

Prefazione

Questo è un libro di esercizi di algebra, comprensivo delle note di teoria necessarie quale riferimento per la soluzione dei testi proposti. È basato sull'esperienza di vari decenni di insegnamento dell'algebra all'Università di Pisa e raccoglie i testi e le relative soluzioni degli esercizi proposti agli esami negli anni.

Un motivo che ci ha portato alla preparazione di questo libro è l'idea che la matematica si possa imparare solo *reinventandola*, e per fare ciò non c'è modo migliore che elaborare le soluzioni degli esercizi. Altro forte impulso al nostro lavoro è stata la convinzione che gli esercizi presentati abbiano delle caratteristiche che li rendono diversi da tutti gli altri. La prima è la non serialità: non esistono esercizi "ripetuti", ossia esercizi che si differenziano fra loro solo per la variazione di alcuni parametri, ma il cui metodo di soluzione è essenzialmente lo stesso. La seconda, e forse fondamentale, è quella che non proponiamo esercizi che si possano affrontare con semplici strumenti di routine: ogni esercizio, per essere risolto, ha bisogno di un'idea.

Chiunque si sia cimentato con la matematica sa come questo cambi completamente, da una parte, il livello di difficoltà di un esercizio, e, dall'altra, il suo interesse intrinseco. Il progresso culturale che deriva dal risolvere un esercizio che richiede delle idee è incomparabilmente superiore a quello della soluzione di un esercizio per cui basta la mera applicazione di tecniche apprese. Abbiamo inoltre l'ambizione di ritenere che le idee necessarie per risolvere i nostri esercizi si differenzino abbastanza nettamente l'una dall'altra, e che questo aspetto sia uno dei motivi di maggiore interesse del libro. Da questo punto di vista, potremmo descrivere il nostro come un libro di *problemi di algebra* piuttosto che un libro di esercizi.

In virtù della storia dell'Università di Pisa, che ha tra i suoi studenti anche quelli della Scuola Normale Superiore, è possibile che gli esercizi proposti in questo libro siano a volte più difficili rispetto alla media degli esercizi proposti nei testi di esame nelle università italiane. Tuttavia, lo scopo di questo libro è di stimolare il ragionamento e preparare gli studenti, nel modo migliore, allo studio dell'algebra. Il nostro consiglio importantissimo ai lettori è quindi: non cadete *mai* nella tentazione di guardare la soluzione senza aver provato abbastanza a lungo a risolvere un esercizio. Studiare una soluzione già pronta, anche se si tratta di una soluzione elegante, non porta ad una vera crescita; come dicevamo sopra, per imparare la matematica

bisogna *fare* la matematica. È infatti la ricerca di una soluzione che arricchisce e fa scoprire i legami fra le cose, legami che sono estremamente importanti nello studio. Inoltre, speriamo in questo modo di incuriosire gli studenti all'approfondimento dei temi tracciati nelle poche righe del testo di un problema.

L'organizzazione del libro segue lo sviluppo storico dell'insegnamento dell'algebra nei primi anni del corso di laurea in matematica dell'Università di Pisa. Dopo un periodo in cui lo studio era concentrato in un corso che si svolgeva interamente il primo anno, con il passaggio alla differenziazione fra laurea triennale e laurea magistrale il corso è stato diviso in due parti, una chiamata Aritmetica e una chiamata, in un primo momento, Strutture Algebriche e successivamente Algebra 1. Esse corrispondono esattamente all'organizzazione di questo libro in due volumi.

La parte di Aritmetica riguarda essenzialmente lo studio di strumenti di base, quali l'induzione, alcuni elementi di calcolo combinatorio, i numeri interi e le congruenze. A ciò segue un'introduzione allo studio delle proprietà basilari delle strutture algebriche: i gruppi abeliani, gli anelli, i polinomi e le loro radici, le estensioni dei campi e i campi finiti. Nel secondo volume, relativo a Strutture Algebriche e Algebra 1, si approfondiscono la teoria dei gruppi, gli anelli commutativi con particolare riferimento alla fattorizzazione unica, le estensioni dei campi e si introducono le nozioni fondamentali della teoria di Galois.

Ciascuna parte è accompagnata da richiami teorici riguardanti la materia oggetto degli esercizi. Tale parte teorica, benché esaustiva non ha comunque la pretesa di sostituire un libro di testo di algebra e, in particolare, i risultati richiamati non hanno dimostrazione. (Per ogni approfondimento il lettore può consultare, ad esempio, il volume "Algebra" di I.N. Herstein, Editori Riuniti, oppure "Algebra" di M. Artin, Bollati Boringhieri.)

Il libro contiene inoltre una serie di esercizi preliminari. Essi dovrebbero essere affrontati per primi in quanto le loro conclusioni sono spesso usate nelle soluzioni degli esercizi successivi. Vogliamo infine sottolineare che tutte le soluzioni qui proposte usano *solo* gli strumenti teorici richiamati e gli esercizi preliminari. L'utilizzo di teoremi più avanzati permetterebbe di risolvere in modo più agevole, o in alcuni casi renderebbe banali, gli esercizi; ma ciò è del tutto contrario allo spirito con cui questo libro è stato scritto.

Ringraziamenti. Vogliamo ringraziare Ciro Ciliberto per il suo sostegno, la dottoressa Francesca Bonadei di Springer Italia per il prezioso aiuto e, in particolar modo, gli studenti che negli anni hanno seguito le nostre lezioni e affrontato gli esercizi qui proposti agli esami.

Aggiornamenti. Invitiamo i lettori a farci avere le loro impressioni e a segnalarci eventuali errori, quasi inevitabili in un libro con dettagliate soluzioni di oltre 250 esercizi, via posta elettronica a rocco.chirivi@unisalento.it, ilaria.delcorso@unipi.it o roberto.dvornicich@unipi.it.

Per aggiornamenti e errata corrige è possibile consultare la pagina web <http://www.dmf.unisalento.it/~chirivi/libroEserciziAlgebra.html>.

Esercizi scelti di Algebra

Volume 1

Chirivì, R.; Del Corso, I.; Dvornicich, R.
2017, XII, 230 pagg. 1 figg., Softcover
ISBN: 978-88-470-3960-5