

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>1</b>
1.1	Logische Grundlagen . . . . .	2
1.2	Grundlagen der Mengenlehre . . . . .	8
1.3	Abbildungen . . . . .	15
1.4	Die natürlichen Zahlen und die vollständige Induktion . . . . .	16
1.5	Ganze, rationale und reelle Zahlen . . . . .	22
1.6	Ungleichungen und Beträge . . . . .	27
1.7	Komplexe Zahlen . . . . .	36
1.8	Aufgaben . . . . .	54
<b>2</b>	<b>Analysis von Funktionen einer Veränderlichen</b>	<b>55</b>
2.1	Begriff der Funktion . . . . .	56
2.2	Eigenschaften von Funktionen . . . . .	62
2.3	Elementare Funktionen . . . . .	65
2.4	Grenzwert und Stetigkeit von Funktionen . . . . .	69
2.5	Eigenschaften stetiger Funktionen . . . . .	89
2.6	Differenzierbarkeit von Funktionen . . . . .	95
2.7	Lineare Approximation und Differential . . . . .	101
2.8	Eigenschaften differenzierbarer Funktionen . . . . .	105
2.9	TAYLOR-Formel und der Satz von TAYLOR . . . . .	111
2.10	Extremalprobleme . . . . .	116
2.11	BANACHScher Fixpunktsatz und NEWTON-Verfahren . . . . .	120
2.12	Kurven im $\mathbb{R}^2$ . . . . .	126
2.13	Integralrechnung . . . . .	137
2.14	Volumen und Oberfläche von Rotationskörpern . . . . .	164
2.15	Parameterintegrale . . . . .	166
2.16	Uneigentliche Integrale . . . . .	168
2.17	Numerische Integration . . . . .	179
2.18	Interpolation . . . . .	183
2.19	Aufgaben . . . . .	189
<b>3</b>	<b>Reihen</b>	<b>191</b>
3.1	Zahlenreihen . . . . .	192
3.2	Funktionenfolgen . . . . .	201
3.3	Gleichmäßig konvergente Reihen . . . . .	207
3.4	Potenzreihen . . . . .	209
3.5	Operationen mit Potenzreihen . . . . .	212
3.6	Komplexe Potenzreihen, Reihen von $\exp x$ , $\sin x$ und $\cos x$ . . . . .	213

3.7	Numerische Integralberechnung mit Potenzreihen . . . . .	226
3.8	Konstruktion von Reihen . . . . .	228
3.9	FOURIER-Reihen . . . . .	231
3.10	Aufgaben . . . . .	263
<b>4</b>	<b>Lineare Algebra</b>	<b>265</b>
4.1	Determinanten . . . . .	271
4.2	CRAMERSche Regel . . . . .	284
4.3	Matrizen . . . . .	287
4.4	Lineare Gleichungssysteme und deren Lösung . . . . .	306
4.5	Allgemeine Vektorräume . . . . .	314
4.6	Orthogonalisierungsverfahren nach ERHARD SCHMIDT . . . . .	330
4.7	Eigenwertprobleme . . . . .	338
4.8	Vektorrechnung im $\mathbb{R}^3$ . . . . .	354
4.9	Aufgaben . . . . .	372
<b>5</b>	<b>Analysis im <math>\mathbb{R}^n</math></b>	<b>375</b>
5.1	Eigenschaften von Punktmengen aus dem $\mathbb{R}^n$ . . . . .	376
5.2	Abbildungen und Funktionen mehrerer Veränderlicher . . . . .	381
5.3	Kurven im $\mathbb{R}^n$ . . . . .	382
5.4	Stetigkeit von Abbildungen . . . . .	390
5.5	Partielle Ableitung einer Funktion . . . . .	393
5.6	Ableitungsmatrix und HESSE-Matrix . . . . .	398
5.7	Differenzierbarkeit von Abbildungen . . . . .	400
5.8	Differentiationsregeln und die Richtungsableitung . . . . .	401
5.9	Lineare Approximation . . . . .	404
5.10	Totales Differential . . . . .	406
5.11	TAYLOR-Formel und Mittelwertsatz . . . . .	408
5.12	Satz über implizite Funktionen . . . . .	412
5.13	Extremalaufgaben ohne Nebenbedingungen . . . . .	415
5.14	Extremalaufgaben mit Nebenbedingungen . . . . .	420
5.15	Ausgleichsrechnung . . . . .	426
5.16	NEWTON-Verfahren für Gleichungssysteme . . . . .	430
5.17	Aufgaben . . . . .	432
<b>6</b>	<b>Gewöhnliche Differentialgleichungen</b>	<b>435</b>
6.1	Einführung . . . . .	436
6.2	Allgemeine Begriffe . . . . .	437
6.3	Allgemeines zu Differentialgleichungen erster Ordnung . . . . .	438
6.4	Differentialgleichungen erster Ordnung mit trennbaren Variablen . . . . .	441
6.5	Lineare Differentialgleichungen erster Ordnung . . . . .	444
6.6	Durch Transformationen lösbare Differentialgleichungen . . . . .	447
6.7	Lineare Differentialgleichungssysteme erster Ordnung . . . . .	454
6.8	Lineare Differentialgleichungen $n$ -ter Ordnung . . . . .	470
6.9	Anmerkungen zum "Rechnen" mit Differentialgleichungen . . . . .	491
6.10	Numerische Lösungsmethoden . . . . .	493

