

Inhaltsverzeichnis

Danksagung	V
Geleitwort	VII
Kurzdarstellung	IX
Abbildungsverzeichnis	XVII
Tabellenverzeichnis	XXI
I Einleitung	1
1 Einleitung	3
1.1 Hintergrund zur Entstehung dieser Arbeit	5
1.2 Notwendigkeit eines neuen Testinstruments	6
1.3 Gliederung der Arbeit	7
II Theoretische Grundlagen	11
2 Rahmentheorien	13
2.1 Konzeptuelles Wissen	13
2.1.1 Der kognitionspsychologische Standpunkt	15
2.1.2 Zur Definition konzeptuellen und prozeduralen Wissens	18
2.1.3 Weitere Eigenschaften der Begriffe	21
2.1.4 Konkretisierung für die Mathematikdidaktik	23
2.2 Repräsentationen	25
2.2.1 Das Konzept „Repräsentation“	26
2.2.2 Repräsentationswechsel: Perspektive schafft Tiefe . .	29
2.3 Grundvorstellungen und Concept Image	33
2.3.1 Grundvorstellungen	34
2.3.2 Concept Image und Concept Definition	37
2.3.3 Zusammenhang beider Theorien	40
3 Funktionenlehre und Funktionales Denken	43
3.1 Historische Entwicklung des Funktionsbegriffs	44
3.2 Zwischen Kinematik und Statik	48

3.2.1	Meraner Reform von 1905	48
3.2.2	Neue Mathematik ab 1970	50
3.3	Definition Funktionalen Denkens und Grundvorstellungen	51
3.4	Funktionen im heutigen Curriculum	59
3.5	Funktionen und ihre Repräsentationen	60
3.5.1	Repräsentationsformen	61
3.5.2	Repräsentationswechsel	66
3.5.3	Zusammenhang zu Wissensarten	71
3.6	Qualitative Funktionen	77
3.7	Ausgewählte Schülerfehler	79
3.7.1	Graph-als-Bild-Fehler	81
3.7.2	Illusion of Linearity	85
4	Von der Funktionenlehre zur Analysis	91
4.1	Die Analysis und der Ableitungsbegriff	93
4.1.1	Historische Entwicklung	93
4.1.2	Fachliche Charakterisierung	95
4.1.3	Grundvorstellungen zum Ableitungsbegriff	96
4.1.4	Zugänge im Unterricht und Begriffsbildungsprozess	99
4.1.5	Die Gefahr einer Überbetonung des Kalküls	103
4.2	Infinitesimales Denken	105
4.2.1	Unendlichkeit und das Grenzwertkonzept	107
4.2.2	Propädeutischer Grenzwertbegriff	111
4.2.3	Infinitesimales Denken im Analysisunterricht	114
4.2.4	Zusammenhang zum Funktionalen Denken	116
4.3	Funktionales Denken in der Analysis	119
4.3.1	Von Parametern zu Transformationen	120
4.3.2	Objektaspekt und Object Concept	124
4.3.3	Differentiation und Funktionales Denken	127
5	Mathematische Leistungstests	133
5.1	Mögliche Testformate	134
5.2	Allgemeine Testgütekriterien	135
5.3	Rasch-Modell	142
5.3.1	Ziel von Rasch-Modellen	143
5.3.2	Das eindimensionale dichotome Rasch-Modell	144
5.3.3	Eigenschaften des Rasch-Modells	146

5.3.3.1	Suffiziente Statistiken	146
5.3.3.2	Lokale stochastische Unabhängigkeit	147
5.3.3.3	Spezifische Objektivität	148
5.3.4	Parameterschätzung	151
5.3.5	Umgang mit fehlenden Daten	152
5.3.6	Differential Item Functioning	155
5.3.7	Rasch-Homogenität und Fit-Statistiken	156
5.3.8	Zur Eindimensionalität von Mathematikleistung . .	159
5.4	Geschlechtsspezifische Effekte	161
5.4.1	Kritik hinsichtlich methodischer Facetten	161
5.4.2	Effektstärke geschlechtsspezifischer Differenzen . .	162
5.4.3	Domänenspezifität der Differenzen	168
5.4.4	Mögliche Ursachen der Differenzen	170
III	Empirische Untersuchung	173
6	Fragestellung	175
6.1	Zwischenfazit	175
6.2	Forschungsfragen	177
6.2.1	Allgemeine Forschungsfragen	177
6.2.2	Instrumentbezogene Forschungsfragen	178
7	Testentwicklung und Pilotierung	181
7.1	Inhaltlicher Fokus und curriculare Anbindung	181
7.2	Kompetenzstrukturmodell zur Itementwicklung	184
7.3	Wesentliche Gestaltungsentscheidungen	189
7.4	Pilotierungsphasen und Itemauswahl	192
7.4.1	Ergebnisse der Pilotierungen	193
7.4.2	Verlauf einer Itemkonstruktion	198
7.4.3	Ausschluss eines Items	202
7.4.4	Zusammenstellung der Testhefte	204
8	Haupterhebung und Datenanalyse	207
8.1	Durchführung und Stichprobe	207
8.2	Modellschätzung	213
8.2.1	Modellgeltungstests	221
8.2.1.1	Grafische Modellkontrolle	223
8.2.1.2	Likelihood-Ratio-Test	228

