialien.

Praktisch wird das Verhältnis elektrische Stromstärke zu einfallender Lichtleistung als *Empfindlichkeit* angegeben. Die Empfindlichkeit ist noch etwas kleiner als die Ausbeute wegen des reflektierten Lichtanteils. Als Beispiel sei angeführt, dass bei Cäsium mit einer Wellenlänge von 600nm eine Empfindlichkeit von der Größenordnung 20mA/W erzielt wird.

38.5 Die Strom-Spannungsrelation für Elektronenröhren

Befindet sich der Elektronen aussendende Leiter (Kathode) zusammen mit einer anderen kalten Elektrode (Anode) in einem luftleer gemachten Gefäß, und erzeugt man zwischen beiden Elektroden ein Potenzialgefälle, das die aus

dem Leiter austretenden Elektronen wegführt, so ergibt sich ein Elektronenstrom zwischen der Kathode und Anode. Würden alle Elektronen weggeführt werden, die die Austrittsarbeit überwinden, so würde die Dichte dieses Elektronenstromes an der emittierenden Elektrode gerade gleich J_s sein. Es zeigt sich nun, dass dies erst bei ausreichend großen Potenzialunterschieden zwischen den Elektroden eintritt. Bei niedrigen Spannungen ergibt sich nur ein Bruchteil des „Sättigungsstromes“. Die Ursache dafür liegt in der Raumladung, die die von der Kathode ausgehenden Elektronen in deren Umgebung bilden; diese Raumladung schirmt die Kathode ab.

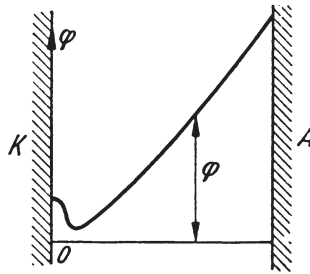
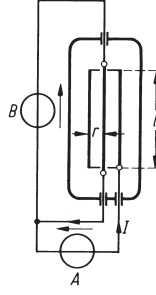


Abbildung 38.6. Potenzial zwischen einer glühenden Kathode und einer kalten Kathode

Die Potenzialverteilung zwischen den beiden Elektroden einer Hochvakuumdiode ist durch Abb. 38.6 veranschaulicht. Die kalte Elektrode oder Anode A hat gegen die Glühkathode oder Kathode K eine positive Spannung. Dem dadurch entstehenden elektrischen Feld überlagert sich das dem Elektronenaustritt entgegenwirkende innere Feld. In einem bestimmten, sehr kleinen Abstand von der Kathode ergibt sich daher ein Potenzialminimum. Die Elektroden müssen mit ihrer kinetischen Energie das Potenzialgefälle innerhalb des dadurch gegebenen Raumes vor der Kathode überwinden. Außerhalb dieses Raumes bewirken die Kräfte des äußeren Feldes, dass die Elektronen zur Anode fliegen. Das innere Potenzialgefälle ist nach Abb. 18.3 im wesentlichen auf einen so kleinen Abstand von der Kathode beschränkt, dass die Austrittsarbeit durch das äußere Feld nur wenig beeinflusst wird. Wir beschränken daher die folgenden Betrachtungen auf dieses äußere Feld, das nach dem Ausgeführten ein Raumladungsfeld ist.

Es werde die in Abb. 38.7 skizzierte bei Verstärkerröhren häufig angewendete zylindrische Anordnung zugrunde gelegt. Die Kathode befindet sich in der Achse des Anodenzylinders. Sie wird durch den Strom aus einer Stromquelle aus einer Stromquelle B geheizt. Die Batterie A hält zwischen Anode und Kathode eine bestimmte Spannung U aufrecht. Der Elektronenstrom setzt sich im äußeren Stromkreis mit der Stärke I fort. Die Länge l des Zylinders sei groß gegen den Durchmesser, so dass die Randwirkungen vernachlässigt wer-