6.11	Potenzreihen zur Lösung von Differentialgleichungen . . . . .	503
6.12	BESSELSche und LEGENDRESche Differentialgleichungen . . . . .	506
6.13	Rand- und Eigenwertprobleme . . . . .	517
6.14	Nichtlineare Differentialgleichungen . . . . .	532
6.15	Aufgaben . . . . .	545
<b>7</b>	<b>Vektoranalysis und Kurvenintegrale</b>	<b>549</b>
7.1	Die grundlegenden Operatoren der Vektoranalysis . . . . .	550
7.2	Rechenregeln und Eigenschaften der Operatoren der Vektoranalysis . . . . .	554
7.3	Potential und Potentialfeld . . . . .	556
7.4	Skalare Kurvenintegrale . . . . .	557
7.5	Vektoriell Kurvenintegral – Arbeitsintegral . . . . .	561
7.6	Stammfunktion eines Gradientenfeldes . . . . .	565
7.7	Berechnungsmethoden für Stammfunktionen . . . . .	570
7.8	Vektorpotentiale . . . . .	571
7.9	Aufgaben . . . . .	573
<b>8</b>	<b>Flächenintegrale, Volumenintegrale und Integralsätze</b>	<b>575</b>
8.1	Flächeninhalt ebener Bereiche . . . . .	576
8.2	RIEMANNsches Flächenintegral . . . . .	578
8.3	Flächenintegralberechnung durch Umwandlung in Doppelintegrale	581
8.4	Satz von GREEN . . . . .	587
8.5	Transformationsformel für Flächenintegrale . . . . .	592
8.6	Integration über Oberflächen . . . . .	597
8.7	Satz von STOKES . . . . .	616
8.8	Volumenintegrale . . . . .	621
8.9	Transformationsformel für Volumenintegrale . . . . .	625
8.10	Satz von GAUSS . . . . .	629
8.11	Aufgaben . . . . .	638
<b>9</b>	<b>Partielle Differentialgleichungen</b>	<b>641</b>
9.1	Was ist eine partielle Differentialgleichung? . . . . .	642
9.2	Partielle Differentialgleichungen 2. Ordnung . . . . .	643
9.3	Beispiele von partiellen Differentialgleichungen aus der Physik . .	646
9.4	Wellengleichung . . . . .	650
9.5	Wärmeleitungsgleichung . . . . .	682
9.6	Potentialgleichung . . . . .	689
9.7	Entdimensionierung von partiellen Differentialgleichungen . . .	696
9.8	Aufgaben . . . . .	698
<b>10</b>	<b>Funktionentheorie</b>	<b>701</b>
10.1	Komplexe Funktionen . . . . .	702
10.2	Differentiation komplexer Funktionen . . . . .	704
10.3	Elementare komplexe Funktionen und Potenzreihen . . . . .	709
10.4	Konforme Abbildungen . . . . .	711
10.5	Integration komplexer Funktionen . . . . .	715

