

---

# Inhaltsverzeichnis

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| <b>1</b> | <b>Die natürlichen und die ganzen Zahlen</b>            | <b>1</b>   |
| 1.1      | Die Pythagoreer   | 1          |
| 1.2      | Figurierte Zahlen                                       | 4          |
| 1.3      | Dreieckszahlen  | 9          |
| 1.4      | Teilbarkeit   | 13         |
| 1.5      | Der ggT   | 16         |
| 1.6      | Primzahlen  | 25         |
| 1.7      | Die Peano-Axiome  | 35         |
| 1.8      | Die ganzen Zahlen                                       | 40         |
|          | Literatur   | 47         |
| <b>2</b> | <b>Stellenwertsysteme und Teilbarkeitsregeln</b>        | <b>49</b>  |
| 2.1      | Frühe Zahlendarstellungen                               | 49         |
| 2.2      | Rechnen auf den Linien: Abakus, Rechentisch, Rechentuch | 53         |
| 2.3      | Stellenwertsysteme                                      | 56         |
| 2.4      | Rechnen mit Stellenwertsystemen                         | 64         |
| 2.5      | Teilbarkeitsregeln                                      | 70         |
| 2.6      | Quersummenregeln  | 73         |
|          | Literatur   | 80         |
| <b>3</b> | <b>Rechnen mit Resten</b>                               | <b>81</b>  |
| 3.1      | Reste   | 82         |
| 3.2      | Restklassen   | 93         |
| 3.3      | Multiplikation von Restklassen                          | 98         |
| 3.4      | Der chinesische Restsatz                                | 100        |
| 3.5      | Die Sätze von Fermat und Euler                          | 106        |
| 3.6      | Public-Key-Kryptographie                                | 115        |
|          | Literatur   | 121        |
| <b>4</b> | <b>Rationale Zahlen</b>                                 | <b>123</b> |
| 4.1      | Konstruktion der rationalen Zahlen                      | 124        |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| 4.2      | Rechnen mit rationalen Zahlen                   | 129        |
| 4.3      | Kleiner und größer                              | 135        |
| 4.4      | Anwendung: Gleichungen                          | 142        |
| 4.5      | Variable, Terme, Gleichungen                    | 144        |
| 4.6      | Lineare Gleichungssysteme                       | 148        |
|          | Literatur                                       | 154        |
| <b>5</b> | <b>Irrationale Zahlen</b>                       | <b>155</b> |
| 5.1      | Die erste irrationale Zahl                      | 156        |
| 5.2      | Viele irrationale Zahlen                        | 160        |
| 5.3      | Dezimalbrüche                                   | 168        |
| 5.4      | Dezimalbrüche und rationale Zahlen              | 172        |
| 5.5      | Anwendung: Lösung von quadratischen Gleichungen | 178        |
|          | Literatur                                       | 184        |
| <b>6</b> | <b>Polynome</b>                                 | <b>185</b> |
| 6.1      | Definition                                      | 185        |
| 6.2      | Multiplikation von Polynomen                    | 191        |
| 6.3      | Nullstellen                                     | 197        |
| 6.4      | Irreduzible Polynome                            | 202        |
| 6.5      | Polynome als Bausteine für Körper               | 208        |
| 6.6      | Endliche Körper                                 | 213        |
|          | Literatur                                       | 219        |
| <b>7</b> | <b>Algebraische Zahlen</b>                      | <b>221</b> |
| 7.1      | Algebraische Zahlen                             | 221        |
| 7.2      | Adjunktion einer Zahl                           | 225        |
| 7.3      | Der Grad einer Körpererweiterung                | 229        |
| 7.4      | Algebraische Erweiterungen                      | 233        |
| 7.5      | Konstruierbare Zahlen                           | 235        |
| 7.6      | Transzendente Zahlen                            | 248        |
|          | Literatur                                       | 258        |
| <b>8</b> | <b>Gruppen</b>                                  | <b>259</b> |
| 8.1      | Ein erster Eindruck                             | 259        |
| 8.2      | Die Definition                                  | 271        |
| 8.3      | Endliche Gruppen                                | 276        |
| 8.4      | Zyklische Gruppen                               | 285        |
| 8.5      | Faktorgruppen                                   | 289        |
| 8.6      | Fehlererkennende Codes                          | 292        |
| 8.7      | Fehler an zwei Stellen                          | 297        |
|          | Literatur                                       | 306        |

|           |   |     |
|-----------|---|-----|
| <b>9</b>  | <b>Gleichungen</b>                      | 307 |
| 9.1       | Komplexe Zahlen                         | 307 |
| 9.2       | Nullstellen                             | 312 |
| 9.3       | Die Gleichung dritten Grades            | 320 |
| 9.4       | Elementarsymmetrische Polynome          | 327 |
| 9.5       | Auflösbarkeit von Gleichungen           | 329 |
|           | Literatur                               | 335 |
| <b>10</b> | <b>Hinweise zur Lösung der Aufgaben</b> | 337 |
| 10.1      | Kapitel 1                               | 337 |
| 10.2      | Kapitel 2                               | 342 |
| 10.3      | Kapitel 3                               | 346 |
| 10.4      | Kapitel 4                               | 349 |
| 10.5      | Kapitel 5                               | 352 |
| 10.6      | Kapitel 6                               | 355 |
| 10.7      | Kapitel 7                               | 360 |
| 10.8      | Kapitel 8                               | 364 |
| 10.9      | Kapitel 9                               | 371 |
|           | <b>Personen- und Sachverzeichnis</b>    | 375 |

Zahlen, Formeln, Gleichungen

Algebra für Studium und Unterricht

Beutelspacher, A.; Beutelspacher, A.; Samuel, L.

2018, XIII, 380 S. 44 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-658-16105-7