**Abbildung 38.7.** Elektronenröhre (Diode)

den können. Das elektrische Feld zwischen Kathode und Anode ist rotations-symmetrisch; die Feldgrößen hängen nur von dem Abstand r des Aufpunktes von der Achse ab. Die Raumladungsgleichung – d.h. die Poissongleichung in Zylinderkoordinaten – lautet daher gemäss Gl. (38.1)

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\varphi}{dr} = -\frac{\varrho}{\varepsilon_0}. \quad (38.40)$$

Wir nehmen dazu noch die Gleichung (entsprechend Gl.(37.91)

$$\varrho = -\frac{J}{v} = -\frac{I}{2\pi l r v}, \quad (38.41)$$

in der v die Geschwindigkeit der Elektronen an irgendeiner Stelle des Feldes bezeichnet, sowie die Bewegungsgleichung für die Elektronen, Gl. (14.48),

$$\frac{1}{2} m v^2 = e\varphi, \quad (38.42)$$

die aussagt, dass die kinetische Energie, die die Elektronen beim Durchlaufen des Potenzialunterschiedes φ annehmen, gleich der vom elektrischen Feld geleistete Arbeit ist. Das Potenzial an der Kathode setzen wir Null.

$$v = \sqrt{\frac{2e\varphi}{m}} \quad (38.43)$$

und hiermit aus Gl.(38.41)

$$\varrho = \frac{-I\sqrt{m}}{2\pi l r \sqrt{2e\varphi}}. \quad (38.44)$$

In Gl.(38.40) eingesetzt, ergibt dies

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\varphi}{dr} = \frac{c_1}{r\sqrt{\varphi}}, \quad (38.45)$$

wobei

$$c_1 = \frac{I\sqrt{m}}{2\pi l \varepsilon_0 \sqrt{2e}}. \quad (38.46)$$

Zur Lösung der Differentialgleichung (38.45) werde der Ansatz gemacht

$$\varphi(r) = c_2 r^n. \quad (38.47)$$

Damit wird

$$n(n-1)c_2 r^{n-2} + c_2 n r^{n-2} = \frac{c_1}{\sqrt{c_2}} r^{-1-\frac{n}{2}} \quad (38.48)$$

oder

$$c_1 = c_2^{3/2} n^2 r^{\frac{3}{2}n-1}. \quad (38.49)$$

Da dies für beliebige r gelten soll, muss $n = 3/2$ sein, und es folgt

$$c_1 = c_2^{3/2} \left(\frac{2}{3}\right)^2. \quad (38.50)$$

An der Anode mit dem Radius r_0 soll $\varphi = U$ sein, also nach Gl.(38.47)

$$c_2 = U r_0^{2/3}. \quad (38.51)$$

Dies ergibt mit Gl. (38.49)

$$c_1 = \frac{4}{9} U^{3/2} r_0^{-1} \quad (38.52)$$

und mit Gl.(38.46)

$$I = \frac{8\pi\sqrt{2}}{9} \sqrt{\frac{e}{m}} \varepsilon_0 \frac{l}{r_0} U^{3/2}. \quad (38.53)$$

Man kann dieses „ $U^{3/2}$ -Gesetz“ in der Form schreiben (Schottky 1913)

$$I = q U^{3/2}, \quad (38.54)$$

wobei sich für die Konstante q , die *Perveanz* genannt wird,

$$q = 1,47 \cdot 10^{-5} \frac{l}{r_0} \frac{A}{V^{3/2}} \quad (38.55)$$

ergibt.

Bemerkung: Nach Abb. 38.6 muss das äußere elektrische Feld in der Nähe der Kathode mit der Feldstärke Null einmünden; nahe der Oberfläche der Kathode muss $\frac{d\varphi}{dr} = 0$ sein, eine Bedingung, die durch Gl. (38.48) nicht erfüllt wird. Dieser Ansatz ist nur ein Teilintegral, und das Ergebnis der Betrachtung gilt streng nur im Grenzfall unendlich dünner Kathoden. Die vollständige

Rechnung zeigt, dass bei Kathoden, deren Durchmesser etwa $1/8$ des Anodendurchmessers übersteigt, die Konstante q größer wird als es Gl. (38.55) angibt. Bei kleineren Kathodendurchmessern liefert die Gl. (38.55) Werte, die auf mindestens 10% genau sind.