10.6	Reihenentwicklungen komplexer Funktionen . . . . .	724
10.7	Behandlung von Singularitäten und der Residuensatz . . . . .	725
10.8	Berechnung von Integralen mit Hilfe des Residuensatzes . . . . .	732
10.9	Harmonische Funktionen . . . . .	738
10.10	Aufgaben . . . . .	743
<b>11</b>	<b>Integraltransformationen</b>	<b>745</b>
11.1	Definition von Integraltransformationen . . . . .	746
11.2	FOURIER-Transformation . . . . .	748
11.3	Umkehrung der FOURIER-Transformation . . . . .	753
11.4	Eigenschaften der FOURIER-Transformation . . . . .	754
11.5	Anwendung der FOURIER-Transformation auf partielle Differentialgleichungen . . . . .	756
11.6	LAPLACE-Transformation . . . . .	758
11.7	Inverse LAPLACE-Transformation . . . . .	761
11.8	Rechenregeln der LAPLACE-Transformation . . . . .	765
11.9	Praktische Arbeit mit der LAPLACE-Transformation und der Rücktransformation . . . . .	772
11.10	Aufgaben . . . . .	779
<b>12</b>	<b>Variationsrechnung und Optimierung</b>	<b>781</b>
12.1	Einige mathematische Grundlagen . . . . .	782
12.2	Funktionale auf BANACH-Räumen . . . . .	785
12.3	Variationsprobleme auf linearen Mannigfaltigkeiten . . . . .	798
12.4	Klassische Variationsrechnung . . . . .	803
12.5	Einige Variationsaufgaben . . . . .	806
12.6	Natürliche Randbedingungen und Transversalität . . . . .	813
12.7	Isoperimetrische Variationsprobleme . . . . .	816
12.8	Funktionale mit mehreren Veränderlichen . . . . .	818
12.9	Aufgaben . . . . .	819
<b>13</b>	<b>Elemente der Tensorrechnung</b>	<b>821</b>
13.1	Tensoralgebra . . . . .	822
13.2	Tensoranalysis . . . . .	837
13.3	Aufgaben . . . . .	848
<b>14</b>	<b>Wahrscheinlichkeitsrechnung</b>	<b>849</b>
14.1	Zufällige Ereignisse . . . . .	850
14.2	Wahrscheinlichkeit zufälliger Ereignisse . . . . .	856
14.3	Zufallsgrößen . . . . .	865
14.4	Zufällige Vektoren . . . . .	881
14.5	Aufgaben . . . . .	907

<b>15 Statistik</b>	<b>909</b>
15.1 Stichproben . . . . .	910
15.2 Punktschätzung . . . . .	913
15.3 Intervallschätzung . . . . .	919
15.4 Statistische Tests . . . . .	932
15.5 Korrelations- und Regressionsanalyse . . . . .	942
15.6 Aufgaben . . . . .	951
<b>A Formelkompendium</b>	<b>955</b>
<b>B Octave/MATLAB</b>	<b>969</b>
B.1 Eingabekonventionen . . . . .	969
B.2 Kontrollstrukturen . . . . .	970
B.3 Vektoren und Matrizen . . . . .	972
B.4 Allgemeines . . . . .	973
B.5 Visualisierung: 2-dimensionale Plots . . . . .	975
B.6 Rechnen mit Matrizen . . . . .	976
B.7 Funktionen . . . . .	979
B.8 Rekursionen . . . . .	980
B.9 Komplexität . . . . .	981
B.10 Handles . . . . .	982
B.11 Verschiedenes . . . . .	983
<b>C Literaturhinweise</b>	<b>985</b>
<b>Index</b>	<b>987</b>

Höhere Mathematik für Naturwissenschaftler und  
Ingenieure

Bärwolff, G.

2017, XIII, 999 S. 354 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-662-55021-2