8.2.1.3	Wald-Test	230
8.2.2	Alternativen zum Rasch-Modell	234
8.3	Diskussion der Einzelitems	240
8.3.1	Aufgaben zu Situationen und Funktionen (erster Test)	243
8.3.1.1	Schwimmbecken (N1FQ/R)	243
8.3.1.2	Kegelfüllung (J9SD/E)	246
8.3.1.3	Weihnachtsmann (H7ZD)	251
8.3.1.4	Rennstrecke (Q3WD)	256
8.3.1.5	Skifahrer (I6JG)	261
8.3.1.6	Dateidownload (G6UH/I)	264
8.3.1.7	Kugelstoßen (P5CX)	267
8.3.1.8	Müngstener Brücke (F7GH)	271
8.3.1.9	Grundstücksfläche (K8GF)	275
8.3.2	Innermathematische Aufgaben (erster Test)	280
8.3.2.1	Koordinatensystem (A5CV/W)	280
8.3.2.2	Scheitelpunkt (B3XY/Z)	286
8.3.2.3	Verschobene Funktion I (C4XF)	292
8.3.2.4	Parabelgleichung (L4MB)	295
8.3.2.5	Parabelquiz (R4TG)	301
8.3.3	Aufgaben zum Differenzieren (zweiter Test)	304
8.3.3.1	Ableitungskalkül (H4AB)	304
8.3.3.2	Verschobene Ableitung (X4TP)	308
8.3.3.3	Flugzeug (Y2VK)	313
8.3.3.4	Funktionenlupe (W7CK)	320
8.3.4	Aufgaben zum graphischen Differenzieren (zweiter Test)	326
8.3.4.1	Graphische Ableitung I (S3AB)	326
8.3.4.2	Graphische Ableitung II (U3PT)	331
8.3.4.3	Graphische Ableitung III (V3RK)	334
8.3.4.4	Vorzeichen der Ableitung (Z7PC)	337
8.3.5	Aufgaben zu Transformationen (zweiter Test)	343
8.3.5.1	Verschobene Funktion II (M8PL)	343
8.3.5.2	Skalierte Funktion (O5ZG)	347
8.3.5.3	Parabelöffnung / Zwei Nullstellen (D6LG)	352
8.3.6	Zusammenfassung	359

8.3.7	Ausschluss von Items und Wahl des Modells	375
8.4	Verbindung beider Tests mittels Ankeritems	379
8.4.1	Gemeinsame Modellschätzung	382
8.4.2	Fähigkeitsveränderungen der Probanden	385
8.5	Geschlechtsspezifische Effekte	388
8.5.1	Vergleich auf Testebene	388
8.5.2	Vergleich hinsichtlich Schulform	391
8.5.3	Vergleich auf Itemebene	393
8.6	Latente-Klassen-Analyse	397
8.6.1	Bestimmung der Anzahl latenter Klassen	398
8.6.2	Begutachtung der Modellgüte	400
8.6.3	Durchführung der Analyse	402
8.6.4	Interpretation der Analyse	409
8.7	Abschließende Beurteilung der Testgüte	412
8.7.1	Zur Objektivität	412
8.7.2	Zur Reliabilität	413
8.7.3	Zur Validität	416
8.7.4	Zu den Nebengütekriterien	420
IV	Schluss	423
9	Fazit	425
9.1	Beantwortung der Forschungsfragen	425
9.1.1	Allgemeine Forschungsfragen	425
9.1.2	Instrumentbezogene Forschungsfragen	433
9.2	Praxisbezug der Arbeit	440
9.2.1	Unterrichtliche Konsequenzen	440
9.2.2	Lehrerfortbildungen zur Veränderung von Unterricht	444
9.3	Reflexion und Ausblick	445
V	Anhang	449
10	Verwendete Materialien und Software	451
10.1	Testhefte	451
10.1.1	Erster Test	451
10.1.2	Zweiter Test	451
10.2	Handreichung für Lehrkräfte	451

10.3	Verwendete Software	451
10.3.1	ACER ConQuest	451
10.3.2	Mplus	452
10.3.3	R	452
10.3.3.1	Package eRm	452
10.3.3.2	Package WrightMap	452
10.3.4	Entwickelte Software	452
	Literaturverzeichnis	457

Funktionales Denken beim Übergang von der
Funktionenlehre zur Analysis

Entwicklung eines Testinstruments und empirische
Befunde aus der gymnasialen Oberstufe

Klinger, M.

2018, XXII, 497 S. 81 Abb., 10 Abb. in Farbe., Softcover

ISBN: 978-3-658-20359-7