Führt man die gleiche Rechnung wie oben für eine Anordnung aus zwei ebenen Elektroden durch, von denen die eine Elektronen aussendet, so ergibt sich ebenfalls die Gl. (38.54), jedoch mit

$$q = 2,34 \frac{A}{d^2} \frac{\mu A}{V^{1,5}}, \quad (38.56)$$

wobei A die betrachtete Plattenfläche, d den Plattenabstand bedeuten. Diese Beziehung wird identisch mit der Gl. (38.55), wenn man unter A die Oberfläche der Anode, unter d den Abstand zwischen Anode und Kathode versteht ($= r_0$). *Es gilt also ein und dieselbe Beziehung für die ebene und die zylindrische Anordnung.*

Die Stromdichte an der Anode $J = I/A$ ist für $d = 10\text{mm}$ und verschiedene Spannungen in der folgenden Tabelle 38.1 angegeben:

$U \text{ (V)} =$	5	10	20	50	100	200	500	1000
$J \text{ (mA/cm}^2\text{)} =$	0,0263	0,0744	0,21	0,831	2,35	6,65	26,3	74,4

Tabelle 38.1. Anodenstrom U in Abhängigkeit der Stromdichte J

Der Elektronenstrom befolgt also nicht das Ohmsche Gesetz im Sinne eines stromunabhängigen Widerstandes. Seine Abhängigkeit von der Spannung ist durch Abb. 38.8 veranschaulicht. Von dieser sogenannten *Raumladungskennlinie* wird bei den Anwendungen der Elektronenröhre Gebrauch gemacht. Wesentlich ist dabei, dass wegen der geringen Trägheit der Elektronen der gleiche Zusammenhang zwischen Strom I und Spannung U auch bei sehr rasch veränderlichen Spannungen gilt, dass also die dynamische mit der statischen Kennlinie praktisch zusammenfällt.

Der Elektronenstrom kann den Sättigungswert I_s nicht überschreiten der durch die Stromdichte J_s an der Kathodenoberfläche, Gl.(38.22) bestimmt ist. Die Kurve in Abb. 18.8 biegt daher auf I_s ab. Unterhalb der Sättigungsgrenze ist der Elektronenstrom nach Gl.(38.53) unabhängig von den Materialeigenschaften der Glühkathode und nur durch die Abmessungen der Anode und durch die Spannung bestimmt.

38.6 Die Hochvakuumtriode

Wegen der kinetischen Energie der aus der Kathode austretenden Elektronen ergibt sich auch bei negativen Werten der Spannung U ein allerdings

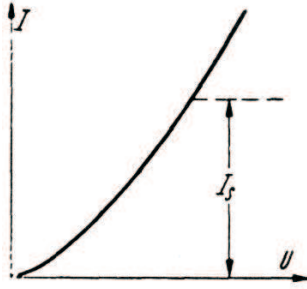


Abbildung 38.8. Raumladungskennlinie

nur geringer Elektronenstrom zur Anode hin. Da die Spannung, gegen die die Elektronen anlaufen können, proportional dem Quadrat ihrer Geschwindigkeit ist, so würde bei Vernachlässigung der Raumladungswirkung für diesen Anlaufstrom auf Grund der Gl.(38.20) die Beziehung gelten

$$I = I_s e^{\frac{U}{U_T}}, \quad (38.57)$$

in der I_s den Sättigungsstrom, U_T die Temperaturspannung bedeutet. Danach würde für $U = 0$ bereits der volle Sättigungsstrom erreicht werden. Die Raumladung verhindert dies, so dass bei negativen Werten der Spannung U Stromstärken entstehen, die kleiner als nach Gl.(38.57) sind.

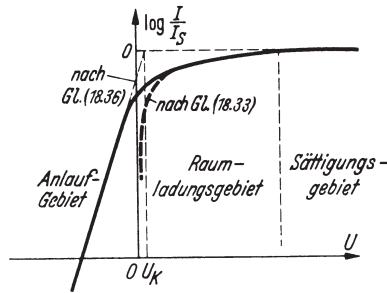


Abbildung 38.9. Vollständige Kennlinie einer Diode

Das „Anlaufstromgebiet“ geht stetig in das „Raumladungsgebiet“ über. Die vollständige Kennlinie einer Diode hat daher bei logarithmischer Skala für die Stromstärke den in Abb. 38.9 gezeigten Verlauf. Die e-Funktion der Gl.(38.57) wird durch eine gerade Linie dargestellt; sie schneidet den Sättigungswert bei wirklichen Elektronenröhren entgegen Gl.(38.57) nicht bei $U = 0$, sondern einer etwas von 0 verschiedenen Spannung U_K , die durch die Differenz der Austrittspotenziale von Kathoden- und Anodenmaterial bestimmt ist („Kontaktspannung“).

Wie aus den Zahlenwerten der Beziehung $U_T = kT/e$ erklärlich, erstreckt sich das *Anlaufstromgebiet* praktisch nur über einen Spannungsbereich von einigen Zehntel Volt. Aus der Steigung der gemessenen Kennlinie des Anlaufstromgebietes kann U_T und hieraus die Kathodentemperatur mit Hilfe von Gleichung $U_T = kT/e$ berechnet werden. Aus der gemessenen Stromstärke I bei einer passend gewählten Spannung U und der Kontaktspannung U_K ergibt sich der Sättigungsstrom

$$I_s = I e^{\frac{-U+U_K}{U_T}}, \quad (38.58)$$

auch in Fällen, wo wegen sekundärer Effekte (z. B. zusätzliche Aufheizung der Kathode durch den Elektronenstrom) der Sättigungsstrom nicht direkt gemessen werden kann.

Bemerkung: Im Anlaufgebiet fließt ein positiver Strom trotz negativer Spannung zwischen Anode und Kathode, d.h. die Strecke Anode-Kathode liefert als Generator elektrische Energie an den äußeren Stromkreis. Diese Energie wird aus der der Kathode zugeführten Wärme entnommen. Dies ist die Grundlage der sogenannten *Thermionik-Wandler* zur unmittelbaren Umwandlung von Wärmeenergie in elektrische Energie. Im Hochvakuum ist der Wirkungsgrad dieser Umwandlung sehr gering. Durch Hinzugabe von geeigneten Gasen, z.B. Cäsiumdampf, in den Raum zwischen Kathode und Anode können wegen der entstehenden Vervielfachung der Ladungsträger (siehe Abschnitt 37.1) höhere Leistungen (Größenordnung 10 W/cm^2) und Wirkungsgrade (über 10%) erzielt werden.

Im *Raumladungsgebiet* weichen die gemessenen Kennlinien von den durch Gl.(38.54) gegebenen Werten etwas ab, einmal wegen des stetigen Anschlusses an das Anlaufstromgebiet, zweitens wegen der bei der Ableitung von Gl.(38.54) nicht berücksichtigten endlichen Austrittsgeschwindigkeit der Elektronen und drittens wegen des Spannungsabfalls längs der Kathode.

Im *Sättigungsgebiet* kann sich die Erscheinung der „Feldemission“ bemerkbar machen. Mit zunehmender Anodenspannung wird das Potenzialminimum in Abb. 38.6 mehr und mehr angehoben. Dadurch kann bei gleicher Kathodentemperatur infolge der Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilung eine größere Anzahl von Elektronen aus der Kathode entweichen.

38.7 Die Hochvakuumtriode

Die Hochvakuumtriode (Dreipolröhre, Eingitterröhre) enthält zwischen der Glühkathode und der Anode noch eine durchbrochene Elektrode, das Gitter (Steuergritter). Hat das Gitter irgendeine Spannung u_g gegen die Kathode, die Anode eine Spannung u_a (bei direkt geheizten Kathoden kann z.B. das negative Ende der Kathode als Bezugspunkt gewählt werden), Abb. 38.10, so entsteht in der Umgebung der Kathode ein elektrisches Feld, das nach

Gl.(11.137) durch die beiden Spannungen bestimmt ist. Die Summe der beiden von Gitter und Anode zur Kathode übergehenden Verschiebungsflüsse lässt sich auch durch die Teilkapazitäten C_g zwischen Gitter und Kathode und C_a zwischen Anode und Kathode ausdrücken:

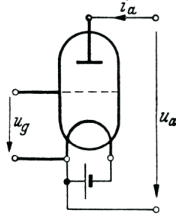


Abbildung 38.10. Hochvakuumtriode

$$Q = C_g u_g + C_a u_a = C_g \left(u_g + \frac{C_a}{C_g} u_a \right). \quad (38.59)$$

Die Verschiebungsdichte und damit die elektrische Feldstärke in der Umgebung der Kathode sind dieser Größe proportional; sie ist daher auch maßgebend für den Elektronenstrom. Man sieht durch Vergleich mit Gl.(11.137), dass der Durchgriff D durch das Verhältnis der Teilkapazitäten ausgedrückt werden kann:

$$\frac{C_a}{C_g} = D. \quad (38.60)$$

Der von der Kathode ausgehende Elektronenstrom ist nur abhängig vom Gesamtfeld, also von der Steuerspannung

$$u_s = u_g + D u_a. \quad (38.61)$$

Er ist identisch mit dem Strom i_a im Anodenkreis, wenn u_g negativ ist, das Gitter also keine Elektronen aufnimmt; dann ist

$$i_a = F(u_s) = F(u_g + u_a). \quad (38.62)$$

Diese Funktion ist im wesentlichen durch die Raumladungs-Kennlinie, Abb. 38.8, gegeben.

Misst man den Anodenstrom für verschiedene konstante Werte von u_a und trägt die Stromwerte in Abhängigkeit von u_g auf, so ergeben sich die $i_a - U_g$ -Kennlinien der Röhre für die verschiedenen Anodenspannungen, Abb. 38.11, Teil a. Aus dieser Kennlinienschar kann der Durchgriff D entnommen werden, indem man die Horizontalverschiebung der Kurven (Δ in Abb. 38.11, Teil a) dividiert durch den Unterschied der Anodenspannungen (z.B. $4V/50V = 8\%$ in Abb. 38.11, Teil a). Der Anodenstrom wird nahezu Null, wenn $u_g \leq 0$, also

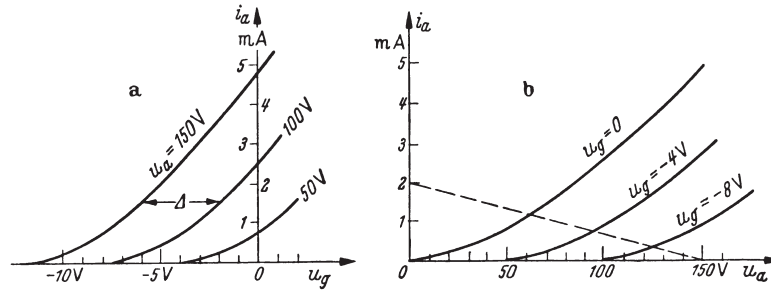


Abbildung 38.11. Kennlinie einer Triode

$$u_g \leq -D u_a \quad (38.63)$$

ist.

In dem Bereich negativer Gitterspannung wird der Gitterstrom verschwindend klein. Der aus einer Gleichstromquelle gespeiste Anodenstromkreis kann daher durch Verändern der negativen Gitterspannung praktisch leistungslos geschaltet und gesteuert werden.

Wenn dagegen das Gitter gegen die Kathode ist, so nimmt es einen Teil des Elektronenstromes auf; der Anodenstrom i_a ist dann durch die Differenz des Emissionsstromes der Kathode und des Gitterstromes gegeben. Auch in diesem Gebiet positiver Gitterspannungen kann die Röhre noch als Verstärker arbeiten, wenn auch die Verstärkung hier geringer ist, weil zur Steuerung des Gitters eine Leistung aufgewendet werden muss. Bei Verstärkern wird daher vorwiegend das Gebiet negativer Gitterspannungen benutzt.

Hält man die Gitterspannung u_g konstant und verändert die Anodenspannung u_a , so ergeben sich die i_a, u_a -Kennlinien, Abb. 38.11, Teil b. Auch hier kann der Durchgriff entnommen werden als Verhältnis der Gitterspannungsänderung zu der für die Aufrechterhaltung der Anodenstromstärke erforderliche Anodenspannungsänderung.

Wird die Anodenspannung durch eine Anodenstromquelle über einen äußeren Anodenwiderstand R_a erzeugt, so findet man den Anodenstrom durch Einzeichnen der Belastungskennlinie (gestrichelt eingezeichnet), die auch als „Widerstandsgerade“ oder „Lastgerade“ bezeichnet wird. In Abb. 38.11, Teil b ist als Beispiel eine Quellenspannung von 150 V und ein Anodenwiderstand $R_a = 150\text{ V}/2\text{ mA} = 75\text{ k}\Omega$ angenommen.

38.8 Raumladung in leitenden Stoffen

Auch in elektrisch leitenden Stoffen können Raumladungen z. B. bei plötzlichen Spannungs- oder Stromänderungen auftreten. Sie gleichen sich jedoch bei guten Leitern im allgemeinen sehr rasch aus. Es befinde sich innerhalb eines

Leiters in irgendeinem kleinen Raumteil vom Volumen V , z. B. von Kugelform, ein Ladungsüberschuss Q . Ist A die gesamte Oberfläche des Raumteiles, dann ist das D-Feld an der Oberfläche $\|\mathbf{D}\| = Q/A$ und damit die E-Feldstärke $\|\mathbf{E}\| = Q/(\varepsilon A)$.

Wegen der Leitfähigkeit κ fließt damit an der Oberfläche ein Strom mit der Dichte $\|\mathbf{J}\| = \kappa\|\mathbf{E}\| = (\kappa Q)/(\varepsilon A)$ weg. Der gesamte von der Oberfläche abfließende Strom ist daher $i = (\kappa Q)/\varepsilon$. Er vermindert in jedem Zeitelement dt die Ladung Q um $dQ = idt$. Also gilt

$$dQ = -\frac{\kappa Q}{\varepsilon} dt, \quad \frac{dQ}{Q} = -\frac{\kappa}{\varepsilon} dt. \quad (38.64)$$

Hieraus folgt durch Integration

$$Q(t) = A_0 e^{-\frac{\kappa}{\varepsilon} t}. \quad (38.65)$$

Jede Überschußladung klingt also ab; es stellt sich ein raumladungsfreier Zustand ein. Die Zeitkonstante dieses Abklingvorganges

$$\tau = \frac{\varepsilon}{\kappa} \quad (38.66)$$

heißt dielektrische *Relaxationszeit*. Sie ist für Kupfer mit $\kappa = 5,9 \cdot 10^7 S/m$, $\varepsilon = \varepsilon_0 = 8,85 pF/m$:

$$\tau = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} Fm}{5,9 \cdot 10^7 Sm} = 1,5 \cdot 10^{-19} s. \quad (38.67)$$

Dieser Wert ist sogar noch kleiner als die freie Laufzeit der Leitungselektronen im Kupfer. Kupfer kann daher bei den elektrotechnischen Anwendungen immer als elektrisch neutral angesehen werden. Selbst bei sehr schwach dotierten Germanium mit einer Leitfähigkeit von $3 S/m$ und $\varepsilon_r = 16$ wird τ noch sehr klein:

$$\tau = \frac{16 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}{3} s = 47 \cdot 10^{-12} s. \quad (38.68)$$

Bei isolierten Stoffen können dagegen beträchtliche Werte der Relaxationszeit vorkommen. Z. B. wird für Glas mit $\kappa = 10^{-14} \dots 10^{-11} S/m$ und $\varepsilon_r = 5$

$$\tau = \frac{5 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}{10^{-14} \dots 10^{-11}} s = 4,5 \dots 4500 s. \quad (38.69)$$

Die Relaxationszeit stimmt hier überein mit der Zeitkonstante für die Selbstentladung eines Kondensators, dessen Dielektrikum leitfähig ist mit der spezifischen Leitfähigkeit κ .